



UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN

Carrera de:

Educación en Ciencias Experimentales

Método Pólya y su incidencia en el razonamiento matemático en 8° año de EGB de la U.E
Luis Cordero

Trabajo de Integración Curricular previo a la
obtención del título de Licenciado/a en
Educación en Ciencias Experimentales

Autor:

Tannya María Mainato Quizhpilema

CI: 0350149589

Autor:

Pedro José Maldonado Ulloa

CI: 0105808307

Tutor:

Rosa Mariela Feria Granda

CI: 1711604825

Azogues - Ecuador

Marzo, 2023



Agradecimiento

Al culminar una meta más en nuestras vidas, agradecemos a la magister Rosa Feria por su apoyo y gran dedicación como guía en la realización del presente trabajo de integración curricular. A la vez agradecemos a la magister Martha Palacios por ser un ejemplo durante las prácticas preprofesionales y por brindarnos valiosas enseñanzas.

Agradecemos a todo el cuerpo docente que conforma la carrera de Educación en Ciencias Experimentales, tanto de la Universidad Nacional de Educación como a la Universidad de Investigación de Tecnología Experimental YACHAY TECH por ser parte de nuestra formación académica y brindarnos los conocimientos necesarios para nuestro desarrollo profesional.

Por último, agradecemos a nuestros padres y hermanos por su apoyo incondicional, por estar presentes en todo momento y, a su vez, por motivarnos a ser mejores personas cada día. A nuestros amigos y compañeros por su ayuda y por habernos acompañado durante este largo recorrido.



Resumen:

El trabajo de integración curricular surge en base al problema que se identifica en 8° año de EGB de la U.E. Luis Cordero, debido a las fichas de observación se identifican dificultades en el uso del razonamiento matemático, así como en la resolución de problemas, específicamente, la comprensión y la ejecución de operaciones básicas. En base a lo expuesto, se formula la siguiente pregunta de investigación, ¿Cómo contribuir al razonamiento matemático en 8° año de EGB de la U.E. Luis Cordero? Con la finalidad de dar respuesta se plantea como objetivo analizar la incidencia del Método Pólya en el razonamiento matemático.

Para fortalecer y mejorar las habilidades y capacidades del razonamiento matemático mediante la resolución de problemas se aplica el método Pólya, que consta de 4 pasos que son: Comprender el problema, diseñar el plan, ejecutar el plan y examinar la solución. En tal sentido, la presente investigación se sustenta en los escritos de George Pólya (1989) acerca de la utilización de los cuatro pasos para resolver problemas y su efecto en el razonamiento matemático.

La investigación implementa el paradigma socio-crítico en el estudio de la realidad educativa, además de un enfoque mixto, que vincula instrumentos cualitativos y cuantitativos en la recolección de información que se realiza en 8° año de EGB. Los resultados obtenidos son positivos, pues gracias a la implementación de la propuesta de intervención educativa que recibe el título de “método Pólya, un camino al razonamiento matemático”, los estudiantes mejoran y fortalecen sus capacidades en el razonamiento matemático, debido a que se evidenció un incremento en la prueba final en relación a la diagnóstica. Para los razonamientos deductivo, de un 29,42% se incrementó a 57,96%, para el inductivo, de 64,71% a 90,20% y para el espacial, de 26,47 a 61,78. Además se evidencia una mejora en la resolución de problemas.

Palabras claves: Método Pólya. Razonamiento Matemático. Resolución de problemas.



Abstract:

The curricular integration work arises based on the problem that is identified in 8th year of EGB of the U.E. Luis Cordero, due to the observation sheets difficulties are identified in the use of mathematical reasoning, as well as in the resolution of problems, specifically, the understanding and execution of basic operations. Based on the above, the following research question is formulated. How to contribute to mathematical reasoning in 8th year of EGB of the Luis Cordero E.U.? In order to give an answer, the objective is to analyze the incidence of the Pólya Method in mathematical reasoning.

To strengthen and improve the skills and abilities of mathematical reasoning through problem solving, the Pólya method is applied, which consists of 4 steps that are: Understand the problem, design the plan, execute the plan and examine the solution. In this sense, the present research is based on the writings of George Pólya (1989) about the use of the four steps to solve problems and their effect on mathematical reasoning.

The research implements the socio-critical paradigm in the study of educational reality, in addition to a mixed approach, which links qualitative and quantitative instruments in the collection of information that is carried out in 8th year of EGB. The results obtained are positive, because thanks to the implementation of the educational intervention proposal that receives the title of "Pólya method, a path to mathematical reasoning", students improve and strengthen their abilities in mathematical reasoning, because an increase in the final evaluation in relation to the diagnostic was evidenced. For deductive reasoning, from 29.42% it increased to 57.96%, for inductive, from 64.71% to 90.20% and for spatial, from 26.47 to 61.78. There is also evidence of an improvement in problem solving.

Keywords: Pólya Method. Mathematical reasoning. Solving problems.



Índice del Trabajo

Introducción	9
Selección del problema	11
Pregunta de investigación	12
Objetivos	12
Objetivo general	12
Objetivos específicos	12
Justificación	13
Capítulo 1. Marco teórico	15
1.1. Antecedentes	15
1.1.1. Internacionales	15
1.1.2. Latinoamérica	16
1.1.3. Ecuador	17
1.2. Bases teóricas	18
1.2.1. Método de Resolución de problemas	18
1.2.2. Método Pólya	20
1.2.3. Razonamiento	25
1.3. Bases legales	32
Capítulo II. Marco metodológico	35
2.1. Diseño de investigación	35
2.2. Paradigma de investigación	35
2.3. Enfoque de investigación	36
2.4. Tipo de investigación	37
2.5. Método de investigación	38
2.6. Contexto de estudio	38
2.7. Población de estudio	38
2.8. Operacionalización de variables	39
2.9. Técnicas e instrumentos de investigación	42
2.9.1. Observación participante	43
2.9.2. Entrevista	44



2.9.3.	Encuesta	45
2.9.4.	Grupo focal.....	46
2.9.5.	Prueba de evaluación.....	46
2.10.	Resultados del diagnóstico	47
Capitulo III. Método Pólya, un camino al razonamiento matemático.....		53
3.1.	Objetivo de la propuesta	53
3.2.	Descripción de la propuesta	53
3.3.	Fases de la propuesta.....	56
3.3.1.	Fase 1. Introducción u ejemplificación del método Pólya.....	56
3.3.2.	Fase 2. Planificación del sistema de actividades	57
3.3.3.	Fase 3. Aplicación del sistema de actividades	65
3.3.4.	Fase 4. Evaluación del sistema de actividades	78
3.3.5.	Fase 5. Análisis de resultados.....	83
Capitulo IV. Conclusiones y recomendaciones.....		87
4.1.	Conclusiones.....	87
4.2.	Recomendaciones.....	88
Referencias.....		90
Anexos.....		102
Anexo 1. Diario de campo		102
Anexo 2. Guía de observación.....		103
Anexo 3. Guía de entrevista		104
Anexo 4. Cuestionario		105
Anexo 5. Guía de grupo focal.....		106
Anexo 6. Prueba de diagnóstico.....		107
Anexo 7. Prueba final.....		109
Anexo 8. Rúbrica de calificación		111
Anexo 9. Problemas de característica de los números enteros		112
Anexo 10. Problemas de números relativos y sus propiedades		113
Anexo 11. Problemas de valor absoluto		114
Anexo 12. Problemas de la adición y sus propiedades		115



Anexo 13. Problemas de sustracción y sus propiedades	116
Anexo 14. Problemas de propiedades de la multiplicación.....	118
Anexo 15. Problemas de propiedades de la división.....	119
Anexo 16. Problemas de potenciación, raíz cuadrada y descomposición de factores	121
Anexo 17. Problemas de operaciones combinadas	122
Anexo 18. Actividad en clase	123
Anexo 19. Planificación del sistema de actividades.....	123
Anexo 20. Validación de instrumentos.....	123

Índice de figuras

Figura 1 Resultado del examen Ser Estudiante.....	9
Figura 2 Los cuatro pasos del método Pólya	20
Figura 3 Interrogantes para comprender un problema.	22
Figura 4 Interrogantes para armar un plan.....	23
Figura 5 Criterios para analizar durante la ejecución del plan	24
Figura 6 Interrogantes finales del método de Pólya.....	25
Figura 7 Características del razonamiento deductivo e inductivo.....	28
Figura 8 Dificultades en la resolución de problemas	47
Figura 9 Resultados obtenidos en el razonamiento deductivo.	49
Figura 10 Resultados obtenidos en el razonamiento inductivo.....	50
Figura 11 Resultados obtenidos en el razonamiento espacial	51
Figura 12 Fases de la propuesta de intervención	56
Figura 13 Diagrama del sistema de actividades.....	57
Figura 14 Flujograma de aplicación de la propuesta	65
Figura 15 Resultados del grupo control.....	84
Figura 16 Resultados del grupo experimental	86

Índice de tablas

Tabla 1 Número de estudiantes que participan en la investigación	39
Tabla 2 Operacionalización de la variable	39
Tabla 3 Técnicas e Instrumentos de la investigación	43



Tabla 4 Ejemplo de un problema resuelto mediante el método Pólya	57
Tabla 5 Planificación del sistema de actividades	58
Tabla 7 Evaluación de la propuesta de intervención-Razonamiento deductivo	79
Tabla 6 Evaluación de la propuesta de intervención - Razonamiento inductivo	80
Tabla 8 Evaluación de la propuesta de intervención-Razonamiento espacial	81
Tabla 9 Resultados obtenidos del grupo experimental y grupo control	83

Introducción

La Matemática constituye una de las áreas más importantes del saber, por tanto, es fundamental en la formación académica de todo individuo. De hecho, dentro de la matemática, la resolución de problemas se considera uno de los procesos que requieren que el estudiante “haga matemáticas” y consiga un mejor aprendizaje (Diago et al., 2018). Sin embargo, presentan dificultades en la resolución de problemas, una causa es que los estudiantes desarrollan más ejercicios que problemas.

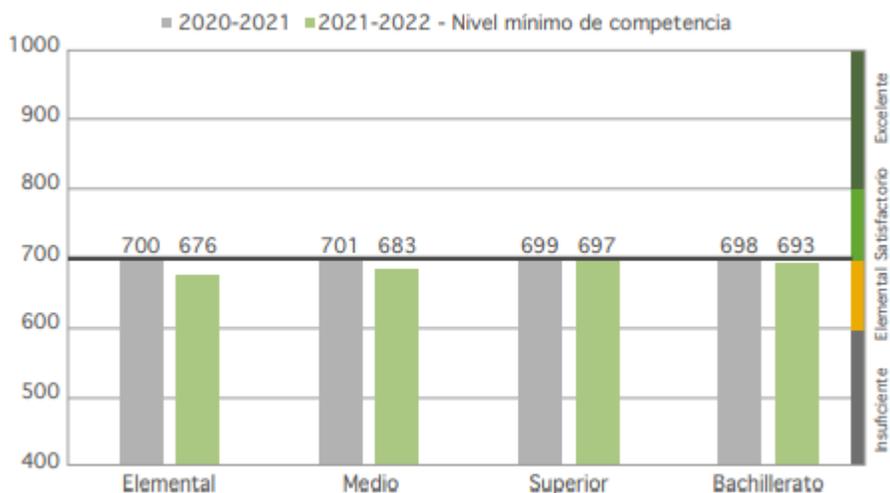
La lectura, la matemática y la ciencia se evalúan en todo el mundo con el fin de conocer el desarrollo de habilidades y destrezas de los estudiantes; por ejemplo, el Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes (PISA), refleja resultados no muy favorables para Ecuador, específicamente en la matemática, pues las estadísticas señalan que solamente el 31% de los estudiantes están por arriba de la media en esta asignatura (INEVAL, 2018).

Así mismo, el examen Ser Estudiante evalúa el dominio matemático en “la aptitud para resolver problemas matemáticos, inferir propiedades, comprender gráficos, hallar soluciones a planteamientos que demandan alto nivel de razonamiento” (INEVAL, 2020, p.12). Según el Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEVAL) los resultados obtenidos por los estudiantes de 10 año de EGB en el examen Ser Estudiante durante el periodo lectivo 2020-2021 y 2021-2022, en el área de Matemática es el más bajo en relación a los demás saberes.

En la siguiente figura se observan los resultados obtenidos por los estudiantes en la evaluación Ser Estudiante:

Figura 1

Resultado del examen Ser Estudiante



Nota: Datos que evidencian los resultados obtenidos en el examen Ser Estudiante en el área de matemática

En base al análisis, tanto en el examen Ser Estudiante como en los informes PISA, el problema radica en la resolución de problemas matemáticos. Esto principalmente porque el aprendizaje de los estudiantes es autodirigido y mecánico recurriendo únicamente a la memoria, además de que consideran a la matemática como una ciencia compleja.

Cuando se intenta resolver un problema matemático, existen varias maneras de realizarlo, tal es el caso del método Pólya que consta de 4 pasos sistemáticos, que permiten llegar a una solución al problema y además verificarla. Al utilizar el método se contribuye al razonamiento matemático, pues ayuda a que los estudiantes aprendan, analicen y extraigan soluciones de manera consciente.

El presente trabajo de titulación permite dar cumplimiento a los objetivos expuestos en el Currículo ecuatoriano 2016, los cuales se centran en desarrollar el pensamiento lógico y crítico del estudiante, en el nivel

de educación básica, contribuyendo a desarrollar las habilidades y capacidades de pensar y analizar problemas de manera crítica y no abstracta.

Por lo cual, la investigación se centra en el diseño de una propuesta de intervención educativa para la aplicación, implementación y evaluación del método Pólya con la finalidad de incidir de manera favorable en el razonamiento matemático; específicamente el razonamiento deductivo, inductivo y espacial.

Selección del problema

En la U.E. Luis Cordero, en la Planificación Curricular Institucional [PCI], en el área de matemática se plantea como objetivo: “desarrollar en los estudiantes capacidades para la adquisición, interpretación, procesamiento de datos y metacognición, para ello es importante el trabajo colaborativo en resolución de problemas y la secuenciación de las etapas propias del pensamiento que invitan al estudiante a la manipulación concreta, gráfica, simbólica” (2020, p. 216). En otras palabras, se pretende priorizar y fortalecer las capacidades de los estudiantes durante su vida escolar. Cabe recalcar que, dentro de este objetivo, se considera pertinente mencionar al razonamiento matemático como una de las habilidades más importantes el área de matemáticas

Partiendo de lo anterior, se infiere un problema en el aprendizaje de la Matemática, porque los estudiantes no cumplen su rol dentro del salón de clase. El rol del estudiante según Piaget (1991) hace alusión a un ser consciente y racional, dónde el estudiante adquiere un papel activo dentro del aula al estar inmerso en su proceso de aprendizaje. Por lo tanto, dentro de la práctica educativa se observa que los estudiantes no se encuentran participando de manera activa o dinámica en el proceso de creación de su conocimiento, ya que no aprovechan su potencial en aprender, esto debido a factores como: el desinterés, la poca participación, el incumplimiento de tareas, entre otras.

Por una parte, se observa una falencia dentro del contexto de estudio, que es la poca o mala utilización de las operaciones básicas como la suma, resta, multiplicación y división, esenciales para resolver cualquier tipo de problema. Por otra parte, se presencia falencias en la comprensión de problemas, puesto que los estudiantes no terminan de leer el enunciado y comienzan a resolverlo sin conocer el fin del problema, y por ende lo resuelven mal o colocan únicamente la respuesta de manera errónea. Del mismo modo, Torres (2015) indica que “la comprensión lectora y la resolución de problemas matemáticos, constituyen dos capacidades fundamentales y determinantes en el proceso de aprendizaje” (p. 8).

En base lo anterior, se deduce que existe dificultades en la resolución de problemas matemáticos dentro de la U.E. Luis Cordero, específicamente en el 8° año de Educación Básica Superior. Por lo tanto, se plantea la siguiente pregunta de investigación:

Pregunta de investigación

¿Cómo contribuir al razonamiento matemático en 8° año de EGB de la U.E. Luis Cordero?

Objetivos

Objetivo general

Analizar la incidencia del método Pólya en el razonamiento matemático en 8° año de Educación General Básica de la U.E. Luis Cordero.

Objetivos específicos

1. Describir referentes teóricos sobre la incidencia del método Pólya en el razonamiento matemático.
2. Diagnosticar las dificultades que presentan los estudiantes de 8° año de EGB de la U.E. Luis Cordero en el razonamiento matemático.

3. Diseñar un sistema de actividades con la aplicación del método Pólya para la mejora del razonamiento matemático.
4. Implementar el sistema de actividades con la aplicación del método Pólya para mejorar el razonamiento matemático en 8° año de EGB de la U.E. Luis Cordero.
5. Evaluar el sistema de actividades con la aplicación del método Pólya para mejorar el razonamiento matemático en 8° año de EGB de la U.E. Luis Cordero.

Justificación

En base a lo expuesto por el Ministerio de Educación (2016) el área de Matemática tiene como objetivo desarrollar diversas capacidades, habilidades y competencias para pensar, razonar, analizar y solucionar problemas de la vida cotidiana. Por ello, la enseñanza de la Matemática tiene un papel fundamental en la formación de ciudadanos que aporten al adelanto científico. Este conocimiento desarrolla el pensamiento crítico y lógico del estudiante; por ende, le permite tener las herramientas necesarias para resolver problemas matemáticos. Además, se complementa con las distintas estrategias de aprendizaje.

Es importante que los estudiantes adquieran conocimientos desde la primaria para que en un futuro los problemas matemáticos sean de fácil comprensión. En énfasis a lo anterior, los docentes adquieren un rol fundamental al guiar a los estudiantes para que alcancen las destrezas expuestas en el currículo. Cabe recalcar que, la resolución de problemas se basa en el razonamiento y es un punto clave para el aprendizaje de la matemática. Así mismo, la enseñanza se encuentra ligada al contexto real, y al tipo de estudiantes.

La resolución de problemas en el uso del método Pólya como un medio de aprendizaje en el área de matemática es relevante porque permite al estudiante cambiar de perspectiva. Es decir, el estudiante adquiere

contenidos teóricos que los complementa con problemas prácticos de la vida cotidiana y a la vez se fortalecen las habilidades y capacidades del razonamiento inductivo, deductivo y espacial.

El presente trabajo de titulación está dirigido a la comunidad educativa y la sociedad. Y es importante, pues permite dar cumplimiento a los objetivos expuestos en el Currículo ecuatoriano 2016, los cuales se centran en desarrollar el pensamiento lógico y crítico del estudiante, puesto que, en el nivel de educación básica el pensamiento matemático contribuye a desarrollar las habilidades y capacidades de pensar y analizar problemas de manera crítica y no abstracta. Además, contribuye a que los estudiantes comprendan cualquier tipo de problema y se preparen para su vida futura.

Por tanto, la investigación se centra en el diseño, implementación y evaluación del sistema de actividades con la aplicación del método Pólya como un medio de aprendizaje para la resolución de problemas. Así, el estudio de intervención educativa en la UE Luis Cordero en el 8° año de EGB contribuye al desarrollo del razonamiento matemático y da cumplimiento a los objetivos antes planteados.

Capítulo 1. Marco teórico

1.1. Antecedentes

El estudiante debe tener las capacidades, habilidades y competencias para resolver y solucionar problemas. Por consiguiente, investigaciones internacionales, nacionales y locales evidencian las dificultades que tienen los estudiantes al resolver problemas, ante esto muchos investigadores desarrollan estrategias en la utilización del método de Pólya con el objetivo de aportar el aprendizaje de la Matemática, específicamente en la resolución de problemas matemáticos y así mejorar otras habilidades igual de importantes como el razonamiento matemático. A continuación, se detallan varias de las investigaciones.

1.1.1. Internacionales

El artículo realizado por In'am (2014), en la Universidad de Muhammadiyah Malang Indonesia, de manera específica en el segundo semestre del Departamento de Educación Matemática, tuvo como objetivo: “analizar la implementación del método Pólya en la resolución de problemas de geometría euclidiana” (p.152). Para esto, se tomó una muestra de 85 estudiantes, en el cual se aplicó un enfoque mixto. El investigador empleó el instrumento A SABER, que consiste en conocer las respuestas de los estudiantes a la implementación del método Pólya en el aprendizaje de la Matemática, la misma que consta de 16 ítems.

Por lo que se concluye que la mayoría de los estudiantes comprenden el problema, pero al momento de plantear e implementar la estrategia a muchos de ellos se les dificulta; por ende, no resuelven el problema. El instrumento propuesto en esta investigación sirve como guía en la evaluación de la propuesta, que se aborda en el presente trabajo. El aporte a la presente investigación es de tipo epistemológico y metodológico.

El estudio de Lee (2015) realizado en Taiwán, analizó el efecto que tiene el método Pólya en la resolución de problemas matemáticos, a partir de las dificultades de leer y escribir símbolos matemáticos. Para

ello, se asumió una metodología cuantitativa, que pretendió diagnosticar el éxito del método a partir de la realización de diferentes evaluaciones tipo test, encaminadas a estudiantes de dos grupos (grupo control y experimental) con un total de 58 participantes.

Para dar cumplimiento al mismo se planteó una guía de problemas matemáticos, enfocados principalmente en la utilización del método Pólya. En cuanto a los resultados obtenidos, concluye que el método Pólya ayuda a la resolución de problemas en diferentes tópicos dentro del área de Matemáticas, lo que hace que este método sea global o general, ya que se aplica en cualquier nivel educativo. Al momento de abordar el tema de resolución de problemas, el investigador debe colocar énfasis en el desarrollo de otras habilidades como el razonamiento matemático. El aporte a la investigación es epistemológico.

1.1.2. Latinoamérica

En la misma línea de investigación, el estudio realizado por Meneses y Peñaloza (2019), en el Colegio Municipal Aeropuerto de Colombia con estudiantes de tercero y cuarto grado, tuvo como pregunta problema: “¿Se fortalece la competencia resolución de problemas matemáticos con operaciones básicas en los estudiantes de los grados tercero y cuarto del Colegio Municipal Aeropuerto?” (p.4). El estudio se enfocó en la investigación cualitativa, específicamente en la investigación acción.

Para ello, se desarrolló una guía didáctica en base al método Pólya como solución para la resolución de problemas matemáticos con operaciones básicas, donde los resultados indican que, las diversas actividades permitieron que los estudiantes desarrollen sus habilidades y capacidades. Este trabajo permitió conocer los niveles de dificultad en la comprensión de los problemas y resolución de operaciones básicas. Además, se toma en cuenta las diversas actividades realizadas en esta investigación, ya que sirve como guía para la planificación del presente trabajo.

Sobarzo y Valenzuela (2017), detalla una experiencia realizada con dos cursos de tercero medio en un Colegio Particular Subvencionado de Chile, tuvo como objetivo: “Analizar la incidencia del método Pólya en la resolución de problemas matemáticos de inequaciones en tercero medio y como este método influye en los factores socio-afectivos de los alumnos” (p.14).

Para ello, los autores desarrollaron la comparación de dos metodologías en el aprendizaje de las inequaciones; por una parte, se aplicó la metodología conductista en un curso del tercero medio, y por otra parte se aplicó la metodología constructivista en otro curso utilizando el método Pólya. La investigación asumió un enfoque cuantitativo y se concluye que el método Pólya favorece al aprendizaje en la resolución de problemas en el tema de inequaciones, en comparación al grupo control. Esta metodología se toma en cuenta para el diseño de la propuesta del presente trabajo de titulación.

1.1.3. Ecuador

Villacis (2021) realizó su investigación en la ciudad de Baños-Ecuador, donde se enfoca en una muestra de estudiantes de 8° año de Educación General Básica, en la que se tomó a dos grupos de estudio, en uno de ellos se aplicó la resolución de problemas a partir de la utilización del método Pólya, mientras que en el otro grupo se utilizó el método conductista. El estudio adopta una metodología cuantitativa, en el desarrollo de cuestionarios que se aplicaron antes y después de la intervención educativa. En cuanto a los resultados obtenidos, son bastante positivos para el grupo en el que se aplica el método en relación al grupo control, por lo que concluye que el método Pólya, es una herramienta útil y eficaz a la hora de resolver problemas matemáticos y desarrollar el razonamiento matemático. El aporte a la investigación es metodológico.

Por último, la investigación de Lazo (2017), realizada en la ciudad de Chordeleg, provincia del Azuay, evidenció las dificultades en la resolución de problemas matemáticos al no conocer ninguna estrategia de

resolución. Contó con una muestra de 165 estudiantes correspondientes al tercero de bachillerato. Para la realización de esta investigación se tomó un grupo control y un grupo experimental. La metodología utilizada es mixta, teniendo un enfoque tanto cuantitativo como cualitativo.

Para ello, se evalúa a los estudiantes a partir de un pretest. Los resultados obtenidos según el investigador son positivos para el grupo experimental a comparación del grupo control, siendo así evidente que la utilización del método genera resultados positivos dentro del área de estudio. Dicha metodología aporta a la realización del presente proyecto de titulación.

En concordancia con los estudios analizados con anterioridad, se infiere que el método Pólya, genera resultados idóneos en la resolución de problemas, tal y como se expone en algunas de las investigaciones previamente descritas.

1.2. Bases teóricas

A continuación, se expone los referentes teóricos que son claves para la investigación, a partir de conceptos que recalcan la importancia de los métodos de resolución de problemas como el método Pólya. Además de la incidencia en las habilidades y capacidades del razonamiento matemático.

1.2.1. Método de Resolución de problemas

Varios investigadores han realizado estudios en la enseñanza-aprendizaje de la Matemática, donde se identifican dificultades al momento de resolver problemas matemáticos, puesto que las habilidades y potencialidades de los estudiantes no son aprovechadas. Por ello, es fundamental dar a conocer a los estudiantes la importancia de desarrollar el razonamiento matemático, ya que les permite dar solución a problemas que suceden en su entorno.

Por una parte, In'am (2014) menciona que los estudiantes presentan dificultades en buscar una estrategia para la solución de los problemas, mientras que Meneses y Peñaloza (2019) presencian dificultades en la comprensión lectora y la resolución de operaciones básicas y por último Villacis (2021) recalca que los estudiantes presentan escasa capacidad al desarrollar procesos de razonamiento en la resolución de problemas. Por tal razón es importante implementar diversos métodos para llegar a la solución de un problema, y así favorecer el razonamiento matemático de los estudiantes (Díaz y Díaz, 2018). Por esta razón, a continuación, se presenta el método heurístico y el método Pólya para la resolución de problemas.

Método heurístico

En cuanto a la definición del método heurístico la Real Academia Española (RAE) define heurístico a la técnica de la indagación y del descubrimiento, en la búsqueda de la solución de un problema mediante métodos rigurosos. Mientras que Chauca (2018) indica que actualmente se han hecho adaptaciones al término en diferentes áreas, así definen la heurística como “un arte, técnica o procedimiento práctico o informal, para resolver problemas” (p. 3). En tal sentido, el término heurístico tiene como disciplina a la investigación de hechos demostrativos, en la aplicación de estrategias, reglas, resultados y conclusiones.

Con respecto a lo anterior, diversas investigaciones dan uso a los métodos heurísticos, de hecho, los estudios de Pólya (1965) citado por Gualdrón et al. (2020) sugieren que los métodos son una serie de pasos organizados y relacionados entre sí, que se sustentan en la aplicación de operaciones combinadas, y a la vez permiten al estudiante adquirir una nueva visión acerca de la matemática. En tal sentido, el uso de un método en la resolución de problemas ayuda a obtener mejores resultados en el aprendizaje de la matemática y otros aspectos relacionados como el razonamiento.

1.2.2. Método Pólya

El método Pólya es un método heurístico planteado por George Pólya hace menos de un siglo, en él se exponen los pasos a seguir a la hora de resolver un problema matemático, ayudando a los estudiantes a consolidar mejor sus ideas, puesto que permite realizar un análisis profundo entre varias opciones de respuesta, y seleccionar la más conveniente.

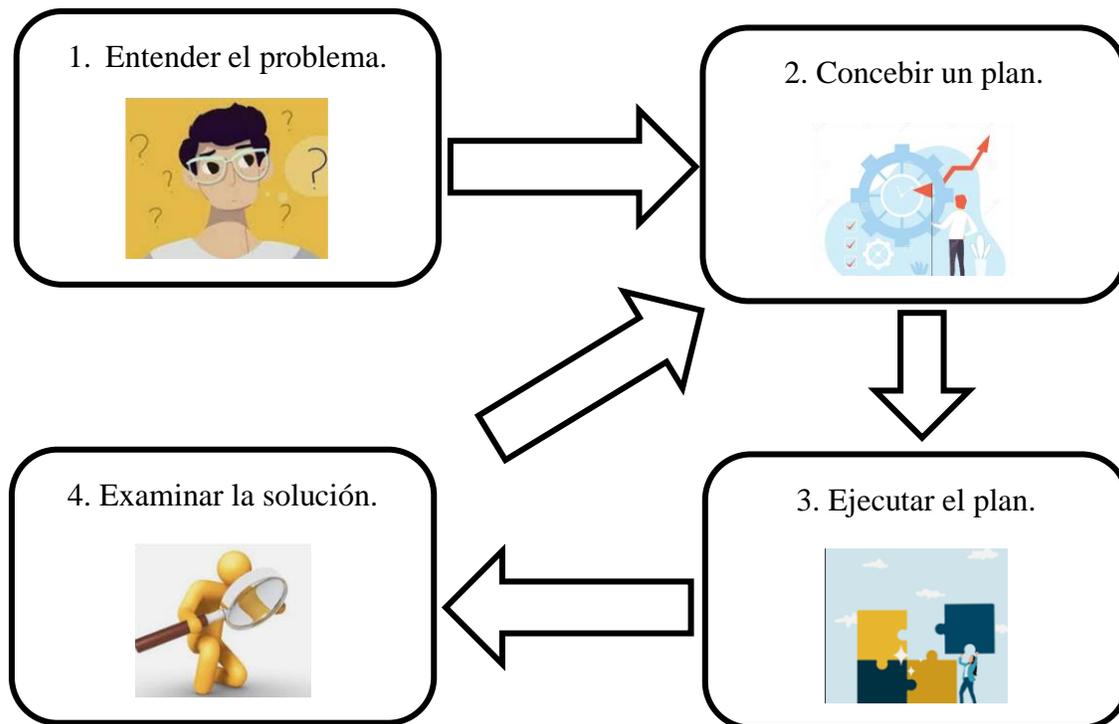
Para comprender mejor el origen de este método es necesario hablar de George Pólya, quien fue un matemático húngaro que durante el transcurso de su vida generó varios trabajos dirigidos a cómo enseñar Matemática. Según Alfaro (2006) George Pólya es considerado un personaje clave dentro del área de resolución de problemas. Cabe señalar que la importancia de su método radica en que los pasos que se utilizan, se emplean en la vida diaria, por lo que se relaciona con una perspectiva general y no la encasilla solamente en resolver operaciones matemáticas.

Pasos del método

Dentro de la resolución de problemas, es importante que los estudiantes encuentren un camino de solución adecuado guiándose en algún método. De acuerdo con Lazo (2017) que afirma que pese a la resolución de problemas parezca un proceso elemental, es necesaria la utilización de una estrategia a la hora de llegar a un resultado correcto. Este camino se sustenta a partir del método Pólya. Dicho método consta principalmente de 4 pasos bien definidos, creados con la finalidad de facilitar el proceso de resolución de problemas (Pólya, 1989):

Figura 2

Los cuatro pasos del método Pólya



Nota. Gráfico que ilustra el funcionamiento del método de Pólya. Fuente Pólya (1989).

En relación a la figura 2, los pasos del método son un proceso que guía al estudiante a encontrar la solución de un problema partiendo de sus capacidades de comprensión, reflexión, crítica y análisis. Por tanto, es un proceso que depende en gran parte del estudiante y el esfuerzo que coloque a la hora de resolver problemas de razonamiento. A continuación, se detallan cada uno de los cuatro pasos del método:

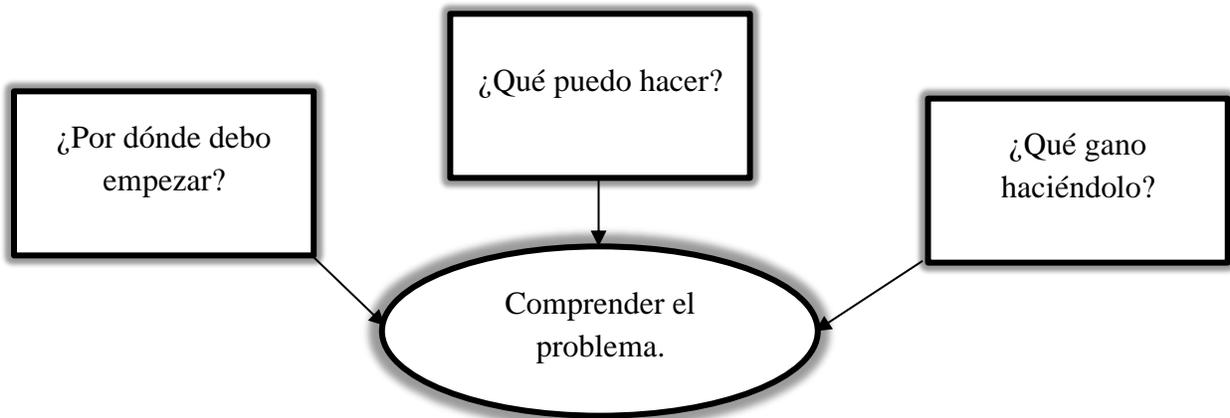
Comprender el problema

Según Pólya (1989) a la hora de comprender el problema el estudiante debe colocar el mayor énfasis posible, no importa cuantas veces deba leer el enunciado lo importante es tener las ideas claras acerca del contenido del problema y su interrogante. A la vez recalca que la comprensión es un punto primordial y básico a la hora de resolver problemas. De igual manera Rodríguez (2019) afirma que imaginarse el lugar, los datos y la situación del problema facilita su comprensión. Es decir, en este punto el estudiante debe organizar la

información del problema, así como los datos e incógnitas para tener una idea clara. En concordancia con lo anterior, el estudiante puede guiarse en las siguientes interrogantes a la hora de comprender un problema:

Figura 3

Interrogantes para comprender un problema.



Nota. Gráfico que ejemplifica el modelo de Pólya para la comprensión del problema. Fuente: Pólya (1989)

Estas interrogantes permiten agilizar el proceso de resolución de problemas, dado que ayudan a vincular y relacionar las diferentes variables y condiciones que afectan la solución de un problema, obteniendo mejores resultados.

Concebir un plan

Ramos (2017) menciona que el segundo paso del método es sutil y delicado, en el se combinan los conocimientos y la capacidad de razonar. En concordancia con esto, Pólya (1989) recalca que es bueno reflexionar sobre el contenido del problema, relacionarlo desde varias perspectivas, vincular los detalles una y otra vez e incluso buscar un nuevo significado todo esto con la finalidad de crear una estrategia adecuada que

dé solución a la interrogante del problema. En este paso, se presencia la capacidad que tiene el estudiante a la hora de enfrentarse a situaciones problemáticas.

A su vez Pólya (1989) manifiesta que en este paso el estudiante suele guiarse en problemas similares para encaminarse mejor a la solución. También hace énfasis en algunas preguntas claves que deberían ser de gran ayuda si se las aplica de manera adecuada (figura 4):

Figura 4

Interrogantes para armar un plan.



Nota.: Gráfico que ejemplifica las preguntas propuestas por Pólya para el segundo paso del método.

Fuente: Pólya (1989)

Una vez desarrolladas las preguntas por parte del estudiante, es importante evaluar si existen más vías de solución para el problema, además Ferrer et al. (2019) aluden a que es labor del docente guiar al estudiante hacia la concepción de un plan, es decir él debe implementar en su planificación las destrezas necesarias que permiten al estudiante inventar o descubrir a partir de la heurística. El docente debe encaminar al estudiante a buscar una manera adecuada y acorde para dar solución a cualquier problema que se le presente, desarrollando en ellos una mayor capacidad de razonamiento y creatividad.

Ejecutar el plan

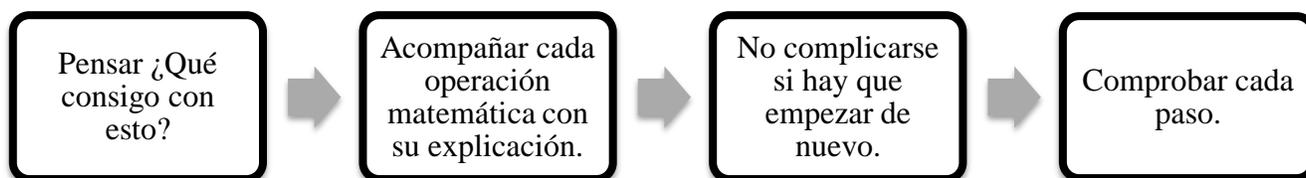
El tercer paso del método Pólya, es más técnico, en él se ejecuta el plan y se tomen en cuenta todas las variables a analizar. Villacis (2021) enfatiza que cada estudiante tiene un tiempo de resolución diferente, pues

dicho proceso es único y depende de cada individuo y sus destrezas. A su vez es necesario recalcar que este paso puede ser ejecutado varias veces, dado que los estudiantes presentan dificultades a la hora de efectuar alguna operación matemática.

Pólya (1989), Choque y Taco (2017) postulan que a la hora de aplicar el plan es necesario controlar el proceso y para eso son necesarios los siguientes criterios (figura 5):

Figura 5

Criterios para analizar durante la ejecución del plan



Nota. Gráfico que ilustra las variables a analizar en el tercer paso del método de Pólya. Fuente: Choque y Taco (2017).

En base a Pólya (1989) quien sugiere que, a la hora de ejecutar el plan, el estudiante debe estar seguro del planteamiento que realiza previamente, de igual manera debe verificar cada uno de los pasos a seguir en el proceso de resolución esto con la finalidad de que la respuesta no represente una duda al momento de iniciar el siguiente paso.

Examinar la solución

Para Pólya (1989) el último paso del método representa realizar un estudio riguroso en el que a partir de una visión retrospectiva se puede llegar a una solución mejor o diferente y descubrir nuevos hechos importante del problema. Al emplear este paso, se logra que los estudiantes adquieran nuevos conocimientos



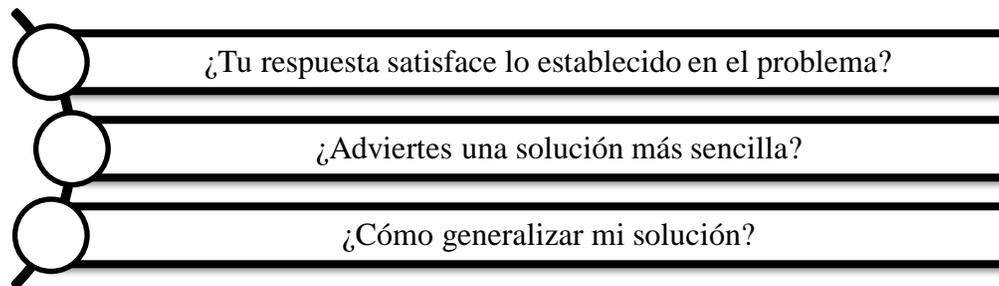
de manera ordenada y que pueden ser empleados en momentos determinados y se mejora en grandes pasos la aptitud en la comprensión y resolución de problemas.

En relación a los escritos de Pólya, Escalante (2015) hace énfasis en que en el último paso del método el estudiante debe centrarse en analizar si la solución es correcta y lógica, además de determinar nuevos caminos de solución. Por tanto, si es que existe otra manera de solucionar el problema el estudiante debe evaluar cuál es más factible y sencilla según las características del problema.

A continuación, se detallan algunas interrogantes a considerar en el último paso del método, estas permiten reflexionar acerca de la respuesta obtenida y como esta influye en el contexto del problema (figura 6):

Figura 6

Interrogantes finales del método de Pólya.



Nota. preguntas relevantes para el último paso del método de Pólya. Fuente: Pólya (1989)

1.2.3. Razonamiento

El razonamiento que viene del verbo razonar es la actividad mental, que se desarrolla en situaciones en la que el individuo tiene que vincular conocimientos anteriores con los presentes con el fin de llegar a un nuevo conocimiento (Chaparro et al., 2016). En tal sentido, razonar es el uso acertado al pensamiento y el

razonamiento, que implica comprender y dar solución no solo a una afirmación si no a varias afirmaciones. Dicho de otro modo, el razonamiento es la capacidad para resolver problemas, deducir conclusiones y sobre todo aprender de manera responsable mediante la relación causal y lógica. Dicha capacidad se desarrolla durante toda la vida, y ayuda a las personas en varios aspectos, por lo que es de suma importancia adquirir dicha habilidad durante la etapa escolar.

A su vez el razonamiento se divide en varios tipos, aunque por el momento, únicamente se aborda al razonamiento matemático, su importancia y su influencia en la resolución de problemas ya que son necesarios e importantes para el presente estudio:

1.2.3.1. Razonamiento matemático

El razonamiento matemático está encaminado a la solución de problemas, por lo tanto, según Salvatierra et al. (2019) manifiesta que “el razonamiento matemático, conlleva a un razonamiento formal de manera consciente permitiendo la solución de problemas y generar las conclusiones pertinentes” (párr. 5). A su vez genera en las personas la capacidad para resolver problemas y realizar deducciones únicamente con el fin de establecer soluciones con argumentos lógicos que sean válidos. El individuo tiene la capacidad de emplear fórmulas, realizar experimentos y resolver problemas en su vida diaria (López y Gonzáles, 2021). El razonamiento matemático impulsa la capacidad humana a enfrentarse a los problemas de la vida diaria, por lo tanto, es de suma relevancia que esta capacidad se desarrolle desde el sistema educativo.

Así mismo, dentro de los salones educativos en la enseñanza-aprendizaje de la Matemática a nivel nacional, se prioriza únicamente aprender contenidos teóricos y abstractos, dejando de lado el desarrollo del razonamiento matemático. Por ello, el proceso de enseñanza-aprendizaje se centra únicamente en aprender fórmulas que al poco tiempo serán olvidadas por el estudiante. En efecto, Chaparro et al. (2016) alude que el

objetivo de un docente de matemática debe ser el desarrollo del razonamiento matemático considerando el contexto y los conceptos que el estudiante conoce, con el objetivo de que la matemática tenga sentido para él.

Ahora bien, en relación a Ferrándiz et al. (2008) indican que la inteligencia matemática es la capacidad para organizar y estructurar elementos, con el fin de deducir y fundamentar argumentos en relación a la construcción de soluciones y la resolución de problemas. El razonamiento matemático habla sobre cómo resolver problemas, partiendo de la capacidad de analizar y argumentar ideas. En efecto, Chaparro et al. (2016) cita que el razonamiento es una actividad principalmente mental que tiene relevación en ciertas ocasiones, como por ejemplo a la hora de resolver problemas, extraer conclusiones o desarrollar un nuevo conocimiento.

Asimismo, Condo y Mejía (2021) alude que el razonamiento matemático se aprende a través de situaciones “vivenciales, por manipulación, por representación gráfica y simbólica, además de la abstracción, ya que, una vez adquirido el conocimiento este no se borrará porque la experiencia proviene de una acción vivida con anterioridad” (p.22). Por tanto, se deduce que el razonamiento matemático no se aprende de un rato para el otro, porque es un proceso que lleva tiempo y depende únicamente de la persona que está aprendiendo. Sin embargo, Rodríguez y Gonzales (2008) indican que es importante elaborar una estrategia para desarrollar el razonamiento, diseñando un programa en base a la vivencia de los procesos de razonamiento y la reflexión. En tal sentido, no se espera que todos desarrollen el razonamiento de igual forma, para algunos será más sencillo que para otros.

Razonamiento deductivo:

En relación con Dávila (2006) quien menciona que “Aristóteles y sus discípulos implantaron el razonamiento deductivo como un proceso del pensamiento en el que de afirmaciones generales se llega a

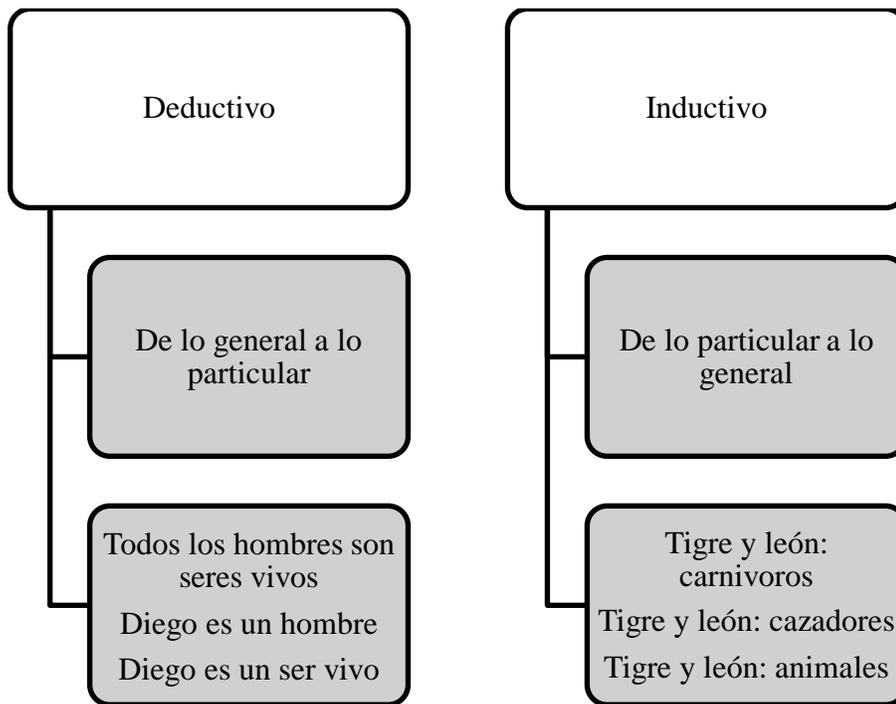
afirmaciones específicas aplicando las reglas de la lógica” (p.184). Es decir, el razonamiento deductivo se ha desarrollado desde tiempos antiguos y se relaciona de manera directa con la inferencia. Como indica Miller (2006) el razonamiento deductivo parte de principios generales a ejemplos específicos.

Razonamiento inductivo:

Por otro lado, el razonamiento inductivo que es todo lo contrario que el anterior, hace alusión que, a partir de datos particulares, se llegue a una conclusión general. Es decir, el trabajar con el razonamiento inductivo sugiere que el estudiante a través de procesos cognitivos trabaje con casos particulares y la formulación de conjeturas (Miller, 2006). Aquellos estudiantes a lo que les cuesta trabajo generalizar, principalmente ocurre porque no validan las conjeturas que formulan (Núñez, 2018). En conclusión, el uso adecuado del razonamiento inductivo sugiere un mejor desarrollo al momento de la resolución de problemas matemáticos.

Figura 7

Características del razonamiento deductivo e inductivo



Nota. Generalidades del razonamiento deductivo e inductivo

Razonamiento espacial:

El uso del razonamiento espacial, es de gran relevancia dentro del campo de estudio de la Matemática, pues como lo señala Noriega y Maris (2011) permite relacionar imágenes de una figura y visualizar propiedades sobre ella, partiendo de tres aspectos esenciales que son: percepción espacial, rotación mental y visualización. Mientras que Marín (2017) alude a que su utilización adecuada ayuda a los estudiantes a enfrentarse a los problemas de una forma más sencilla y dinámica, pues el estudiante tiene las herramientas necesarias para poder resolverlo. En tal sentido, el razonamiento espacial colabora de dos maneras en la resolución de problemas matemáticos, por una parte, permite la comprensión de figuras geométricas, relevantes en la mayoría de los problemas y por otra parte ayuda al desarrollo cognitivo del estudiante (Navas, 2011).

Estos tres razonamientos son de gran relevancia a la hora de la enseñanza en cualquier área del conocimiento, aún más de la Matemática. Al utilizar estos tres tipos de razonamiento en la resolución de problemas los resultados serán positivos, puesto que no solo se llega a una solución sino también a un aprendizaje significativo en el estudiante. A partir de estos conceptos se expone que los estudiantes son seres completamente capaces e inteligentes, aunque gracias al sistema educativo actual se conforman con solamente recurrir al uso de la memoria, y no desarrollan completamente su capacidad de razonar.

1.2.3.2. Importancia del razonamiento matemático

Sánchez (2022) aseguran que el razonamiento matemático es sumamente importante en el desarrollo integral del estudiante, dado que lo vuelve un ser consciente y mucho más pensante y capaz de resolver problemas cotidianos. Al desarrollar el razonamiento “se estimula un mejoramiento de conjunto de destrezas y habilidades que se manifiestan en el proceso de aprendizaje adquiriendo grandes resultados” (Cevallos, 2018, p.14). Por tanto, el adquirir esta capacidad es de gran relevancia en la etapa estudiantil, así que se debe priorizar el desarrollo del razonamiento a partir de la Matemática.

El razonamiento, permite al estudiante ser más curioso y que se interesen en el proceso de creación de su propio conocimiento. En concordancia con esto, Tagle (2018) afirma que el uso del razonamiento matemático es necesario y relevante para tratar temas abstractos y comprender relaciones matemáticas. Mientras que Backoff et al. (2013) señala que el desarrollo del razonamiento es importante para la adquisición de competencias básicas necesarias para la correcta comprensión de contenidos matemáticos. Esto sugiere que, el docente debe colocar énfasis en el desarrollo adecuado del razonamiento matemático.

El docente debe ser el guía en el desarrollo del razonamiento matemático, priorizando su uso, es decir, trabajar con los estudiantes de manera distinta, ayudándolos a que piensen un poco más el porqué de las cosas.

Castellano (2020) alude a que los estudiantes adquirirán la capacidad de razonamiento “en la medida en que los maestros y profesores seamos capaces de desarrollarlas, pero, para eso es preciso realizar un trabajo sistemático, consciente y profundo, de manera que, ellos sientan la necesidad de adquirir por sí mismos los contenidos” (p.5). Razón por la cual, la educación actual sugiere que los estudiantes deduzcan el funcionamiento y las características de los temas de estudio.

De manera general, la importancia del razonamiento radica en su amplio uso, entendiéndose como una disciplina transdisciplinar, es decir no únicamente centrado en la Matemática, sino también en las otras ciencias.

1.2.3.3. Capacidades y habilidades del razonamiento matemático

Según Miller (2006) y Pólya (1989) la solución de problemas matemáticos es el eje principal en el aprendizaje de la Matemática, puesto que en el proceso de aprendizaje los estudiantes desarrollan diferentes capacidades básicas tales como leer, comprender, reflexionar, analizar, establecer un plan o estrategias y comprobar la o las soluciones.

Es importante señalar que el razonamiento matemático, ayuda a desarrollar el pensamiento crítico, en relación a esto Jara (2012) señala que la capacidad de razonar es necesaria en varios aspectos de la vida cotidiana y no únicamente en ámbitos educativos. Es por esto que García (2014) indica que el pensamiento “puede abarcar un conjunto de operaciones de la razón, como son: el análisis, la síntesis, la comparación, la generalización y la abstracción” (p.101). En este sentido, gracias al razonamiento matemático se desarrolla un pensamiento crítico que recibe, analiza e interpreta información, donde pone en práctica la capacidad de razonar y esto se da desde la representación abstracta de los objetos que están presentes en nuestra mente hasta la experimentación de los objetos en la vida real.

Estas habilidades básicas de pensamiento generan materiales y herramientas necesarias para el desarrollo integral del estudiante, donde se interrelacionan los aspectos físicos, emocionales, intelectuales, sociales y espirituales mediante el desarrollo crítico, reflexivo y creativo (Lucero, 2009). En síntesis, las capacidades y habilidades del razonamiento matemático son imprescindibles en el aprendizaje de la Matemática, específicamente en la resolución de problemas, pues todo proceso está vinculado a dar respuestas a situaciones en relación con el razonamiento y el pensamiento crítico.

1.2.3.4. Influencia del razonamiento en la resolución de problemas matemáticos

Ayora (2012) sostiene que el razonamiento es la facultad humana que permite resolver problemas y extraer conclusiones, mientras que Vargas (2021) caracteriza a la resolución de problemas como componente central del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, ya que es el mecanismo utilizado para explicar un contenido. Por tanto, se concluye que la resolución de problemas permite no solo aprender matemáticas, sino también desarrollar el razonamiento en los estudiantes.

Por esta razón, la resolución de problemas matemáticos se ve influenciado en el razonamiento y en la actividad mental dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, dejando a un lado esquemas tradicionales, que únicamente brindan aprendizajes memorísticos y mecánicos. Por ello, es necesario que los estudiantes adquieran destrezas, habilidades y capacidades en el pensar y razonar, ya que les permite desarrollar el razonamiento matemático para dar solución a un problema.

1.3. Bases legales

En un estudio de evaluación educativa que realiza la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO) en 2016, plantea que dentro de los requerimientos necesarios para que los estudiantes se adapten a la sociedad globalizada, se encuentra el razonamiento matemático, pues

deben ser capaces de “Desarrollar habilidades de resolución de problemas y razonamiento matemático, y aplicar estas habilidades para formular y resolver problemas” (UNESCO, 2016, p. 27), con el fin de tener estudiantes capaces de afrontar problemas de la vida diaria. Por lo tanto, es fundamental que los estudiantes sean críticos en las situaciones que se presente en su entorno.

Por otra parte, la Constitución de la República del Ecuador, específicamente en el artículo 343, recalca que “El sistema nacional de educación tendrá como finalidad el desarrollo de capacidades y potencialidades individuales y colectivas de la población, que posibiliten el aprendizaje, y la generación y utilización de conocimientos, técnicas, saberes, artes y cultura. El sistema tendrá como centro al sujeto que aprende” (Constitución de la república del Ecuador, 2008, p. 102). En consecuencia, se entiende que los objetivos que debe tener la educación en el Ecuador es potencializar las actividades con el objetivo de desarrollar todas las competencias del estudiante, dentro de ellas la capacidad de razonamiento.

Los requerimientos presentes en la Ley Orgánica de Educación Intercultural (LOEI), afirma que “La educación general básica desarrolla las capacidades, habilidades, destrezas y competencias de las niñas, niños y adolescentes desde los cinco años de edad en adelante, para participar en forma crítica, responsable y solidaria en la vida ciudadana” (LOEI, 2011, p. 39), nuevamente hace alusión al desarrollo de capacidades necesarias para que el estudiante afronte la realidad de su entorno, entendiendo al razonamiento matemático como una de ellas. Es importante que dentro de las instituciones educativas a nivel nacional se trabaje en el aprendizaje de la Matemática, pues esto permite que los estudiantes al llegar a un nivel superior no tengan dificultades al momento de adquirir y aplicar nuevos conocimientos.

Al momento de analizar los criterios de la UNESCO, la Constitución del Ecuador y la LOEI, se infiere que la Educación General Básica busca que el estudiante sea capaz de resolver problemas de la vida diaria, de



cierta manera prepara al mismo para futuro aprendizajes, y sin mayores preocupaciones. Pero para poder lograrlo es necesario crear motivación en el estudiante, para que desarrolle las habilidades y destrezas necesarias en la Educación General Básica.

Dentro del Proyecto Educativo Institucional (PEI) de la U.E. Luis Cordero, en el área de problemas priorizados hace énfasis en el bajo nivel de razonamiento que presentan los estudiantes en todos los niveles educativos, desde la básica media al bachillerato. Es por esto que como institución se proponen mejorar el proceso de aprendizaje de la Matemática en las destrezas y habilidades para el desarrollo del razonamiento lógico.

Capítulo II. Marco metodológico

2.1. Diseño de investigación

La investigación se basa en un diseño experimental, según Palella y Martins (2012) “el investigador manipula una variable experimental no comprobada, bajo condiciones estrictamente controladas. El investigador domina las condiciones bajo las cuales se realiza el experimento y modifica sus variables independientes para obtener los resultados” (p. 86). Por tanto, la propuesta de intervención educativa manipula la variable independiente denominada método Pólya con la finalidad de contribuir de manera favorable en la variable dependiente denominada razonamiento matemático.

El diseño experimental utiliza dos grupos, uno de ellos conocido como grupo experimental, en el cual la variable independiente se manipula a favor de la investigación, mientras en el grupo conocido como control no está sujeto a la modificación, éste con el objetivo de evaluar los efectos que tiene la variable independiente sobre la variable dependiente.

2.2. Paradigma de investigación

Para Alvarado y García (2008) el paradigma socio-crítico se sustenta en la crítica social en el estudio de la realidad educativa, la autonomía racional y la participación de los sujetos de estudio, con la finalidad de aportar a un cambio en la sociedad mediante la capacitación constante. En otras palabras, el investigador desde la práctica educativa desarrolla procesos de auto reflexión crítica en la participación, colaboración y formación de los miembros de la sociedad para la toma de decisiones en la transformación del contexto educativo. De acuerdo con Unzueta (2011), el paradigma sociocrítico en la investigación educativa trata de entender e interpretar la realidad con el fin de lograr relacionar e integrar los conocimientos a los valores.

Asimismo, Blanco et al. (2013) mencionan las principales características del paradigma socio-crítico

- Conocer y comprender la realidad.
- Relacionar teoría y práctica.
- Enfatizar la neutralidad de la ciencia y de la investigación.
- Implicar al investigador a la auto reflexión en la solución de sus problemas.

En relación con lo anterior, la epistemología de esta investigación nace del estudio y el análisis de la realidad educativa inmersa en las dificultades que presentan los estudiantes al momento de resolver problemas matemáticos. La aplicación del método Pólya permite contribuir a la resolución de problemas matemáticos para el desarrollo del razonamiento de los estudiantes. Además, los miembros de la comunidad educativa se mantienen en constante participación.

2.3. Enfoque de investigación

De igual manera, el presente estudio asume un enfoque MIXTO, pues el objetivo de la investigación mixta es vincular tanto la investigación cualitativa como cuantitativa partiendo de sus fortalezas para disminuir sus debilidades (Hernández et al., 2018). Esta relación permitirá enriquecer la información y los resultados de la investigación en el acercamiento de la realidad educativa.

Por una parte, la investigación cuantitativa permite obtener datos y resultados estadísticos; y por otra parte la investigación cualitativa presenta resultados subjetivos en forma narrativa (McMillan y Schumacher, 2005). En este sentido, la recolección de información permitirá dar más valor al análisis de datos cuantitativos y cualitativos.



2.4. Tipo de investigación

En este apartado se hace énfasis a la investigación educativa que está relacionada concretamente al ámbito educativo, Albert (2007) afirma que la investigación educativa es “la aplicación del conocimiento científico, ciencia, método científico e investigación científica aplicados todos ellos al ámbito de la educación” (p. 19). En otras palabras, los procesos de elaboración y aplicación de los conocimientos científicos permiten ser aplicados a investigaciones educativas para el beneficio de la calidad en la educación, en este caso todo proceso investigativo parte del diagnóstico del problema observado.

Con relación a lo anterior, el presente estudio también asume el tipo de investigación longitudinal, dado que analiza cambios con el paso del tiempo (Hernández et al., 2018). A través de un estudio observacional que recoge datos cualitativos y cuantitativos.

De igual forma, el tipo de investigación es cuasi experimental, puesto que se manipula la variable independiente con el fin de observar efectos en la variable dependiente. Cabe recalcar, que los grupos de investigación existen previo a la intervención (Hernández et al., 2018). Por lo que, se busca a partir de dos grupos analizar la incidencia del método Pólya en el razonamiento matemático.

Al trabajar con un tipo de investigación cuasi experimental, se tienen dos grupos. Por una parte, el grupo control, aquí no se trabaja con la variable independiente, porque no está inmersa al tratamiento experimental. Por otra parte, el grupo experimental, en él se manipula la variable independiente a favor de la investigación. (Palella y Martins, 2012). En este sentido, el estudio se enfoca en la aplicación de los cuatro pasos del método Pólya únicamente en el grupo experimental, mientras que en el grupo control, no se emplea ningún método para la resolución de problemas de razonamiento matemático.

2.5. Método de investigación

En cambio, el método es la investigación acción porque busca mejorar y transformar fenómenos de carácter educativo (Blanco et al., 2013). Cabe recalcar, que la investigación acción está vinculada al paradigma socio-crítico. Por ello, la presente investigación se fundamenta en seleccionar instrumentos acordes a las necesidades del estudio con el fin de obtener resultados exitosos. Además, la comunidad educativa estará en constante participación durante la práctica.

2.6. Contexto de estudio

El estudio se desarrolla en la U.E. Luis Cordero ubicada en la calle Ingapirca y Rafael María García, perteneciente a la provincia de Cañar, cantón Azogues, parroquia Azogues. Los niveles educativos que ofertan son Educación inicial, Educación General Básica, Bachillerato General Unificado y Bachillerato Internacional. La U.E. cuenta con aproximadamente 2288 estudiantes y 85 maestros en la jornada matutina y vespertina. Además, la gestión y planificación a corto y largo plazo de la U.E. está respaldada en documentos institucionales como el Proyecto Educativo Institucional (PEI), Proyecto Curricular Institucional (PCI) y el Código de Convivencia.

2.7. Población de estudio

La presente investigación tiene como población a todos los estudiantes y docentes de la U.E Luis Cordero, es decir alrededor de 2288 estudiantes y 85 maestros.

Muestra de estudio: La muestra está conformada únicamente por dos paralelos de 8° año de EGB de la U.E. Luis Cordero y la docente de matemática. El paralelo B con 34 estudiantes y el paralelo C con 34, dando un total de 68 estudiantes. Los mismos que tienen como promedio de edad 13 años. En la siguiente tabla se expone la cantidad de estudiantes por paralelo y al grupo que conforman:



Tabla 1

Número de estudiantes que participan en la investigación

Paralelo	Número de estudiantes	Porcentaje	Grupo
B	34	50%	Experimental
C	34	50%	Control
Total	68	100%	

Nota. En esta tabla se observa la cantidad de estudiantes que sirven como muestra para el estudio.

En relación a la tabla, la muestra está compuesta por 34 estudiantes del paralelo B que corresponden al grupo experimental y representan el 50% del total de datos, mientras el 50% restante corresponde al grupo control que cuenta con 34 estudiantes del paralelo C, dando un total de 68.

2.8. Operacionalización de variables

A continuación, se expone la operacionalización de las variables, en base a la definición conceptual se consideran las respectivas dimensiones e indicadores:

Tabla 2

Operacionalización de la variable

Variable	Definición conceptual	Dimensiones	Indicadores	Ítems	Técnicas
Variable Dependiente: Razonamiento matemático	“Es la capacidad para construir soluciones y resolver	Razonamiento deductivo	El estudiante deduce un hecho de lo general a lo específico	Capacidad del estudiante a la hora de deducir problemas	Prueba de contenido Observación Participante



problemas, estructurar elementos para realizar deducciones y fundamentarlas con argumentos sólidos” (Ferrándiz et al., 2008. p 214).				Prueba de evaluación
	Rozamiento inductivo	El estudiante induce a partir de datos específicos un hecho general	Capacidad del estudiante a la hora de inducir problemas	Prueba de contenido Observación Participante Prueba de evaluación
	Razonamiento espacial	El estudiante visualiza y relaciona objetos de manera abstracta	Capacidad del estudiante en visualizar y distinguir entre distintos objetos de dos o tres dimensiones	Prueba de contenido Observación Participante Prueba de evaluación
	Resolución de problemas	El estudiante resuelve problemas Evalúa resultados obtenidos de situaciones problemáticas Resuelve problemas de contexto real y matemático	De qué manera el estudiante resuelve problemas De qué manera el estudiante evalúa resultados obtenidos De qué manera el estudiante resuelve problemas de contexto real y matemático	Observación Participante Entrevista Prueba de <u>evaluación</u>



Variable independiente: Método Pólya	“Proporciona al alumno estrategias para seleccionar las posibles alternativas de solución, mediante un razonamiento solución, mediante la comprensión del problema que genere en ellos la planificación y ejecución provisional al plausible que facilite el descubrimiento de dicha solución de un plan con visión retrospectiva” (Pólya, 1998, citado por Zorrilla, 2021)	Comprender el problema	Reconoce los datos e incógnitas del problema	El estudiante analiza a profundidad el enunciado del problema	Observación Participante Grupo focal
		Diseñar un plan	Realiza un gráfico para comprender el problema	De qué manera el estudiante identifica los datos e incógnitas del problema	
			Resolver el problema por partes	El estudiante relaciona el enunciado mediante representación gráfica	Observación Participante Grupo focal
		Ejecutar el plan	Elabora un plan para resolver el problema	El estudiante secciona el problema según las interrogantes	Observación Participante Grupo focal
			Implementa correctamente la estrategia seleccionada	Plantea de manera adecuada la estrategia seleccionada	
		Llega a una línea de solución adecuada	El estudiante aplica diferentes pruebas con el fin de mejorar la		Observación Participante Grupo focal



		respuesta del problema	
	Analiza otra manera de obtener la solución	El estudiante busca otro plan para dar solución al problema	Observación Participante Grupo focal
Examinar la solución	Analiza de manera correcta si la respuesta soluciona el problema	El estudiante comprueba la respuesta obtenida y si a su vez satisface o no el enunciado del problema	Observación Participante Grupo focal
	Generaliza y analiza a profundidad la solución	contexto del problema y reconoce que su plan puede ser ejecutado en problemas similares	

Nota. Esta tabla detalla las variables a estudiar en la presente investigación.

2.9. Técnicas e instrumentos de investigación

Las técnicas de investigación, permite al investigador tener una idea más clara del problema de investigación y como afecta a la muestra seleccionada, la correcta aplicación de las mismas permite tener resultados adecuados,

de los cuales se obtienen conclusiones objetivas. De igual manera, los instrumentos son el medio por el cual se aplica la técnica, para su realización se tiene un análisis profundo y detallado de la variable de estudio. En la siguiente tabla se resumen las técnicas e instrumentos utilizados en la presente investigación:

Tabla 3

Técnicas e Instrumentos de la investigación

Técnicas	Instrumentos
Observación participante	Diario de campo Guía de observación
Entrevista	Guía de entrevista
Encuesta	Cuestionario
Grupo focal	Guía de grupo focal
Prueba de evaluación	Prueba de diagnóstico Prueba final

Nota. Esta tabla resume las técnicas e instrumentos de la investigación.

A continuación, se describe cada técnica con su respectivo instrumento.

2.9.1. Observación participante

Dentro de las técnicas de investigación cualitativa, aparece la observación participante, la misma que según Albert (2007) es una serie de anotaciones acerca de los acontecimientos y comportamientos que suceden dentro del salón educativo y que son importantes para el estudio. En este caso se trata de identificar cada uno de los sucesos que ocurren dentro del aula. A su vez Hernández et al. (2018) mencionan que la observación participante no se centra únicamente en anotar los acontecimientos que se desarrollan durante la investigación, sino profundizar, analizar y reflexionar sobre la realidad del contexto de estudio. En este caso el investigador a partir de la observación, determina conclusiones en base al análisis crítico de la realidad observada.

Diario de campo (Anexo 1): Para Hualpa (2019) el diario de campo es un instrumento que ayuda a la reflexión de la realidad educativa, además de registrar los acontecimientos que ocurren dentro del salón de clase, permitiendo que el investigador, recopile datos en los aprendizajes conceptuales, procedimentales y aptitudinales. El presente instrumento tiene como objetivo principal recolectar información sobre las dificultades que presentan los estudiantes al momento de resolver problemas de razonamiento. El diario de campo se realiza durante varias etapas de la investigación, permitiendo analizar a profundidad la muestra seleccionada.

Guía de observación (Anexo 2): Al momento de realizar la observación participante, el instrumento al que se acude es la guía de observación, pues la misma ayuda a organizar la información de manera crítica lo cual permite verificar todos los aspectos de estudio (Campos y Lule, 2012). Además, ayuda a centrarse de manera directa en el problema y ver cómo este afecta a la muestra seleccionada. En cuanto al objetivo del instrumento se pretende observar el comportamiento de los estudiantes en las clases de matemática y la capacidad que tienen para resolver problemas.

2.9.2. Entrevista

Nuevamente una técnica de la investigación cualitativa es la entrevista, la misma que según Díaz et al., (2013) tiene ventaja sobre otras técnicas, ya que proporcionan información más clara y detallada constatando la información de otros instrumentos. La entrevista si bien tiene una estructura clara, se va modificando en el proceso de realización, por lo que las respuestas obtenidas son más valiosas. De igual forma, Alber (2007) señala que la entrevista “es un encuentro hablado entre dos individuos que comporta interacciones tanto verbales como no verbales” (p. 122), al realizar una entrevista, el entrevistador se adentra en las ideas del entrevistado, para comunicarse con él de manera directa y conocer más a profundidad el objeto de estudio.

Guía de entrevista (Anexo 3): La guía de entrevista contiene una serie de interrogantes referentes a las variables a analizar, se busca que el entrevistado conteste de manera adecuada a cada una de ellas para poder establecer conclusiones válidas a partir de las respuestas obtenidas. La misma tiene como objetivo recopilar información sobre el método que se utiliza en la resolución de los problemas, es decir con qué método se trabaja para la resolución de problemas y si este es efectivo o no. Además, se pretende averiguar la percepción que tiene la docente sobre los problemas de razonamiento y las metodologías que utiliza en las clases de matemática. La entrevista se aplicó a la docente de matemática de 8° año de EGB de la U.E. Luis Cordero.

2.9.3. Encuesta

Por otra parte, es una técnica cuantitativa de investigación, la misma que para López y Fachelli (2015) significa una recogida de datos a partir de la interrogación a varios sujetos, con el propósito fundamental de obtener información sistemática sobre el problema de investigación, esto sugiere que el investigador está centrado en lo que quiere conocer, pues las respuestas derivan de opciones múltiples, es por esto que el encuestado no tiene una libertad de opinión, al contrario se rige únicamente a las opciones propuestas.

Cuestionario (Anexo 4): Para la realización adecuada de una encuesta se recurre como instrumento al cuestionario, el mismo que por lo general, corresponde a preguntas cerradas, lo que permite una codificación rápida, pues las preguntas tienen opciones de solución, obteniendo mucha información. Sin embargo, es necesario aludir a que las preguntas deben estar bien elaboradas e igual las opciones de respuesta evitando así errores al momento de la codificación y la interpretación (Kuznik et al., 2010). El cuestionario se aplica a los estudiantes de 8° año de EGB, en la etapa de diagnóstico, a la muestra previamente mencionada, el mismo se realiza con el fin de analizar las dificultades al momento de resolver problemas de razonamiento matemático.

2.9.4. Grupo focal

Al momento de establecer una conversación con un amigo de confianza, las palabras fluyen sin problema, pues el grupo focal busca crear esta misma idea con la muestra estudiada, pues a partir de un conversatorio, se pretende conocer realmente la opinión de los estudiantes, sin que ellos sientan la presión de responder todo de manera favorable. En tal sentido para Hamui y Valera (2013) aluden a que en los grupos focales crean espacios de diálogo en el que todos se expresan de manera clara y directa el sentir, pensar y vivir.

A partir del grupo focal, el investigador analiza las perspectivas de la muestra pues una de las principales ventajas de esta técnica es “la de ofrecer información respetando las opciones y los términos utilizados por los participantes” (García y Rodríguez, 2000, p. 181).

Guía de grupo focal ([Anexo 5](#)): Para la realización adecuada de un grupo focal, es necesario, tener varias interrogantes. Así mismo, para verificar las respuestas obtenidas es necesaria la ayuda de un moderador. De igual manera es necesario crear un ambiente de confianza, en donde todos los participantes se sientan a gusto y las respuestas no se encuentren limitadas, si no que fluyan con absoluta veracidad. El objetivo del grupo focal es conocer el punto de vista que tienen los estudiantes acerca del método Pólya y si consideran que los ayuda al momento de resolver problemas. El grupo focal se realiza una vez terminada la propuesta de intervención educativa.

2.9.5. Prueba de evaluación

La prueba de evaluación se utiliza con la finalidad de medir el grado de aprendizaje que ha alcanzado un sujeto en cualquier circunstancia educativa. De igual manera se usa para medir el logro de competencias y deducir el comportamiento de un grupo para cuantificar su heterogeneidad. En tal sentido, su finalidad es valorar el resultado de un aprendizaje o labor didáctica. (Pallela y Martins, 2012).

Prueba de diagnóstico ([Anexo 6](#)): la prueba piloto se realiza con la finalidad de conocer a profundidad como afecta el problema a la muestra seleccionada. En cuanto al objetivo del instrumento es conocer la capacidad de los estudiantes al momento de resolver problemas de razonamiento matemático previo a la intervención educativa.

Prueba final ([Anexo 7](#)): Por otra parte, la prueba final ayuda a verificar si la misma tuvo resultados favorables para la muestra. Su objetivo es conocer la capacidad de los estudiantes al momento de resolver problemas de razonamiento matemático una vez se aplica la propuesta de intervención educativa.

2.10. Resultados del diagnóstico

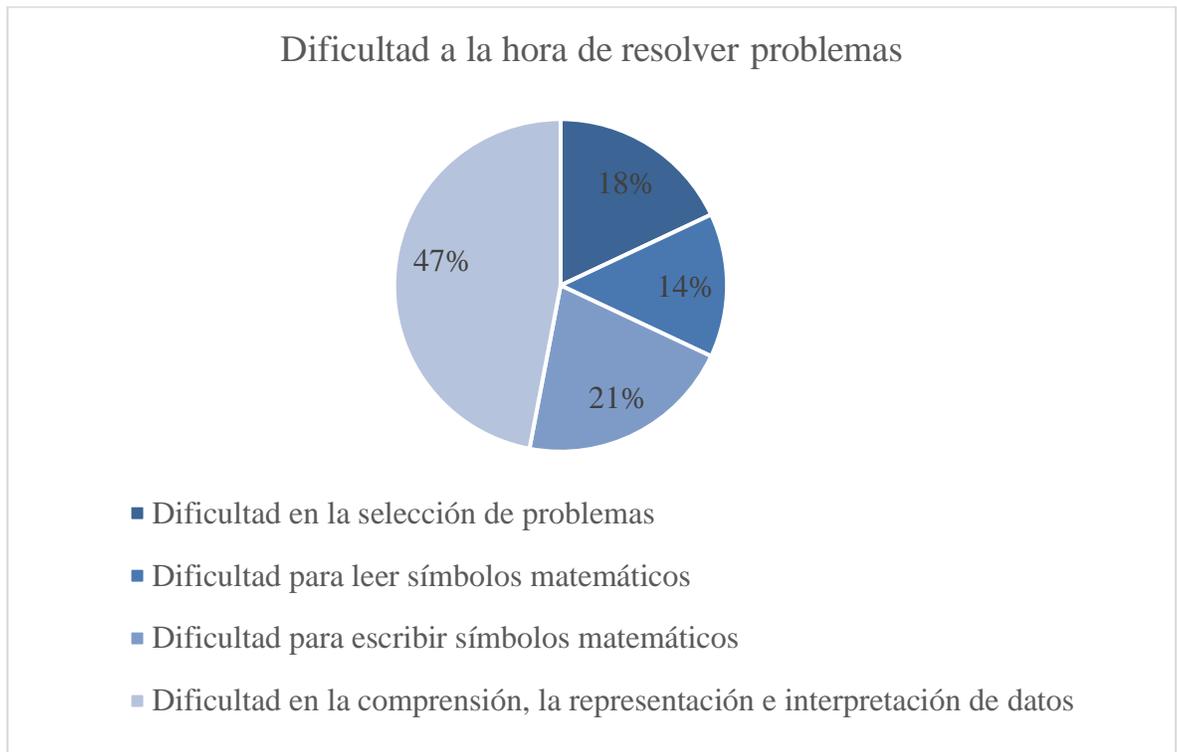
En el siguiente apartado, se da a conocer la información obtenida de los instrumentos, donde se establece una discusión rigurosa de los instrumentos, que a su vez se la relaciona con distintos referentes teóricos.

Resolución de problemas

En 8° año de EGB en los paralelos B y C se evidencia, a partir de la observación participante las complicaciones que tienen los estudiantes a lo hora de resolver problemas:

Figura 8

Dificultades en la resolución de problemas



Nota. Gráfico de pastel. Elaboración propia.

- **Dificultades para leer símbolos matemáticos:** En relación a los datos obtenidos en la encuesta, el 14% de estudiantes afirman que no pueden leer símbolos matemáticos, esto se constata con la observación, puesto que los estudiantes al leer mal los símbolos matemáticos llegan a desarrollar un cálculo incorrecto. Sin embargo, la docente afirma que los símbolos matemáticos son necesarios para desarrollar cualquier tipo de operación matemática y que tienen un gran uso dentro de la misma.
- **Dificultades al escribir símbolos matemáticos:** En el transcurso de las prácticas preprofesionales se observa que algunos estudiantes no pueden escribir símbolos matemáticos, no obstante, ellos tampoco conocen el significado, y es por ello que al resolver cualquier tipo de problema llegan a un camino de solución erróneo. A su vez, el 21% de los estudiantes afirman que tienen esta dificultad.



- **Dificultad en la comprensión, la representación e interpretación de datos:** En relación a las dificultades anteriores, los estudiantes no comprenden los enunciados de los problemas, debido a la baja comprensión lectora y al desinterés que presentan a la hora de resolver problemas. Así mismo, la docente de matemática afirma que los estudiantes están acostumbrados a únicamente resolver ejercicios, y esto se certifica con la encuesta pues un 47% de estudiantes señalan que no consiguen interpretar, representar y comprender datos.
- **Dificultad en la selección de operaciones:** En énfasis a la entrevista y a la observación participante se deduce que por las clases virtuales un gran número de estudiantes presentan pocos conocimientos para el nivel educativo en el que se encuentran. Por tanto, los estudiantes no pueden resolver operaciones básicas como la suma, resta, multiplicación y división. Y así que el 18% no pueden seleccionar operaciones a la hora de resolver problemas.

Razonamiento matemático

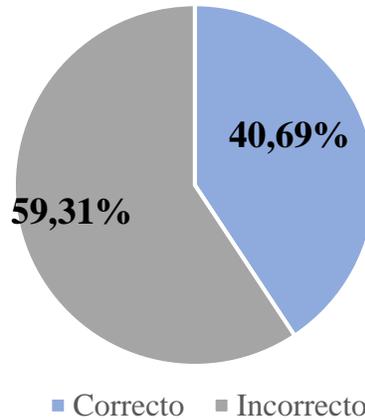
- **Razonamiento deductivo:** En relación al razonamiento deductivo, se observa que el 40,69% de estudiantes logra deducir a partir de un hecho general a uno específico.

Figura 9

Resultados obtenidos en el razonamiento deductivo.



Razonamiento deductivo



Nota: Gráfico de pastel. Elaboración propia

En cuanto al razonamiento deductivo se “puede organizar lo que ya se conoce y señalar nuevas relaciones conforme pasa de lo general a lo específico, pero sin que llegue a constituir una fuente de verdades nuevas” (Dávila, 2006, p. 185). En este sentido, partiendo de la definición de razonamiento deductivo se evalúa a los estudiantes en aspectos como el cálculo de operaciones matemáticas básicas como sumas y multiplicaciones.

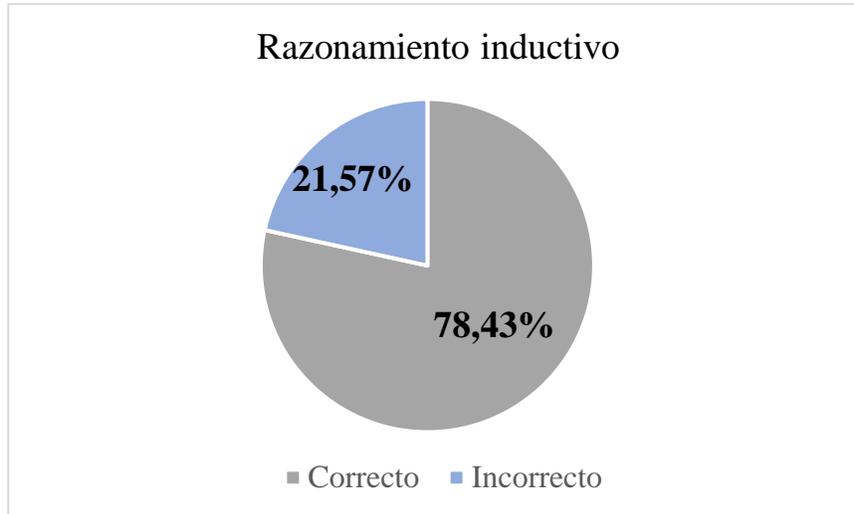
De manera general, los estudiantes presentan mayor dificultad en el razonamiento deductivo dado que un total de 59,31% no puede deducir un hecho específico.

- **Razonamiento inductivo:** En el gráfico se observa que el 78,43% de los estudiantes obtienen respuestas correctas en el razonamiento inductivo, lo que significa que el estudiante consigue inducir a partir de datos específicos llegar a una conclusión general. Por el contrario, el 21,57% de los estudiantes obtienen respuestas incorrectas en el razonamiento inductivo.

Figura 10



Resultados obtenidos en el razonamiento inductivo.



Nota: Gráfico de pastel. Elaboración propia.

Según Pólya (1989) el razonamiento inductivo se centra en la búsqueda de patrones en la regularidad de casos particulares, y en la formulación de conjeturas de acuerdo a un patrón detectado,

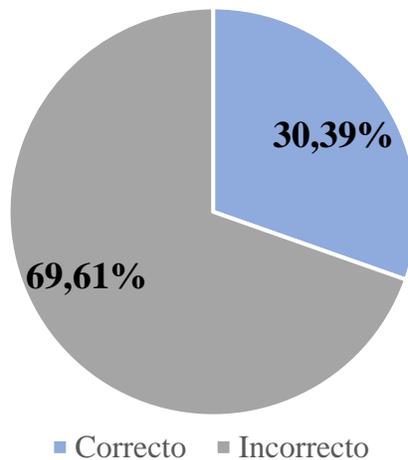
De manera general, se llega a la conclusión de que la dificultad que presentan los estudiantes en cuanto al razonamiento inductivo no recae específicamente en la capacidad de inducir un hecho. Sino posiblemente en las demás dimensiones evaluadas.

- **Razonamiento espacial:** En el gráfico se observa que solo el 30,39% de estudiantes pueden visualizar y relacionar objetos de manera abstracta. Esto indica que hay un gran número de estudiantes que presenta dificultades en el razonamiento espacial, es decir en la visualización de objetos en tercera dimensión. En tal sentido, los docentes de matemática deben trabajar en el desarrollo de actividades que fortalezcan el razonamiento espacial.

Figura 11

Resultados obtenidos en el razonamiento espacial

Razonamiento espacial



Nota: Gráfico de pastel. Elaboración propia

A partir de los resultados obtenidos es primordial indicar que la resolución de problemas matemáticos es la capacidad más importante para el desarrollo del razonamiento, la misma que sugiere un aprendizaje a lo largo de la vida y que contribuye a desarrollar estrategias mentales con el fin de resolver situaciones de la vida real (Calvo, 2008). De igual manera, Campistrous y Rizo (1999) hacen referencia que la resolución de problemas está inmersa como una de las actividades básicas del pensamiento. Por lo tanto, Vilanova et al., (2001) aluden a que debe “existir un acuerdo general en aceptar la idea de que el objetivo primario de la educación matemática debería ser que los alumnos aprendan Matemática a partir de la resolución de problemas” (p.2).

Por otra parte, es fundamental mencionar que como se está trabajando en el 8° año de Educación General Básica los estudiantes deben tener el dominio de resolver problemas matemáticos que vinculen las cuatro operaciones básicas, como es la suma, la resta, la multiplicación y división. Pero el caso no es así, debido a que la mayoría de estudiante tienen dificultades al momento de realizar operaciones como multiplicación y división.

Capítulo III. Método Pólya, un camino al razonamiento matemático

3.1. Objetivo de la propuesta

- Contribuir al razonamiento matemático en la resolución de problemas mediante la implementación del método Pólya.

3.2. Descripción de la propuesta

La propuesta está encaminada a cubrir las dificultades encontradas en el razonamiento matemático. Está parte de la implementación del método Pólya, que se fundamenta en el método heurístico creado por el matemático George Pólya, que con sus cuatro pasos: comprender el problema, diseñar un plan, ejecutar el plan y examinar la solución, busca facilitar la solución de problemas matemáticos.

En el ámbito de la educación, enseñar matemática con métodos tradicionales se centra en la memorización de fórmulas y la constante repetición de ejercicios, motivo por el que aprender matemáticas es complejo para los estudiantes. Cabe recalcar, que el currículo ecuatoriano 2016, en las destrezas con criterios de desempeño está expuesto que las planificaciones curriculares deben incorporar diversas actividades, que vinculen contenidos teóricos en situaciones reales.

En esta perspectiva, la presente propuesta de intervención está enfocada a desarrollar clases teóricas-prácticas, para ello se desarrolla un sistema de actividades. El sistema de actividades es un conjunto de actividades vinculadas y relacionadas entre sí, que permite el logro de un objetivo general como solución a un problema (Martínez, 2006 citado en Garriga 2011). Cada actividad tiene como objetivo la resolución de problemas, esto con el fin de conocer la incidencia del método Pólya en el razonamiento matemático. De igual manera, esta se centra en mejorar las capacidades en la resolución de problemas matemáticos mediante el desarrollo de las habilidades del razonamiento.



En relación con lo anterior, los métodos activos nacen con una nueva ideología de la escuela nueva que fue creada por Adolphe Ferrière, donde hace énfasis a las actividades del estudiante en su proceso de aprendizaje. Por tanto, la escuela nueva se caracteriza en desarrollar el pensar, el experimentar y el analizar problemas, con la finalidad de lograr un aprendizaje significativo. Es decir, el método activo ayuda a potencializar diversas capacidades y habilidades en el aprendizaje activo del estudiante, en la adquisición de nuevos conocimientos.

Por tanto, el sistema de actividades identifica e implementa métodos activos para mejorar el aprendizaje del estudiante en base a sus necesidades. Las clases teóricas se planifican a partir de la aplicación de métodos activos (el aprendizaje colaborativo, el aula invertida y la gamificación.), esto con el objetivo de que las clases sean interactivas y participativas. Es primordial que en todas las áreas de conocimiento se aplique un método activo, puesto que permite al estudiante adquirir un rol participativo en la creación de nuevos aprendizajes.

Métodos activos aplicados en la propuesta de intervención

Aprendizaje colaborativo

Las instituciones educativas tienen como objetivo formar ciudadanos con capacidades para adaptarse y relacionarse a los nuevos cambios. Esto es un reto para el cuerpo docente, puesto que el deber de ellos es implementar métodos o estrategias didácticas para el aprendizaje con el fin de despertar el interés del estudiante. Por tal razón, en este apartado se da la explicación del aprendizaje colaborativo como una metodología activa.

El trabajo colaborativo invita a los estudiantes a vincular diferentes ideas con el fin de construir y aportar al aprendizaje de nuevos conocimientos. Puesto que constituye un modelo de aprendizaje interactivo, que

permite fortalecer competencias y talentos mediante un proceso que les permitan lograr las metas (Revelo et al., 2018).

Aula Invertida

En la actualidad, el uso del aula invertida en las instituciones educativas como metodología activa permite desarrollar aprendizajes previos a los contenidos de clase y fomenta en el estudiante la comprensión de esos contenidos. Además, el Aula Invertida hace uso de las herramientas tecnológicas con el fin de acceder a las diferentes plataformas educativas permitiendo el apoyo fuera y dentro del aula, y gracias a esta utilización es posible la adquisición de las competencias digitales.

Es por esto que el aula invertida busca lograr un aprendizaje activo en los estudiantes, puesto que previo a la enseñanza de los contenidos de estudio los estudiantes tendrán un aprendizaje autónomo donde realizarán diversas actividades en casa cómo buscar información, ver videos, realizar ejercicios, para luego compartirlo en clase en debates, conferencias, resolución de problemas, experimentos de laboratorio, juegos de roles, etc. (Chacano et al., 2020).

Gamificación

Los juegos permiten despertar la motivación del estudiante en el aprender jugando, y es así que la gamificación es un método de aprendizaje donde se utiliza la mecánica de juegos en el ámbito educativo con el fin de conseguir mejores resultados en la adquisición de conocimientos (Gaitán, 2013).

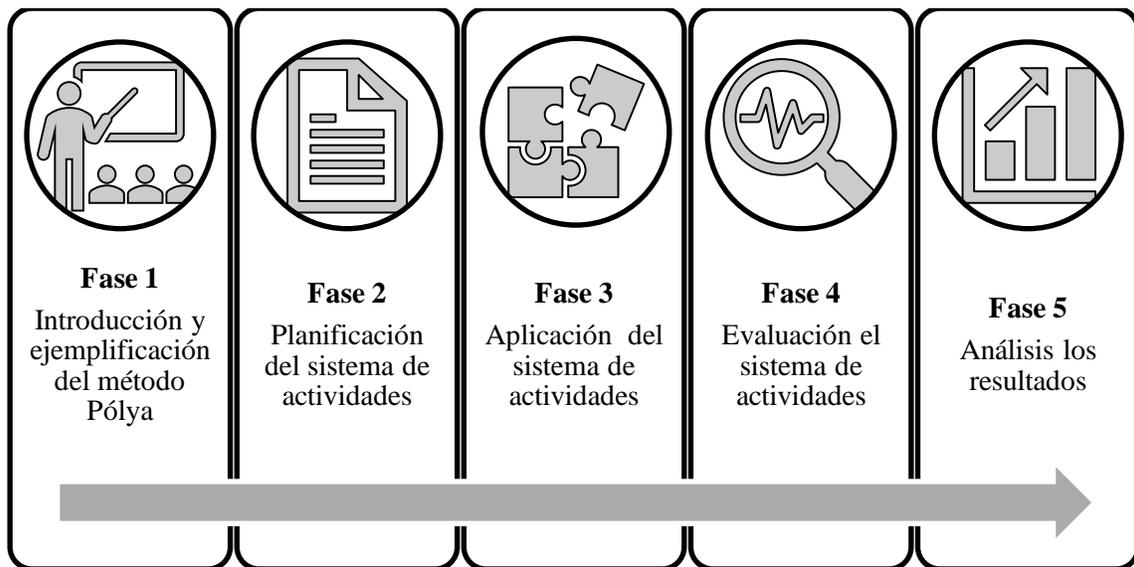
Pérez (2016) citado por Iza (2019) señala que la gamificación es “la utilización de mecanismos, la estética y el uso del pensamiento, para atraer a las personas, incitar a la acción, promover el aprendizaje y

resolver problemas” (p.9). Es decir, la gamificación es un método activo que se basa en utilizar juegos, con el fin de desarrollar el pensamiento, las capacidades y habilidades de los estudiantes.

3.3. Fases de la propuesta

Figura 12

Fases de la propuesta de intervención



Nota. Elaboración propia

3.3.1. Fase 1. Introducción u ejemplificación del método Pólya

En esta fase se planifica la sesión de clase para la explicación de la presente propuesta de intervención únicamente al grupo experimental que conforman el 8° B. Para ello se aborda puntos claves como el origen del método Pólya y sus cuatro pasos para la resolución de problemas.

La sesión de clase se ve enfocada a la explicación de los cuatro pasos que son: Comprender el problema, diseñar un plan, ejecutar el plan y examinar la solución, se menciona a los estudiantes que este método es sistemático y organizado para la resolución de cualquier problema matemático.

Para constatar se ejemplifica el método Pólya en varios problemas matemáticos con el objetivo de que los estudiantes puedan entender este método con más claridad, a continuación:

Tabla 4

Ejemplo de un problema resuelto mediante el método Pólya

Problema: En su preparación para ingresar en la universidad, Pablo se propone realizar una cantidad de problemas cada semana, de acuerdo con la siguiente secuencia:

$$\underbrace{(1 + 3 + 5)}_{\text{Semana 1}}, \underbrace{(1 + 3 + 5 + 7)}_{\text{Semana 2}}, \underbrace{(1 + 3 + 5 + 7 + 9)}_{\text{Semana 3}} \dots$$

¿Cuántos problemas resolverá en la quinta semana?

Comprender el problema	Diseñar un plan	Ejecutar el plan	Examinar la solución
<i>En este paso anotamos los datos e interrogantes del problema.</i>	<i>En este paso, se crea una estrategia de solución.</i>	<i>Se resuelve el problema en base a la estrategia.</i>	<i>Consiste en analizar la respuesta.</i>
1ra: (1+3+5)	Para resolver el	4ta: (1+3+5+7+9+11)	Como la respuesta
2da: (1+3+5+7)	problema voy a	5ta: (1+3+5+7+9+11+13)	satisface la pregunta o
3ra: (1+3+5+7+9)	continuar la secuencia y	Una vez tengamos el	incógnita, se coloca la
Incógnita:	sumar el total de	dato, sumamos los	respuesta.
¿Cuántos problemas resolverá en la quinta semana?	problemas realizados.	valores:	R: Pablo resolverá 49
		=49	problemas en la quinta
			semana de preparación
			para el ingreso a la
			universidad.

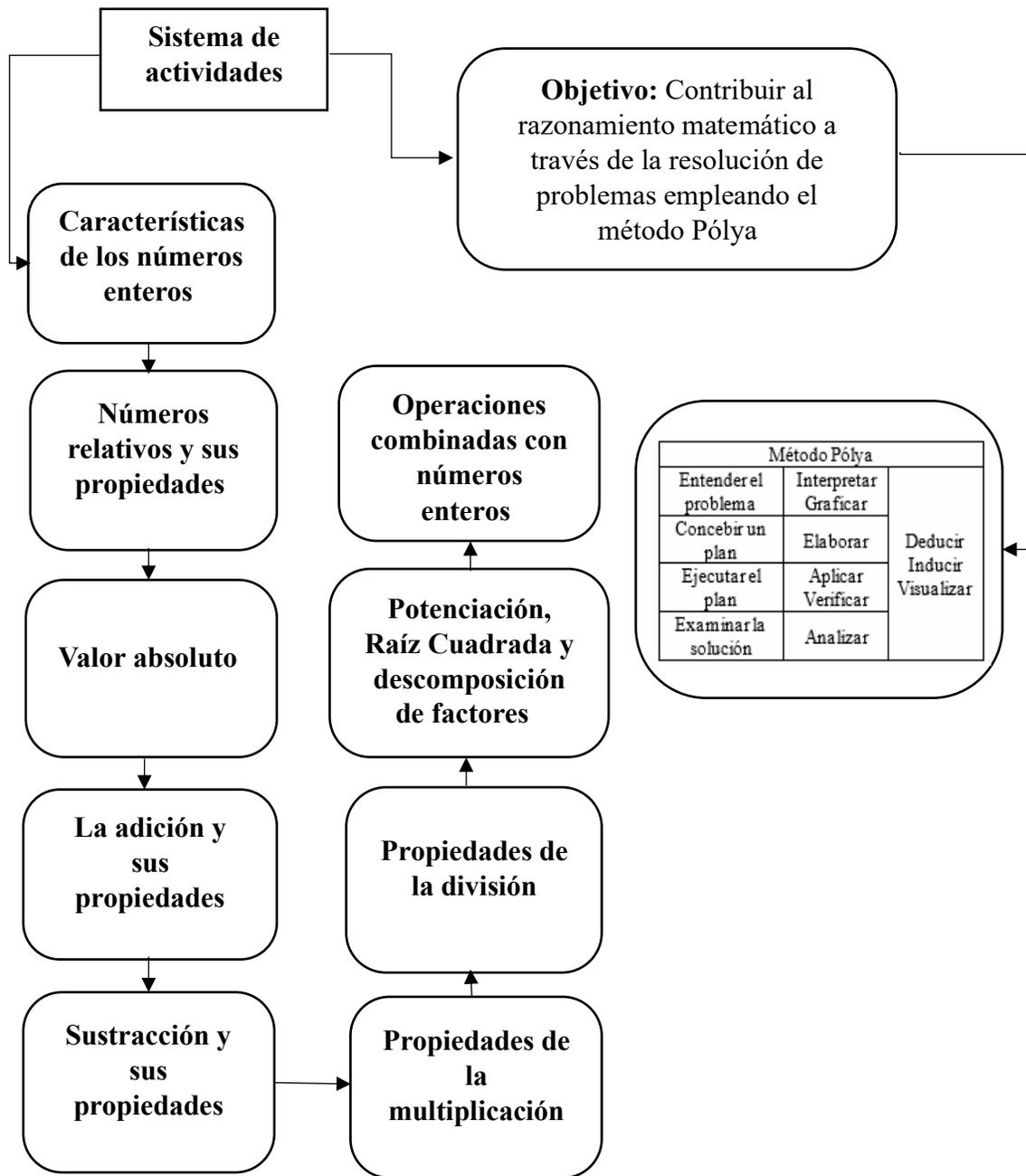
Nota. Esta tabla ejemplifica la resolución de problemas mediante el método Pólya

3.3.2. Fase 2. Planificación del sistema de actividades

Figura 13



Diagrama del sistema de actividades



Nota. Diagrama del sistema de actividades. Elaboración propia

Tabla 5

Planificación del sistema de actividades



N°	Título	Objetivo	Estrategia	Actividades	Evaluación
1	Características de los números enteros	Reconocer los números enteros, y sus características, así como su aplicación en situaciones de la vida diaria. Solucionar problemas de la vida diaria empleando características de los números enteros	Clase dialógica y gamificación	1. Juego de agilidad: memoriza las imágenes. 2. Proyección de video: Números enteros. https://www.youtube.com/watch?v=uCLSk-kXsgU 3. Dinámica: Tingo-tingo-tango: Una vez termina el video, se realizarán preguntas acerca del video. 4. Clase dialógica: Se presentan conceptos importantes y relevantes de los números enteros y su aplicación en la vida diaria. 5. Resolución de problemas de razonamiento matemático: La resolución de problemas para conocer y evidenciar las habilidades y capacidades del razonamiento. 6. Carrera de los números enteros.	Problemas de razonamiento (Anexo 9). Rubrica de evaluación (Anexo 8) Nota: Los problemas son basados y adaptados de (Miller. 2006)
2	Números relativos y sus propiedades	Conocer qué son los números relativos, sus	Clase dialógica y gamificación	1. Juego de agilidad: ¿Cuántos triángulos hay? 2. Clase dialógica:	Problemas de razonamiento (Anexo 10).



	propiedades y su utilización en situaciones de la vida diaria.		Se presentan conceptos importantes y relevantes de los números enteros y su aplicación en la vida diaria.	Rubrica de evaluación (Anexo 8)	
	Solucionar problemas de la vida diaria empleando propiedades de los números relativos.		3. Banco de preguntas 4. Resolución de problemas de razonamiento matemático: La resolución de problemas para conocer y evidenciar las habilidades y capacidades del razonamiento. 5. Datos relativos.	Nota: Los problemas son basados y adaptados de (Miller. 2006)	
3	Valor absoluto	Analizar, comprender y ejemplificar el valor absoluto en situaciones de la vida diaria.	Aprendizaje colaborativo	1. Juego de agilidad mental: Encontrar las diferencias 2. Lluvia de ideas. 3. Clase dialógica: Se procede a explicar los conceptos claves del valor absoluto. Además, ejemplificar situaciones cotidianas en la que se emplea el valor absoluto. 4. Dinámica: La granja 5. Trabajo colaborativo en la resolución de problemas de razonamiento matemático. 6. La resolución de problemas para conocer y evidenciar las	Problemas de razonamiento (Anexo 11). Rubrica de evaluación (Anexo 8). Nota: Los problemas son basados y adaptados de (Miller. 2006)
		Solucionar problemas de la vida diaria empleando conceptos del valor absoluto.			



				habilidades y capacidades del razonamiento.	
4	La adición y sus propiedades	Conocer las diferentes propiedades de la suma, además de su empleo en situaciones cotidianas. Solucionar problemas de la vida diaria empleando propiedades de la adición de números enteros.	Aula Invertida: Aprendizaje autónomo activo de conceptos teóricos en la utilización de diversas herramientas.	1. Clase dialógica: La adición de números enteros con diversos ejemplos de la vida diaria y actividades relacionadas. 2. Aula invertida: Para el aula invertida, se envía un video referente a las propiedades de la adición: https://www.youtube.com/watch?v=8Eb4oCv2vS8 3. Ejecución del aula invertida: Los estudiantes deben exponer puntos clave del video observado. 4. Dinámica: Simón dice 5. Resolución de problemas de razonamiento matemático: La resolución de problemas para conocer y evidenciar las habilidades y capacidades del razonamiento.	Problemas de razonamiento (Anexo 12). Rubrica de evaluación (Anexo 8). Nota: Los problemas son basados y adaptados de (Miller. 2006)
5	Sustracción y sus propiedades	Conocer la propiedad de la sustracción y su empleo en	Aprendizaje colaborativo	1. Lluvia de ideas. 2. Clase dialógica: El docente inicia con las explicaciones teórico-practicas del tema en cuestión,	Problemas de razonamiento (Anexo 13). Rubrica de evaluación



	situaciones de la vida diaria.			realizando preguntas a los estudiantes y verificando que los conceptos queden claros.	(Anexo 8).
	Solucionar problemas de la vida diaria empleando propiedades de sustracción de números enteros.			Además, la ejemplificación del tema en situaciones en la vida diaria. 4. Dinámica: Mi Favorito 5. Trabajo colaborativo en la resolución de problemas de razonamiento matemático. La resolución de problemas para conocer y evidenciar las habilidades y capacidades del razonamiento.	Nota: Los problemas son basados y adaptados de (Miller. 2006)
6	Propiedades de la multiplicación	Conocer las diferentes propiedades de la multiplicación y su empleo en situaciones de la vida diaria.	Aula Invertida: Aprendizaje autónomo activo de conceptos teóricos en la utilización de diversas herramientas.	1. Aula invertida Previo a la clase a los estudiantes se le envía un enlace a un video de YouTube en el que se explica la multiplicación de los números enteros y sus propiedades. Enlace: https://youtu.be/MsVfXEtD9Cw 2. Ejecución del aula invertida En base al video los estudiantes exponen sus conocimientos. 3. Clase dialógica:	Problemas de razonamiento (Anexo 14). Rubrica de evaluación (Anexo 8). Nota: Los problemas son basados y adaptados de (Miller. 2006)



		multiplicación de números enteros.		Se explica con conceptos claves de la multiplicación y sus propiedades. 4. Dinámica: Tingo-tingo-tango 5. Resolución de problemas de razonamiento matemático. La resolución de problemas para conocer y evidenciar las habilidades y capacidades del razonamiento.	
7	Propiedades de la división	Conocer las diferentes propiedades de la división y su empleo en situaciones de la vida diaria. Solucionar problemas de la vida diaria empleando propiedades de la división.	Clase dialógica y Gamificación	1. Agilidad mental: Acertijos 2. Clase dialógica El docente inicia con explicaciones teóricas-prácticas de las propiedades de la división y la explicación de diversos ejemplos presentes en el diario vivir. 3. Banco de preguntas 4. Bingo de división 5. Resolución de problemas de razonamiento matemático: La resolución de problemas para conocer y evidenciar las habilidades y capacidades del razonamiento	Problemas de razonamiento (Anexo 15). Rubrica de evaluación (Anexo 8). Nota: Los problemas son basados y adaptados de (Miller. 2006)



8	Potenciación, raíz Cuadrada y descomposición de factores.	Conocer las diferentes propiedades y características de la potencia, la raíz cuadrada y la descomposición en factores. Solucionar problemas de la vida diaria empleando propiedades de la potencia y raíz cuadrada.	Clase Dialógica y Gamificación	1. Lluvia de ideas. 2. Dinámica: Dibuja en mi espalda 3. Clase dialógica El docente inicia con explicaciones teóricas- prácticas de las propiedades de la potencia y raíz cuadrada, a su vez, se desarrollarán diversos ejercicios y ejemplos presentes en el diario vivir. 4. Resolución de problemas de razonamiento matemático: La resolución de problemas para conocer y evidenciar las habilidades y capacidades del razonamiento 5. Bingo de potencias y raíces	Problemas de razonamiento (Anexo 16). Rubrica de evaluación (Anexo 8). Nota: Los problemas son basados y adaptados de (Miller. 2006)
9	Operaciones combinadas	Emplear las propiedades de las operaciones básicas, en la resolución de operaciones combinadas. Solucionar problemas de la vida diaria.	Clase dialógica.	1. Lluvia de ideas. 2. Clase dialógica: Se exponen contenidos relacionados a la jerarquía de operaciones y se ejemplifica en situaciones cotidianas. 3. Juego de agilidad: adivinanzas 4. Resolución de problemas de razonamiento matemático.	Problemas de razonamiento (Anexo 17). Rubrica de evaluación (Anexo 8). Nota: Los problemas son basados y

La resolución de problemas para conocer y evidenciar las habilidades y capacidades del razonamiento. adaptados de (Miller. 2006)

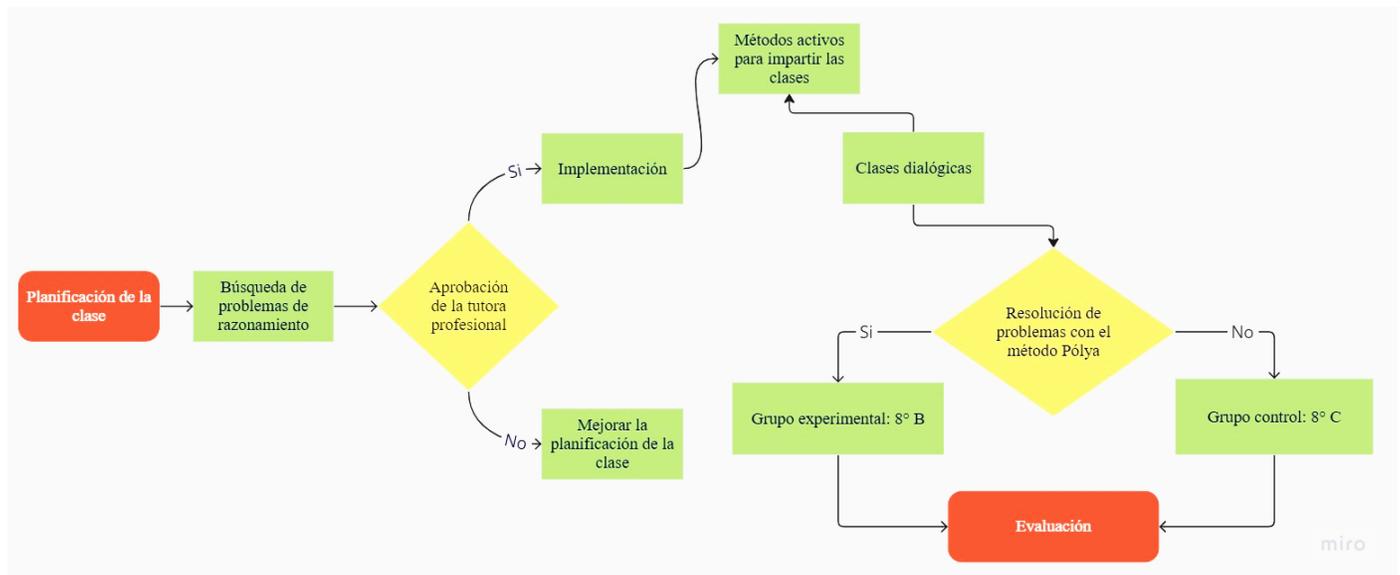
Nota. Esta tabla resume las actividades que se realizan como parte la propuesta de intervención educativa.

3.3.3. Fase 3. Aplicación del sistema de actividades

Cada actividad está planificada para 3 sesiones de clase, esto gracias a que las clases son teóricas prácticas con la participación activa de los estudiantes. Cabe destacar que cada sesión se da en un tiempo de 80 minutos.

Figura 14

Flujograma de aplicación de la propuesta



Nota. Elaboración propia

Característica de los números enteros

1. Juego de agilidad: memoriza las imágenes:

La clase inicia con un juego de agilidad, que consiste en memorizar varias imágenes. Los estudiantes observan y memorizan las imágenes presentadas en las diapositivas por 15 segundos, transcurrido el tiempo algunos estudiantes logran mencionar las imágenes que observaron.

2. Proyección de video: Números enteros:

Se presenta un video que habla sobre los números enteros, donde el contenido del video se centra en la explicación detallada de ejemplos de los números enteros presentes en el diario vivir.

3. Dinámica: Tingo-tingo-tango:

Los docentes practicantes explican a los estudiantes que tienen que pasar el marcador al escuchar tingo, tingo, ringo., al compañero de al lado. Al momento de escuchar la palabra tango, los estudiantes que se queden con el marcador responden a diferentes preguntas en relación al video.

4. Clase dialógica:

Se inicia con la explicación de qué son los números enteros y la ejemplificación de los mismos. Durante el transcurso de la clase los estudiantes nombran varios ejemplos de los números enteros presentes en actividades cotidianas o sucesos naturales.

Posterior a ello, los estudiantes realizan una tarea en clase, donde tienen que escribir un número entero que exprese la cantidad señalada en varios casos presentes en actividades cotidianas o sucesos naturales. Por ejemplo: La temperatura de Cañar el día de hoy es de 4 grados bajo cero, expresada en número entero como -4.

Los estudiantes no presentan dificultad alguna, y se procede a la explicación teórica de los números opuestos y a los números enteros en la recta numérica.

5. Resolución de problemas de razonamiento matemático:

En la tercera sesión, se entrega a los estudiantes una hoja de trabajo que contiene varios problemas de razonamiento matemático de números enteros. El grupo experimental desarrolla los problemas con el método Pólya. Por tanto, todos los problemas de razonamiento resueltos por los estudiantes son evaluados según los indicadores expuestos en la operacionalización de la variable.

En la resolución de los problemas los estudiantes presentan dificultad en la comprensión del problema, puesto que no organizan los datos e incógnitas,

6. Carrera de los números enteros:

Para esta actividad, se explica a los estudiantes que el juego consiste en formar dos equipos, para lo cual cada equipo dispone de dos dados unos con los números enteros positivos y el otro con los números enteros negativos. Para realizar la actividad, los estudiantes se dirigen al patio de la institución educativa, y a través de un tablero dibujado con tiza en el patio se pretende simular un “juego de mesa”. Con los dados, se avanza hasta llegar a la meta, teniendo en cuenta el signo del dado y la operación que se realiza ($-6+2=-4$ el estudiante debe moverse 4 pasos a la izquierda; $4-1=3$ el estudiante debe moverse 3 pasos a la derecha). El grupo ganador será aquel que llega primero a la meta.

Números relativos y sus propiedades

1. Juego de agilidad: ¿Cuántos triángulos hay?

La clase inicia con un juego de agilidad, se presenta una imagen de un triángulo, y dentro de ella existe más triángulos. Los estudiantes deducen la cantidad de triángulos presentes en la imagen.

2. Clase dialógica:

En la clase se explica el concepto de los números relativos y se trabaja con varios ejemplos para fijar el punto de referencia, con el fin de determinar dos orientaciones. Algunos estudiantes se ven confusos con el tema, para ello los docentes piden a los estudiantes dar varios ejemplos, en donde se indique el punto de referencia.

3. Banco de preguntas:

Para que el contenido quede claro, se elabora un banco de preguntas junto a los estudiantes para solventar las dudas e inquietudes. Este se puede visualizar en la planificación.

4. Resolución de problemas de razonamiento matemático:

Se entrega a los estudiantes una hoja de trabajo que contiene varios problemas de razonamiento matemático de números relativos. El grupo experimental desarrolla los problemas con el método Pólya. Por tanto, todos los problemas de razonamiento resueltos por los estudiantes son evaluados según los indicadores expuestos en la operacionalización de la variable.

5. Dados relativos:

Para esta actividad se divide a los estudiantes en 5 grupos, a cada grupo se le entrega una tabla y dos dados. La tabla está dividida en 9 secciones, en cada sección se presenta un signo (positivo o negativo). Los estudiantes lanzan los dados a la tabla y en base al número y al signo que le sale realizan operaciones de suma y resta.

Valor absoluto

1. Juego de agilidad mental: Encontrar las diferencias

La clase inicia con un juego de agilidad, que consiste en encontrar diferencias entre dos imágenes. Por lo que se informa a los estudiantes que quien encuentra la mayor cantidad de diferencias es el ganador.

2. Lluvia de ideas:

Con todo lo aprendido se realiza una lluvia de ideas para saber el concepto de valor absoluto, pocos estudiantes mencionan que podría ser un número entero, y están en lo correcto. Otros estudiantes no acotan nada, ya que indican que es un tema nuevo para ellos.

3. Clase dialógica:

Los docentes practicantes proyectan diapositivas con el tema de valor absoluto, y afirman que el valor absoluto es únicamente la distancia que hay entre el punto de referencia a cualquier otro punto en la recta numérica, como es la distancia siempre será un número entero positivo. Además, se procede a ejemplificar el concepto de valor absoluto, donde los estudiantes entienden más a profundidad el tema. Los estudiantes no presentan dificultades en entender el enunciado, puesto que lo representan en la recta numérica y fue fácil para ellos responder a las preguntas.

Por otra parte, se presenta una tarea en clase, donde los estudiantes tienen que encontrar el número entero en base a las siguientes condiciones:

- a) Su valor absoluto es 4 y está a la izquierda de 0.
- b) El valor absoluto de su opuesto es 3

4. Dinámica: La granja

Los docentes entregan a cada estudiante una tarjeta, cada tarjeta lleva escrito el nombre de un animal. La docente explica que cada estudiante debe buscar a su mamá haciendo el sonido del animal que le tocó.

Los estudiantes van encontrando poco a poco a su manada y se forma los grupos de trabajo para la siguiente actividad.

5. Trabajo colaborativo en la resolución de problemas de razonamiento matemático.

Se entrega a los grupos de trabajo una hoja que contiene varios problemas de razonamiento matemático de valor absoluto. El grupo experimental desarrolla los problemas con el método Pólya. Por tanto, todos los problemas de razonamiento resueltos por los grupos son evaluados según los indicadores expuestos en la operacionalización de la variable. En principio, los estudiantes tienen problemas en interactuar con los compañeros, puesto que se observa que no todos colaboran en la resolución de los problemas. Por lo que, se indica que todos tienen que trabajar y colaborar, y si existe algún integrante que no pueda resolver algún problema tienen que ayudarlo y explicarle cómo hacerlo.

La adición y sus propiedades

1. Clase dialógica:

Se brinda una explicación detallada acerca de la adición de números enteros con ciertas especificaciones al momento de emplear operaciones con signos positivos y negativos. Se trata de que los estudiantes entiendan de una manera clara la diferencia que ocasionan los signos al tratarse de operaciones sencillas. Aunque se presentan algunas dificultades, específicamente al momento de tratarse de adición con signos diferentes. Por ello, se profundiza más en dicho aspecto para que todo quede claro y no existan inconvenientes en las siguientes sesiones. A su vez, se proponen algunos ejercicios sencillos que sirven como ayuda para que el estudiante comprenda a profundidad el tema que se trabaja.

2. Aula Invertida:

Una vez se culmina con los temas, se envía mediante la plataforma WhatsApp un video acerca de las propiedades de la adición con el que se trabaja en la siguiente sesión.

3. Ejecución del aula virtual:

La segunda sesión inicia con preguntas relacionadas al vídeo que se envía con anterioridad, cabe recalcar que los estudiantes deben profundizar en el contenido del vídeo, es decir, investigar y buscar información para comprender el tema. Al momento de realizar las preguntas, únicamente se busca que todos comprendan el contenido y no tengan dudas. Aunque la mayoría de estudiantes, consigue observar el video sin dificultad, algunos estudiantes por falta de conexión no cumplen con la actividad, por lo que, durante la sesión se profundiza en los contenidos tratados en el vídeo.

4. Dinámica: Simón-Dice

A manera de anticipación se realiza una dinámica denominada Simón-dice en este caso cada fila es un equipo y pasa a la pizarra un representante de cada equipo a resolver de manera correcta ejercicios de adición. La actividad concluye una vez que todos los estudiantes hayan pasado a la pizarra al menos una vez.

5. Resolución de problemas de razonamiento matemático:

Posteriormente, se entrega a los estudiantes una hoja de trabajo con varios problemas de razonamiento matemático, haciendo hincapié que en el grupo experimental se utiliza el método Pólya. En el momento de dar solución a los problemas algunos estudiantes presentan inconvenientes en relación a la adición con números de signos diferentes. De igual manera, a los estudiantes se les dificulta comprender cuando un número es negativo o positivo en relación al punto de referencia. Sin embargo, gracias a la actividad de resolución de problemas, la mayoría logra solventar sus dudas y avanzar sin mayor complejidad.

Sustracción y sus propiedades

1. Lluvia de ideas:

La clase inicia con una lluvia de ideas, con la finalidad de recordar el tema de adición de números enteros. El docente pregunta a algunos estudiantes acerca de las características y propiedades de la adición de números enteros, ayudando a aquellos estudiantes que no responden o que tienen dudas.

2. Clase dialógica:

Una vez culminada la actividad, se inicia con el tema de la sustracción de números enteros, para ello se hacen algunas preguntas a los estudiantes acerca de que es la sustracción. Si bien los estudiantes comprenden el concepto, presentan dificultad a la hora emplear la operación con signos diferentes. Los pasos para resolver una sustracción le resultan confusos al estudiante por lo que se utiliza varios ejemplos sencillos con su participación constante para que todos comprendan el tema.

Posterior a ello, la mayoría de estudiantes entienden el tema se realizan ejercicios en el cuaderno de matemática referente a la sustracción de números enteros. Durante la elaboración, el docente revisa que todos estén resolviendo bien los ejercicios y ayuda a aquellos que presenten dificultades.

3. Cálculo mental: Atrapadas matemáticas

La siguiente actividad busca practicar el cálculo mental mediante las tablas de multiplicar. El docente indica la parte del cuerpo que deben tocar a sus compañeros, por ejemplo: la pierna, la mano, el brazo o la espalda. Cada parte tiene un valor determinado ya sea 3, 5, 9, entre otros. El docente dice: “Todos deben tocar la espalda de sus compañeros, que vale 9 hasta llegar a 108”, esto quiere decir que el ganador del reto es aquel que toque a 12 compañeros. El juego se realiza varias veces sin mayor dificultad. El docente se encuentra en

constante verificación de que todos cumplan la actividad y que no ocurra ningún accidente al momento de correr en busca de compañeros.

4. Dinámica: Mi favorito

Con la finalidad de formar grupos de trabajo se realiza la siguiente dinámica denominada: Mi favorito. Para poner en práctica esta actividad es necesario preparar varias preguntas como ¿Cuál es tu comida favorita? ¿Cuál es tu color favorito? ¿Cuál es el mes de tu cumpleaños? Para desarrollar esta dinámica se debe lanzar las preguntas para que los estudiantes se unan según sus gustos. Durante la dinámica se presencia que varios estudiantes cambian sus gustos para poder trabajar con sus compañeros más cercanos.

5. Trabajo colaborativo en la resolución de problemas de razonamiento matemático:

Al momento de trabajar colaborativamente la resolución de problemas, se presentan ciertas dificultades encaminadas a los roles dentro del grupo. Algunos estudiantes piensan que el trabajar de manera colaborativa es dividirse las partes y luego unirlos. Por lo que, antes de iniciar la actividad se destaca que al trabajar en equipo es importante ayudarse unos a otros para que todos comprendan el tema.

Cabe recalcar, que el grupo experimental emplea el método Pólya al momento de resolver los problemas. En cuanto a la complejidad de los problemas a resolver, la mayoría de estudiantes no presentan mayor inconveniente, gracias al trabajo colaborativo, pues durante la ejecución de este los estudiantes solventan sus dudas en el equipo de trabajo.

Propiedades de la multiplicación

1. Aula invertida:

Previo a la sesión se envía un video a los estudiantes referente a la ley o regla de los signos a través de WhatsApp. El tema del video es necesario para trabajar con la multiplicación de números enteros.

2. Ejecución del aula invertida

La clase inicia con un conversatorio acerca del video referente a la ley de los signos. Se aprecia que algunos estudiantes no pudieron ver el video por problemas de conexión, por lo tanto, se profundiza en los contenidos del video y se inicia con la explicación y ejemplificación acerca de la multiplicación de números enteros. Se realizan ejercicios en donde se aplica la ley de signos en el cuaderno de materia.

3. Clase dialógica:

Durante la segunda sesión se retoma la clase con algunas actividades referentes a la multiplicación. A su vez se proyecta un video referente a las propiedades de la multiplicación y se da una breve explicación de estas.

4. Dinámica: Tingo-tingo-tango.

Al momento de iniciar la sesión, se realiza una dinámica con la finalidad de despertar al estudiante. Tingo-tingo-tango, consiste en pasar una pelota por toda el aula mientras el docente dice tingo, al momento de decir tango, el estudiante con la pelota da respuesta a la interrogante expuesta por el docente, en este caso únicamente se trabaja con operaciones sencillas de multiplicación, por ejemplo: $(-5) \times (3) = -15$.

5. Resolución de problemas de razonamiento matemático

Posteriormente, se trabaja en una hoja que contiene problemas de razonamiento referentes a la multiplicación de números enteros. El trabajo se realiza de manera individual, para conocer las dificultades que

presentan los estudiantes y poder solucionarlas en el mismo momento. Cabe señalar, que el grupo experimental ejecuta el método Pólya para dar solución a los problemas.

Propiedades de la división

1. Agilidad mental: Acertijos

La clase inicia con un juego de agilidad mental, en el que se trabaja con diferentes acertijos matemáticos. Por ejemplo: ¿Cuándo es correcta la siguiente operación: $11+3=2$?

2. Clase dialógica:

A continuación, se realiza una clase dialógica con la participación de los estudiantes acerca de la división de números enteros. Se inicia con una explicación sencilla acerca de la ley de los signos en la división. Posteriormente se realizan varios ejemplos encaminados a que el estudiante participe y comprenda los temas.

3. Banco de preguntas:

Con la finalidad de solventar ciertas dudas acerca de la división se realiza una serie de preguntas relacionadas a los contenidos previamente expuestos. Este se encuentra expuesto en la planificación.

4. Bingo de divisiones

Para fortalecer y repasar la división de números enteros, se trabaja con un bingo de divisiones. A cada estudiante se le entrega una tabla de bingo con 9 casillas que corresponden a resultados de diferentes divisiones organizadas aleatoriamente. Para poder llenarla, el docente dicta diferentes divisiones que se seleccionan gracias a una tómbola. El estudiante que llene en su tabla todos los números, es el ganador.

5. Resolución de problemas de razonamiento matemático

A partir de una hoja que contiene diferentes problemas de razonamiento matemático, se busca que los estudiantes comprendan el tema de la división, a su vez, únicamente el grupo experimental emplea el método Pólya.

Potenciación, raíz cuadrada y descomposición de factores

1. Dinámica: Dibuja en mi espalda

Al inicio de la clase se realiza una dinámica, que se denomina dibuja en mi espalda. En primera instancia los docentes practicantes explican en qué consiste. La dinámica se desarrolla con éxito, donde se observa la interacción e integración de los estudiantes.

2. Lluvia de ideas

Posterior a ello, se procede a realizar una **LLUVIA DE IDEAS** para recordar los conceptos claves de la Educación Básica Media, sobre los contenidos básicos de potenciación y radicación. La mayoría de estudiantes no participan, ya que no se acuerdan de los temas vistos en séptimo año. Los pocos estudiantes que participan aportan con ideas claves para dar inicio a la explicación del contenido.

3. Clase dialógica:

Se inicia con la explicación de qué es la potenciación y algunas de sus propiedades. Al estudiar cada propiedad los estudiantes pasan a la pizarra a desarrollar varios ejercicios. Al terminar, se elabora un banco de preguntas sobre las dudas e inquietudes que tienen los estudiantes de la clase. Además, se ejemplifican varios problemas de potenciación presentes en el diario vivir. Finalmente, el estudiante desarrolla ejercicios de cálculo mental de la potenciación.

La segunda clase inicia con la explicación referente a la radiación. Posterior a ello, se presentan algunas propiedades y también la raíz cuadrada por descomposición en factores. En el transcurso de la clase los estudiantes pasan a la pizarra a resolver varios ejercicios. Al terminar, se elabora un banco de preguntas sobre las dudas e inquietudes que tienen los estudiantes de la clase. Además, se ejemplifican varios problemas de la radicación presentes en el diario vivir.

4. Resolución de problemas de razonamiento matemático:

En la tercera sesión, se entrega a los estudiantes una hoja de trabajo que contiene varios problemas de razonamiento matemático de la potenciación y la radicación. El grupo experimental desarrolla los problemas con el método Pólya. Por tanto, todos los problemas de razonamiento resueltos por los estudiantes son evaluados según los indicadores expuestos en la operacionalización de la variable.

5. Bingo de potencias y raíces

Para fortalecer el tema de la división de números enteros se trabaja con un bingo de potencias y raíces.

Operaciones combinadas

1. Lluvia de ideas.

La clase inicia con una lluvia de ideas para retroalimentar los contenidos de adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación y radicación. Todos los estudiantes participan con ideas esenciales de los temas vistos. Además, se plantea varios ejercicios, donde ellos participan de manera activa en la resolución de los mismos.

2. Clase dialógica:

La clase teoría inicia en la explicación de la jerarquía de operaciones, que consiste en resolver ejercicios o problemas de operaciones combinadas siguiendo un orden estricto denominado jerarquía.

3. Juego de agilidad: adivinanzas

Para el desarrollo de la actividad se presentan una serie de adivinanzas, con la finalidad de despertar a los estudiantes y prepararlos para la siguiente actividad.

4. Resolución de problemas de razonamiento

A los estudiantes se les entrega una hoja de trabajo que contiene varios problemas de razonamiento matemático referentes a operaciones combinadas. El grupo experimental desarrolla los problemas con el método Pólya. Por tanto, todos los problemas de razonamiento resueltos por los estudiantes son evaluados según los indicadores expuestos en la operacionalización de la variable.

3.3.4. Fase 4. Evaluación del sistema de actividades

A continuación, se presentan los resultados de la propuesta de intervención educativa, que se centra en un sistema de actividades con la aplicación del método Pólya para mejorar el razonamiento matemático en tres aspectos claves; el razonamiento deductivo, inductivo y espacial. Según el MINEDUC, la finalidad del área de matemática es desarrollar diversas capacidades y habilidades que permitan a los estudiantes resolver problemas de la vida diaria, por lo que la propuesta de intervención educativa está inmersa dentro de los objetivos de la educación.

Para comprender mejor el alcance de la propuesta de intervención educativa se analiza cada una de las dimensiones de la variable dependiente:



1. Razonamiento deductivo: A partir de la observación participante y la prueba final, se presencia una serie de cambios en relación a la detección inicial. Un gran número de estudiantes conoce y prioriza la resolución de problemas como un medio idóneo en la búsqueda de conocimientos. En la siguiente tabla se profundiza la relación entre lo que ocurre en el salón de clase y autores.

Tabla 6

Evaluación de la propuesta de intervención-Razonamiento deductivo

DetECCIÓN INICIAL	Bases teóricas	Propuesta de intervención
El razonamiento deductivo representa un mayor número de inconvenientes, según los resultados obtenidos la prueba de diagnóstico, los estudiantes no logran realizar un razonamiento deductivo de manera correcta. En la mayoría de casos los estudiantes no comprenden el enunciado del problema, por tanto, obtienen soluciones erróneas.	Al momento en que se aplica un razonamiento deductivo se “establece un vínculo de unión entre teoría y observación y permite deducir a partir de la teoría los fenómenos objeto de observación” (Dávila, 2006, p. 181). A su vez Núñez (2018) alude a que “El razonamiento deductivo se concibe como aquel proceso de inferencia de conclusiones de premisas, basadas en reglas propias de la lógica formal, donde se obtiene conclusiones a partir de casos generales a casos particulares” (p. 17). Es decir, el razonamiento deductivo permite al estudiante resolver problemas desde una perspectiva general a una específica. Entre las dificultades que los estudiantes presentan en el razonamiento	Al inicio de la propuesta de intervención educativa, algunos estudiantes no consiguen extraer conclusiones específicas a partir de una general. Por lo que se trabaja con una serie de problemas de razonamiento con la finalidad de mejorar este aspecto. A lo largo de la intervención educativa, se prioriza en la importancia de leer y comprender el enunciado de los problemas ya que es un punto clave dentro de la ejecución del método Pólya y del desarrollo del razonamiento deductivo. Al finalizar la propuesta, una gran parte de los estudiantes conoce la importancia de comprender el enunciado de los problemas y son



deductivo se encuentran Fonseca et al. (2019):

- Los estudiantes no diseñan un modelo adecuado que represente un problema.
- A los estudiantes se les complica relacionar los problemas con cuestiones similares que ya han resuelto con anterioridad.

Se les complica realizar inferencias lógicas y deducir situaciones ante la problemática.

capaces de crear modelos de solución adecuados. Por lo tanto, la mayoría de estudiantes consigue deducir hechos específicos, partiendo de uno general.

Nota. Esta tabla detalla el estudio de la propuesta de intervención en el razonamiento deductivo en relación a la detección inicial.

2. Razonamiento inductivo: En cuanto a las dificultades detectadas durante la etapa inicial, la mayoría de estudiantes resolvieron, aunque con ciertas complicaciones los problemas de razonamiento inductivo. Por lo que se busca fortalecer estas habilidades a través de la resolución de problemas.

Tabla 7

Evaluación de la propuesta de intervención - Razonamiento inductivo

Detección inicial	Bases teóricas	Propuesta de intervención
En base a la observación participante y la prueba de evaluación, se constata que un gran número de estudiantes consigue inducir una	El razonamiento inductivo es un tipo de proceso propio del pensamiento humano que se encarga de producir afirmaciones y llegar a conclusiones partiendo de casos particulares hasta alcanzar una generalidad. (Núñez, 2018).	Como una gran parte de los estudiantes no presenta complicaciones en este tipo de razonamiento, a partir de la propuesta únicamente se busca fortalecer y mejorar las habilidades como:



<p>conclusión general a partir de varias específicas. Aunque es evidente que ciertos estudiantes no cumplen con las habilidades y capacidades necesarias para resolver esta clase de problemas.</p>	<p>A su vez, Pólya (1989) indica algunos aspectos que son claves para la realización de un razonamiento inductivo, los cuales son:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. La observación 2. El análisis de ejemplos particulares 3. La formulación de conjeturas 4. La comprobación de conjeturas <p>En relación con lo anterior, ciertas investigaciones señalan que la principal dificultad al momento de aplicar un razonamiento inductivo es justamente la realización de los pasos previamente señalados (Cañadas y Castro, 2004).</p>	<p>observación, análisis, formulación de conjeturas y comprobación.</p> <p>Durante la aplicación de la intervención educativa, se coloca cierto énfasis en los estudiantes que presentan inconvenientes en este tipo de razonamiento.</p> <p>Debido a la implementación del método Pólya, se observa un cambio en las habilidades y capacidades de los estudiantes, ellos son capaces de interpretar el enunciado de los problemas, así como extraer conclusiones acertadas a partir de un análisis crítico y riguroso.</p>
---	--	---

Nota. Esta tabla detalla el estudio de la propuesta de intervención en el razonamiento inductivo en relación a la detección inicial.

3. Razonamiento espacial: Al momento de enseñar matemática, la mayoría de docentes no enfatiza en la importancia del razonamiento espacial para la comprensión y desarrollo de contenidos de la materia. Por esta misma razón, los estudiantes no conocen la forma correcta de resolver esta clase de problemas.

Tabla 8

Evaluación de la propuesta de intervención-Razonamiento espacial

Detección inicial	Bases teóricas	Propuesta de intervención
<p>En la observación participante y en la</p>	<p>El razonamiento espacial se define como la capacidad de representar, generar, recordar</p>	<p>Al ser el tipo de razonamiento en el que los estudiantes presentan mayor</p>



prueba de evaluación, se aprecia que los estudiantes presentan mayor dificultad en el razonamiento espacial, es decir en relacionar imágenes en el espacio, así como trabajar de manera abstracta.	y transformar información simbólica no lingüística, la misma se divide en tres aspectos claves que son (Linn y Petersen, 1985, citado por Maris y Noriega, 2011): <ol style="list-style-type: none">1. Percepción espacial: hace alusión a ubicarse, orientarse de manera horizontal.2. Rotación mental: se refiere a girar objetos mentalmente, ya sean bidimensionales o tridimensionales.3. Visualización: es la habilidad para generar una imagen mental. En énfasis a los aspectos claves, la mayoría de estudiantes presenta problemas en la rotación mental, y en la identificación de patrones visuales (Navas, 2011).	dificultad, se presentan una serie de inconvenientes al momento de dar solución a esta clase de problemas. Algunos estudiantes con la finalidad de comprender los ejercicios realizan las figuras en tercera dimensión y así observan con mayor facilidad. Durante las clases, se profundiza en la importancia de relacionar imágenes en el espacio y cómo hacerlo de manera sencilla. Por lo que al final de la intervención un gran número de estudiantes mejora al momento de resolver problemas de tipo abstracto o espacial.
--	---	---

Nota. Esta tabla detalla el estudio de la propuesta de intervención en el razonamiento espacial en relación a la detección inicial.

4. Resolución de problemas: Según Pólya (1989) la resolución de problemas es un aspecto importante y necesario a la hora de desarrollar las habilidades y capacidades del razonamiento matemático, por eso los docentes deben colocar cierto énfasis en su uso dentro de las clases de matemática. A continuación, se detallan los resultados obtenidos a partir de la intervención educativa al aplicar el método Pólya:

- Pocos estudiantes consideran que la implementación del método Pólya conlleva más tiempo y por lo tanto les parece más complicado.

- La mayoría de estudiantes perciben al método Pólya como un proceso organizado y sencillo para resolver problemas matemáticos, sin cometer errores. Además, comentan que este método ayuda a comprender mejor la resolución de cualquier problema.
- Al aplicar el método Pólya, obliga a que los estudiantes dediquen mayor tiempo y esfuerzo a la hora de resolver problemas. En efecto, Villacis (2021) afirma que el método Pólya “tiene mayor énfasis en el proceso de descubrimiento, más que el desarrollo de ejercicios rutinarios, donde las experiencias y conocimientos previos permiten una comprensión del contexto problemático” (p. 26).
- Los estudiantes entienden que leer y comprender el enunciado del problema es fundamental para poder llegar a una solución adecuada.
- Comprenden la importancia de resolver problemas para entender mejor los contenidos matemáticos.
- Los estudiantes se concentran en las clases de matemática y buscan nuevas formas de resolver problemas.

3.3.5. Fase 5. Análisis de resultados

Una vez, que se culmina la aplicación de la propuesta de intervención educativa, se valora a los estudiantes a partir de una prueba de evaluación (Anexo), la cual se analiza a partir de los indicadores expuestos en la operacionalización de la variable. De manera general, los estudiantes del grupo experimental obtienen mejores resultados en relación a la prueba diagnóstica. En la siguiente tabla, se resumen los resultados obtenidos en la prueba diagnóstico y final:

Tabla 9

Resultados obtenidos del grupo experimental y grupo control



Resultados del grupo experimental y grupo control					
		Prueba de diagnóstica		Prueba final	
Razonamiento	Respuesta	Grupo experimental	Grupo control	Grupo experimental	Grupo control
Razonamiento deductivo	Correcto %	29,42	51,96	57,96	50,98
	Incorrecto %	70,58	48,04	42,04	49,02
	Total %	100	100	100	100
Razonamiento inductivo	Correcto %	64,71	76,54	90,2	77,43
	Incorrecto %	35,29	23,46	9,8	22,57
	Total %	100	100	100	100
Razonamiento espacial	Correcto %	26,47	34,31	61,78	38,24
	Incorrecto %	73,53	65,69	38,22	61,76
	Total %	100	100	100	100

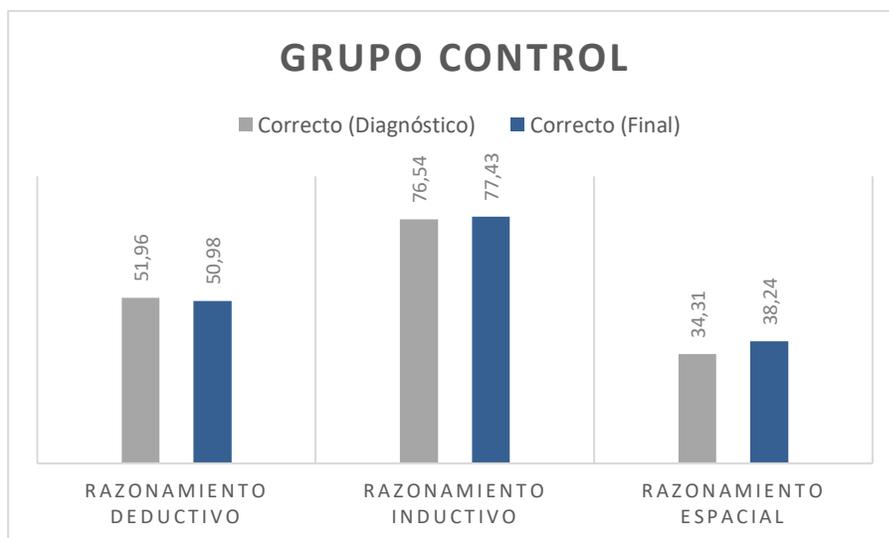
Nota. Esta tabla detalla los resultados obtenidos del grupo experimental y grupo control en la prueba de diagnóstica y prueba final.

A continuación, se analizan la variación de los datos en la prueba final y diagnóstica en relación al grupo control y grupo experimental.

Grupo control: Los resultados de la prueba final muestran valores similares a la prueba de diagnóstico, esto quiere decir que los estudiantes mantienen sus habilidades y capacidades del razonamiento matemático. Al no trabajar en la resolución de problemas con los cuatro pasos del método Pólya, el grupo control no consigue resolver los problemas de manera organizada y sistemática, lo que conlleva a no superar las dificultades previamente discutidas.

Figura 15

Resultados del grupo control.



Nota. Elaboración propia

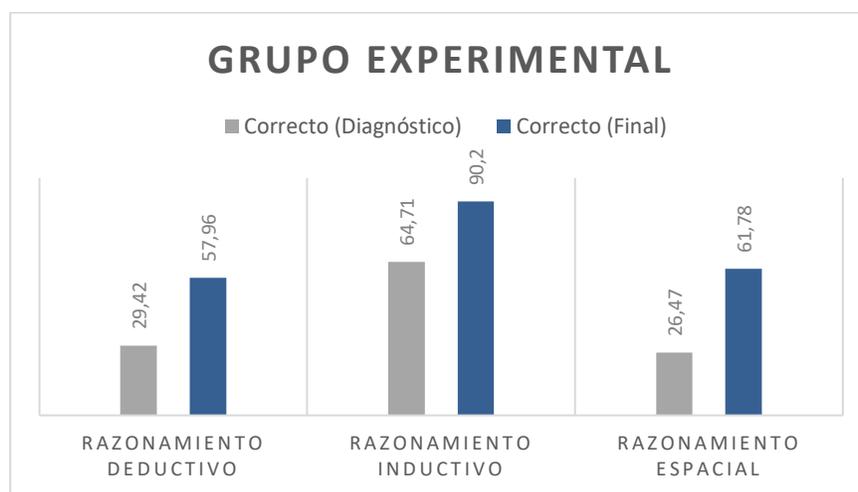
Grupo experimental: En el razonamiento deductivo, los estudiantes obtienen mejores resultados en la prueba final, en relación a la diagnóstica, pues a partir de la propuesta de intervención educativa se mejoran habilidades necesarias para desarrollar esta clase de problemas como: la comprensión, interpretación y el análisis de los datos e incógnitas. Previo a la intervención educativa, únicamente 29,42% de estudiantes dan solución a las interrogantes evaluadas, mientras que un total de 57,96% de estudiantes consiguen resolver problemas de razonamiento deductivo, es decir, son capaces de deducir un hecho de lo general a lo específico.

En el razonamiento inductivo, el grupo experimental presenta menor dificultad puesto que, en la prueba de diagnóstico un 64,71% de estudiantes obtienen repuestas correctas, mientras que en la prueba final se observa una mejora, ya que se registran un 90,2 % de respuestas correctas. Esto quiere decir que, al culminar la propuesta de intervención educativa, se mejora la capacidad que tienen los estudiantes a la hora de inducir hechos específicos a partir de uno general, además de desarrollar otras habilidades como: la observación, el análisis y extraer conclusiones generales.

En el razonamiento espacial, los resultados de la prueba de diagnóstico en el grupo experimental presentan el menor porcentaje de respuestas correctas, en comparación al razonamiento inductivo y deductivo. Aunque, posterior a la propuesta de intervención el grupo experimental mejora en el análisis de figuras en tercera dimensión, así como su percepción en el espacio y la rotación mental. En tal sentido, la prueba de evaluación refleja que el 61,78 % de estudiantes consigue resolver problemas de razonamiento espacial a diferencia de la prueba de diagnóstico en la que se obtuvo solo un 26,47% de respuestas correctas.

Figura 16

Resultados del grupo experimental



Nota. Elaboración propia

De manera general, la aplicación del método Pólya en la resolución de problemas influye de manera positiva al razonamiento matemático. En este sentido, el desarrollo y la ejecución de los cuatro pasos del método Pólya contribuye al estudiante a razonar y pensar en una solución a un problema, y esto se vio evidenciado en el grupo experimental. En cambio, el grupo control siguen presentando diversas dificultades tanto en la resolución de problemas como el razonamiento matemático.

Capítulo IV. Conclusiones y recomendaciones

4.1. Conclusiones

Se analizó la incidencia del método Pólya en el razonamiento matemático en 8° año de Educación General Básica de la U.E. Luis Cordero. Este se cumplió en su totalidad, puesto que a partir de la aplicación del sistema de actividades referentes a la resolución de problemas matemáticos en la utilización de los cuatro pasos del método Pólya, ayudó de manera significativa al razonamiento matemático.

Se determinaron los referentes teóricos sobre la incidencia del método Pólya en el razonamiento matemático. Estos se cumplieron a partir de la búsqueda exhaustiva de los contenidos que respaldaron a la investigación. Puesto que se analizaron conceptos sobre la resolución de los problemas matemáticos, método Pólya, razonamiento inductivo, razonamiento deductivo y razonamiento espacial, Además, todas las investigaciones expuestas en el marco teórico describen que tanto la resolución de problemas como el método Pólya influye y contribuye a las habilidades y capacidades del razonamiento.

Se diagnosticó las complicaciones que presentan los estudiantes de 8° año de EGB en el razonamiento matemático, con la aplicación de varias técnicas de investigación como es la observación participante, encuesta, entrevista, evaluación y grupo focal, donde se evidenció las dificultades en la resolución de problemas de razonamiento matemático. De manera específica, en la comprensión y ejecución de problemas matemáticos, en la resolución de operaciones básicas y en el razonamiento inductivo, deductivo y espacial.

Se diseñó un sistema de actividades con la aplicación del método Pólya con el objetivo de mejorar las dificultades que presentaban los estudiantes en el razonamiento matemático, para ello se planificó nueve actividades, las cuales cuentan con tres sesiones cada una, con una duración de 80 minutos. Además, el sistema de actividades cumple con dos objetivos principales: el primero la resolución de problemas de razonamiento matemático y el segundo la relación de los problemas matemáticos con la vida cotidiana.

Se implementó el sistema de actividades en 8° año de EGB paralelo B. El sistema de actividades se centra en el desarrollo de clases dialógicas en la utilización de metodologías activa, esto con el fin de enseñar los contenidos teóricos. Cabe recalcar, que se dio cumplimiento a los dos objetivos principales del sistema de actividades en la resolución de problemas de razonamiento matemático con la aplicación del método Pólya.

Se evaluó el sistema de actividades con la aplicación del método Pólya en 8° año de EGB. De igual manera, esto se cumplió a partir del análisis con respecto a los indicadores de evaluación de la variable independiente. Donde se evidenció el mejoramiento que tenían los estudiantes en el razonamiento matemático. En las primeras actividades los estudiantes presentaban dificultades en la resolución de problemas, pues si lo resolvían con los cuatro pasos del método Pólya, pero lo desarrollaban incompleto, debido a que algunos no anotaban todos los datos e incógnitas del problema. Todas las dificultades, se cubrieron en el transcurso de la aplicación del sistema de actividades.

Con base a lo expuesto, se concluye que, la propuesta de intervención basada en la aplicación del método Pólya en la resolución de problemas contribuye de manera positiva al razonamiento matemático, logrando que el grupo experimental obtuvieran en el razonamiento inductivo un 90,2% de respuestas correcta, que quiere decir que ellos pueden inducir hechos específicos a un hecho general, en el razonamiento deductivo presentan un 57,96 % de respuestas correctas, que quiere decir que ellos deducen un hecho general a varios específicos y en el razonamiento espacial presentan un 61,78% de respuestas correctas, que quiere decir que ellos visualizan y relacionan objetos de manera abstracta.

4.2. Recomendaciones

En base, al presente proyecto de investigación, siempre es bueno o se espera que haya una continuidad del mismo, en tal sentido se recomienda a la docente de matemática de la U.E. que continúe con la implementación del método Pólya en las clases de matemática en todos los paralelos, pues según los

resultados obtenidos su aplicación mejora la resolución de problemas que a su vez incide de manera favorable en las habilidades y capacidades del razonamiento matemático. Cabe recalcar que la presente propuesta de intervención educativa se puede implementar en cualquier institución educativa a nivel nacional o mundial, específicamente en el área de matemática.

Otra recomendación sería que los docentes de matemática integren dentro de sus clases los problemas de razonamiento, pues ayudan a que el estudiante comprenda el tema y a la vez se prepare para su vida futura. El desarrollo del razonamiento matemático abre puertas al estudiante y lo ayuda a desenvolverse en ámbitos profesionales. De igual manera, al implementar el método Pólya, consta de cuatro pasos sencillos y de fácil aplicación, consiguen que los estudiantes resuelvan los problemas sin mayor complejidad, lo que permite un desarrollo adecuado de las clases de matemáticas.

Por último, se recomienda continuar con la investigación acerca de la eficacia que tiene el método Pólya y cómo influye en el razonamiento matemático, se podría estudiar un nuevo método en la resolución de problemas y observar las diferencias que tienen y como repercuten en los estudiantes.



Referencias

- Albert, M. J. (2007). La investigación educativa: claves teóricas. *Revista Investigaciones en Educación*, 8(1).
- Alfaro, C. (Marzo, 2006). Las ideas de Pólya en la resolución de problemas [Seminario teórico].
<https://core.ac.uk/download/pdf/333874968.pdf>
- Alvarado, L., y Gracia, M. (2008). Características más relevantes del paradigma socio-crítico: su aplicación en investigaciones de educación ambiental y de enseñanza de las ciencias realizadas en el Doctorado de Educación del Instituto Pedagógico de Caracas. *Sapiens. Revista Universitaria de Investigación*, 9(2), 187-2002. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=41011837011>
- Ayora, M. (2012). *El razonamiento lógico matemático y su incidencia en el aprendizaje de los estudiantes de la Escuela Teniente Hugo Ortiz, de la comunidad Zhizho, cantón Cuenca, provincia del Azuay*. [Tesis de pregrado, Universidad Técnica de Ambato]. Repositorio institucional de la Universidad Técnica de Ambato. <https://repositorio.uta.edu.ec/handle/123456789/2843>
- Backhoff, E., Larrazolo, N., y Tirado, F. (2013). Habilidades de razonamiento matemático de estudiantes de educación media superior en México. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 18 (59), 1137-1163.
https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1405-66662013000400006
- Blanco, C., Colunga, S., y García, J. (2013). El docente como investigador y transformador de sus propias prácticas. La investigación-acción en educación. *Transformación*, 9(1), 14-23.
<https://www.semanticscholar.org/paper/El-docente-como-investigador-y-transformador-de-sus-Silvia-Santos/080f017bec99ef5f048bd5b0fd4f99aa6d93916c>

- Calvo, M. (2008). Enseñanza eficaz de la resolución de problemas en Matemáticas. *Revista Educación*, 32(1), 123-138. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3979972>
- Campistrous, L., y Rizo, C. (1999). La resolución de problemas en la escuela. *CEMACYC*. 1-11. <https://www.redalyc.org/pdf/335/33520304.pdf>
- Campos, G., y Lule N. (2012). La observación, un método para el estudio de la realidad. *Revista Xihmai*, 7(13), 45-60. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3979972>
- Cañadas, C. y Castro E. (2004). Razonamiento Inductivo de 12 alumnos de secundaria en la resolución de un problema matemático. Actas del Octavo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM) (pp. 173- 182). La Coruña. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=1017790>
- Castellano, R. (2020). *Razonamiento lógico-matemático en el desarrollo del pensamiento de los niños de quinto año de educación básica de la Unidad Educativa “Darío c. Guevara” de la parroquia el Salto, Cantón Babahoyo* [Examen complejo, Universidad Técnica de Babahoyo]. Repositorio Institucional de la Universidad Técnica de Babahoyo. <http://dspace.utb.edu.ec/handle/49000/7315>
- Cevallos, A. (2018). *Razonamiento lógico en las habilidades cognitivas. Guía de actividades para fortalecer el razonamiento* [Tesis de pregrado, Universidad de Guayaquil]. Repositorio institucional de la Universidad de Guayaquil. <http://repositorio.ug.edu.ec/handle/redug/34054>

- Chacano, D., Maluenda, J., y Varas, M. (2021). Efectos del aula invertida y la evaluación auténtica en el aprendizaje de la matemática universitaria en estudiantes de primer año de ingeniería. *Revista Scielo*. 30(58). http://www.scielo.org.pe/scielo.php?pid=S1019-94032021000100206&script=sci_arttext
- Chaparro, A., Pachón, L., y Parada, R. (2016). El razonamiento como eje transversal en la construcción del pensamiento lógico. 7(14), 219-243. https://revistas.uptc.edu.co/index.php/praxis_saber/article/view/5224
- Chauca, J. (2018). *Método Heurístico y Rendimiento Académico de Matemáticas en Estudiantes de Educación Inicial – FEyH - UNS, 2017* [Tesis de posgrado, Universidad San Pedro, Escuela de Posgrado Facultad de Educación y Humanidades]. Repositorio institucional de la Universidad San Pedro. <http://repositorio.usanpedro.edu.pe/handle/USANPEDRO/10773>
- Choque, K. y Taco K. (2017). *Influencia de la aplicación del método de Pólya en el aprendizaje de la adición y sustracción en los estudiantes del cuarto grado de educación primaria de la institución educativa particular Mendel-Cayma- del distrito de Cayma-Arequipa 2017* [Tesis de bachiller en Educación, Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa]. Repositorio institucional de la Universidad Nacional de San Agustín. <https://renati.sunedu.gob.pe/handle/sunedu/3154269>
- Condo, E., y Mejía, L. (2021). *La taptana como instrumento para desarrollar el razonamiento lógico matemático en estudiantes del cuarto año de EIB* [Tesis de pregrado, Universidad Nacional de Educación]. Repositorio institucional Universidad Nacional de Educación. <http://repositorio.unae.edu.ec/handle/56000/1957>

- Constitución del Ecuador. (2008). Constitución Política de la República del Ecuador. Asamblea Nacional Constituyente, 1–132.
- Dávila, G., (2006). El razonamiento inductivo y deductivo dentro del proceso investigativo en ciencias experimentales y sociales. *Laurus*, 12(Ext), 180-205. <https://www.redalyc.org/pdf/761/76109911.pdf>
- Diago, P. D., Arnau, D., & González-Calero, J. A. (2018). La resolución de problemas matemáticos en primeras edades escolares con Bee-bot. *Matemáticas, educación Y Sociedad*, 1(2), 36–50. Recuperado de <https://journals.uco.es/mes/article/view/12835>
- Díaz, J. y Díaz R (2018). Los Métodos de Resolución de Problemas y el Desarrollo del Pensamiento Matemático. *Bolema: Boletín de Educação Matemática*, 32(60), 57-74. Recuperado de: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/r6wHhRqPGHkJgX7y8Jt46vF/?format=pdf&lang=es>
- Díaz-Bravo. L., Torruco-García, M., Martínez-Hernández, M., y Varela-Ruiz, M. (2013). La entrevista, recurso reflexivo y dinámico. *Investigación en educación médica*. 2(7), 162-167. <https://www.redalyc.org/pdf/3497/349733228009.pdf>
- Escalante, S. (2015). *Método Pólya en la resolución de problemas matemáticos* [Tesis de pregrado, Universidad Rafael Landívar]. Repositorio institucional de la Universidad Rafael Landívar. <http://recursosbiblio.url.edu.gt/tesisjcem/2015/05/86/Escalante-Silvia.pdf>
- Ferrándiz, C., Bermejo, R., Sainz, M., Ferrando, M., y Prieto, M. (2008). Estudio del razonamiento lógico-matemático desde el modelo de las inteligencias múltiples. *Anales de psicología*. 24(2), 213-222. <https://www.redalyc.org/pdf/167/16711589005.pdf>

- Ferrer, M. Gavino, N y Aquino, F. (2019). *El método de Pólya y el aprendizaje de polígonos en los estudiantes del segundo grado de educación secundaria de la institución educativa José Carlos Mariátegui “El Amauta” - 2017* [Tesis de pregrado, Universidad Nacional “Hermilio Valdizán”]. Repositorio institucional de la Universidad Nacional Hemilio Valdizán.
<https://repositorio.unheval.edu.pe/handle/20.500.13080/4619>
- Fonseca, A., Caballero, C., y Curbeira, D. (2019). El desarrollo del razonamiento deductivo en la resolución de problemas químicos. *VARONA*. (03).
<https://www.redalyc.org/journal/3606/360671619004/360671619004.pdf>
- Gaitán, V. (2013, 15 de octubre). Gamificación: el aprendizaje divertido. *Educativa*.
<https://www.educativa.com/blog-articulos/gamificacion-el-aprendizaje-divertido/>
- García, J. (2014). Pensamiento lógico matemático: una breve descripción de sus principios y desarrollo. *UNIVERSITA*, 95-105. <https://zenodo.org/record/7149637#.ZEBqBnZBzDc>
- García, M., y Rodríguez, M. (2000). El grupo focal como técnica de investigación cualitativa en salud: diseño y puesta en práctica, *Atención Primaria*. 25(3), 181-186.
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S021265670078485X>
- Garriga, N., Martínez, R., y Romero, B. (2011). Sistema de actividades metodológicas con enfoque de competencia didáctica para profesores de Farmacología I, de la carrera de Medicina. Matanzas. *Revista Médica Electrónica*. 33(3). http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_abstract&pid=S1684-18242011000300009&lng=pt&nrm=iso

- Gualdrón, E., Pinzón, L., y Ávila, A. (2020). Las operaciones básicas y el método heurístico de Pólya como pretexto para fortalecer la competencia matemática resolución de problemas. *REVISTA ESPACIOS*, 41(48), 106-116. Recuperado de: <https://www.revistaespacios.com/a20v41n48/a20v41n48p08.pdf>
- Hamui-Sutton, A., y Varela-Ruiz, M. (2013). La técnica de grupos focales. *Investigación en educación médica*. 2(5), 55-60. <https://www.redalyc.org/pdf/3497/349733230009.pdf>
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2018). *Metodología de la Investigación*.
- Hualpa, L. (2019). La planificación curricular y su relación con la evaluación de los aprendizajes de estudiantes de jornada escolar completa Chulucanas Piura, 2017 [Tesis de doctorado, Universidad César Vallejo]. Repositorio institucional de la Universidad César Vallejo. <https://repositorio.ucv.edu.pe/handle/20.500.12692/28849>
- In'am, A. (2014). The Implementation of the Polya Method in Solving Euclidean Geometry Problems, 7(7), 149-158. Recuperado de: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1070392.pdf>
- Instituto Nacional de Evaluación Educativa, (2018). Educación en Ecuador Resultados de PISA para el Desarrollo.
- Instituto Nacional de Evaluación Educativa, (2020). Informe de Resultados Evaluación Costa 2019 - 2020.
- Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2022). Ser estudiante 2022.
- Iza, M. (2019). *La gamificación como estrategia innovadora para la enseñanza de las matemáticas en educación primaria*. [Tesis de maestría, Universidad Católica del Ecuador Facultad de Ciencias de la



Educación]. Repositorio institucional de la Universidad Católica del Ecuador.
<http://201.159.222.35/bitstream/handle/22000/17868/1.%20TRABAJO%20DE%20TITULACION.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Jara, V. (2012). Desarrollo del pensamiento y teorías cognitivas para enseñar a pensar y producir conocimientos. *Sophia, Colección de Filosofía de la Educación*. (12), 53-66.
<https://www.redalyc.org/pdf/4418/441846101004.pdf>

Kuznik, A., Hurtado, A., y Espinal, A. (2010). El uso de la encuesta de tipo social en Traductología. Características metodológicas. *Monografías de traducción e interpretación*, (2), 315-344.
<https://www.redalyc.org/pdf/2651/265119729015.pdf>

Lazo, M. (2017). *Resolución de problemas de relación de recurrencia, bloque numérico y funciones, basado en el método heurístico de Pólya: guía didáctica para el Tercero de Bachillerato* [Tesis de maestría, Universidad de Cuenca]. Repositorio institucional de la Universidad de Cuenca
<https://dspace.ucuenca.edu.ec/bitstream/123456789/27819/1/Tesis.pdf>

Lee, C. (2015). An appropriate Prompts System Based on the Polya Methos for Mathematical Problem-Solving. *EURASIA Journal of Mathematics Science and Technology Education*. Recuperado de:
<https://www.ejmste.com/download/an-appropriate-prompts-system-based-on-the-polya-method-for-mathematical-problem-solving-4696.pdf>

López-Roldán, P., y Fachelli, S. (2015). *Metodología de la investigación social cuantitativa*. Bellaterra: Universitat Autònoma de Barcelona.
https://ddd.uab.cat/pub/caplli/2016/163564/metinvsocua_a2016_cap1-2.pdf

- Lucero, S. (2009). Las habilidades básicas de pensamiento en el desarrollo humano. *Revista UNIMAR*, 59-64.
<https://revistas.umariana.edu.co/index.php/unimar/article/view/135>
- Marín, M. (2017). *La dimensión de razonamiento matemático. Desarrollo de un instrumento diagnóstico dirigido a múltiples niveles educativos y modelización de su estructura* [Tesis de maestría, Universidad de Valencia]. Repositorio de la Universidad de Valencia. <https://roderic.uv.es/handle/10550/63558>
- Maris, S., y Noriega, M. (2011). Razonamiento espacial y rendimiento académico. *Interdisciplinaria*, 28(1), 145-158. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=18022327009>
- McMillan, J., y Schumacher, S. (2005), *Investigación educativa*. 5ta ed, Madrid. PEARSON EDUCACIÓN.
- Meneses, M., y Peñalosa, D. (2019). Método de Pólya como estrategia pedagógica para fortalecer la competencia resolución de problemas matemáticos con operaciones básicas. *RESEARCH REPORT*, 31, 7-25. Recuperado de: http://www.scielo.org.co/scielo.php?pid=S2145-94442019000200008&script=sci_abstract&tlng=es
- Miller, V. (2006). “Matemática: Razonamiento y aplicaciones. México.: Pearson.”
- Ministerio de Educación. (2011). De los principios generales. Capítulo 4: de los niveles de gestión de la autoridad educativa. En M. d. Educación, Ley Orgánica de Educación Intercultural (LOEI). (pág. 32-37) Quito.
- Ministerio de Educación. (2016). Currículo de los niveles de educación obligatoria. educacion.gob.ec.
- Ministerio de Educación. (2022). Currículo priorizado.

Navas, C. (2011). *El razonamiento espacial y la resolución de problemas geométricos en los estudiantes de décimo año de educación general básica del colegio nacional mixto Aída Gallegos Moncallo* [Tesis de maestría, Universidad Técnica de Ambato]. Repositorio institucional Universidad Técnica de Ambato. <https://repositorio.uta.edu.ec/handle/123456789/13219>

Nuñez, K. (2018). *Razonamiento inductivo en profesores de matemáticas al resolver tareas de generalización con sucesiones cuadráticas* [Tesis de maestría, Universidad Autónoma de Guerrero]. Repositorio de la Universidad Autónoma de Guerrero. [10.13140/RG.2.2.25880.42241](https://repositorio.uanahuat.mx/handle/10.13140/RG.2.2.25880.42241)

Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura. (2016). Aportes para la enseñanza de la matemática.

Palella, S., y Martins, F. (2012). *Metodología de la investigación cuantitativa*. FEDUPEL.

Piaget, J. (1991). *Seis estudios de psicología*. Editorial LABOR, S.A. España. Edición original: editions Gonthier. 1964. Recuperado de: http://dinterrondonia2010.pbworks.com/f/Jean_Piaget_-_Seis_estudios_de_Psicologia.pdf

Planificación Curricular Institucional. (2016).

Pólya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.

Proyecto Educativo Institucional. (2013).

Ramos, M. (2017). *Aplicación del Método de Pólya para el aprendizaje de ecuaciones lineales y cuadráticas en los estudiantes de primero de bachillerato general unificado del colegio de bachillerato Pio*

Manuel Alvarado de la ciudad de Loja, periodo 2015-2016 [Tesis de pregrado, Universidad Nacional de Loja]. Repositorio institucional de la Universidad Nacional de Loja

<https://dspace.unl.edu.ec/jspui/handle/123456789/18741>

Revelo, O., Collazos, C., y Jiménez, J. (2018). El trabajo colaborativo como estrategia didáctica para la enseñanza/aprendizaje de la programación: una revisión sistemática de literatura. *TecnoLógicas*, 41(21). 115-134. <http://www.scielo.org.co/pdf/teclo/v21n41/v21n41a08.pdf>

Rodríguez, C., y González, S. (2008). El proceso de razonamiento lógico y la enseñanza de la planificación estratégica. *Actualidad Contable Faces*. 17(11), 111-121.

<https://www.redalyc.org/pdf/257/25711784010.pdf>

Rodríguez, N. (2019). *Aplicación del método Pólya en el desempeño académico de los estudiantes de la Escuela Profesional de Educación Física de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos 2017-I* [Tesis de maestría, Universidad Nacional Mayor de San Marcos]. Repositorio institucional de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

<http://cybertesis.unmsm.edu.pe/handle/20.500.12672/10687>

Salvatierra, A., Gallarday, S., Ocaña-Fernández, Y., y Palacios, J. (2019). Caracterización de las habilidades del razonamiento matemático en niños de TDAH. *Propós. Present.* 7(1).

<http://dx.doi.org/10.20511/pyr2019.v7n1.273>

Sánchez, J. (2022). *Manual de estrategias de aprendizaje innovadoras basadas en las TAC para mejorar el razonamiento lógico matemático en los estudiantes de octavo año de educación general básica de la escuela Medardo Neira Garzón, año lectivo 2020-2021* [Tesis de pregrado, Universidad Politécnica

Salesiana cede Cuenca]. Repositorio institucional de la Universidad Politécnica Salesiana.
<https://dspace.ups.edu.ec/handle/123456789/22282>

Sobarzo, C. y Valenzuela, M. (2017). *Incidencia del Método de Pólya en la resolución de problemas matemáticos de inecuaciones en tercero medio en un Colegio Particular Subvencionado De La Comuna De Nacimiento* [Tesis de pregrado, Universidad Concepción de Chile]. Recuperado de:
<http://repositorio.udec.cl/bitstream/11594/2309/3/Sobarzo%20-%20Valenzuela.pdf>

Tagle, M. (2018). *Razonamiento lógico-matemático en el aprendizaje significativo. Guía de actividades para el desarrollo del razonamiento lógico matemático* [Tesis de pregrado, Universidad de Guayaquil].
Repositorio institucional de la Universidad de Guayaquil.
<http://repositorio.ug.edu.ec/handle/redug/33149>

Torres, R. (2015). La comprensión lectora y su relación en la resolución de problemas matemáticos en niños del segundo grado de educación primaria de la institución educativa Ignacio Merino – Piura [Tesis de maestría, Universidad de Piura]. Recuperado de:
https://pirhua.udep.edu.pe/bitstream/handle/11042/4691/MAE_EDUC_271.pdf?sequence=2&isAllowed=y

Unzueta, S. (2011). Algunos aportes de la psicología y el paradigma socio crítico a una educación comunitaria crítica y reflexiva. *Revista integra educativa*, 4(2). 105-144.
<http://www.scielo.org.bo/pdf/rieiii/v4n2/v4n2a06.pdf>

Vargas, W. (2021). La resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento matemático. *Scielo*. 5(17).
<https://doi.org/10.33996/revistahorizontes.v5i17.169>



- Vilanova, S., Rocerau, M., Valdez, G., Oliver, M., Vecino, S., Medida, P., Astiz, M., y Álvarez, E. (2001). LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA El papel de la resolución de problemas en el aprendizaje. *Revista Iberoamericana de Educación*. <https://rieoei.org/historico/deloslectores/203Vilanova.PDF>
- Villacis, M (2021). Aplicación del método Pólya para mejorar la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de octavo año de EGB. De Baños [Tesis de maestría, Pontificia Universidad Católica del Ecuador]. Repositorio institucional de la Pontificia Universidad Católica del Ecuador. <https://repositorio.pucesa.edu.ec/bitstream/123456789/3159/1/77321.pdf>
- Zorilla, W. (2016). *El método de Pólya en el rendimiento académico en el área de matemática en los estudiantes del sexto grado de la Institución Educativa los Libertadores de América del distrito de Manantay -2016* [Tesis de pregrado. Universidad Nacional Intercultural de la Amazonía]. Repositorio institucional de la Universidad Intercultural de la Amazonía. <https://repositorio.unia.edu.pe/handle/unia/156>

Anexos

Anexo 1. Diario de campo



Datos informativos

Colegio:

Lugar:

Nivel/Subnivel. Bachillerato:

Pareja Pedagógica:

Hora de inicio:

Hora final:

Fecha de práctica:

Nro. de práctica:

Tutor académico:

Tutor profesional:

Núcleo problémico:

Eje integrador:

- **Relatoría de las actividades desarrolladas.**

Observación a la Docente			
Actividades desarrolladas por la docente	Evaluación	Recursos	Reflexiones e inquietudes
Observación a los estudiantes			
Participación	Lo que más les gusta	Aprendizajes: <ul style="list-style-type: none"> • Conceptuales • Procedimentales • Actitudinales 	Reflexiones e inquietudes
	Lo que menos les gusta		
Firma de tutor		Firma de estudiantes practicantes	



Anexo 2. Guía de observación

 <p>UNAE UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN</p>	<p>Método Pólya y su incidencia en el razonamiento matemático en 8vo año de EGB en la U.E Luis Cordero</p>	
<p>Objetivo: Analizar la incidencia del Método Pólya en el razonamiento matemático en 8vo año de Educación General Básica de la Unidad Educativa Luis Cordero.</p>		
<p>Indicadores</p> <p>El estudiante deduce un hecho de lo general a lo específico El estudiante induce a partir de datos específicos un hecho general El estudiante visualiza y relaciona objetos de manera abstracta El estudiante resuelve problemas Evalúa resultados obtenidos de situaciones problemáticas Resuelve problemas de contexto real y matemático Reconoce los datos e incógnitas del problema Realiza un gráfico para comprender el problema Resolver el problema por partes Elabora un plan para resolver el problema Implementa correctamente la estrategia seleccionada Llega a una línea de solución adecuada (Ensayo error) Analiza otra manera de obtener la solución Analiza de manera correcta si la respuesta soluciona el problema Generaliza y analiza a profundidad la solución</p>	<p style="text-align: center;">Preguntas</p> <p>a) ¿Los estudiantes tienen los conocimientos necesarios para resolver problemas de razonamiento matemático? b) ¿Qué dificultades presentan los estudiantes en el razonamiento matemático (deductivo, inductivo y espacial)? c) ¿De qué manera los estudiantes resuelven problemas de razonamiento matemático? d) ¿Los estudiantes comprenden a profundidad un problema antes de resolverlo? e) ¿Los estudiantes identifican datos e incógnitas? f) ¿Los estudiantes realizan gráficos para comprender el problema? g) ¿Los estudiantes diseñan un plan i estrategia para resolver un problema? h) ¿Los estudiantes ejecutan el plan para resolver el problema? i) ¿Los estudiantes buscan una alternativa diferente de solución? j) ¿Los estudiantes verifican y generalizan la solución del problema?</p>	



Anexo 3. Guía de entrevista

 <p>UNAE UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN</p>	<p>Método Pólya y su incidencia en el razonamiento matemático en 8vo año de EGB en la U.E Luis Cordero</p>	
<p>Objetivo: Analizar la incidencia del Método Pólya en el razonamiento matemático en 8vo año de Educación General Básica de la Unidad Educativa Luis Cordero.</p>		
<p>Indicación:</p> <ul style="list-style-type: none"> • La presente entrevista será utilizada únicamente con fines académicos. 		
<p>Información demográfica</p> <ol style="list-style-type: none"> ¿Qué título de tercer nivel posee? ¿Cuántos años de servicio tiene como docente? ¿Cuántos años de experiencia tiene enseñando matemática en la Educación Básica Superior? 		
<p>Indicadores</p>	<p>Preguntas</p>	
<p>El estudiante resuelve problemas Evalúa resultados obtenidos de situaciones problemáticas Resuelve problemas de contexto real y matemático</p>	<ol style="list-style-type: none"> ¿De qué manera enseña a los estudiantes a resolver problemas de razonamiento matemático? ¿De qué manera los estudiantes aprenden a resolver problemas de razonamiento matemático? ¿Qué tipo de dificultades presentan los estudiantes a la hora de resolver problemas de razonamiento matemático? ¿Qué métodos conoce para la resolución de problemas? ¿Cuándo usted plantea problemas de razonamiento matemático sus estudiantes razonan rápidamente? ¿Usted considera que sus estudiantes sean capaces de plantear problemas de razonamiento matemático? ¿Cuál es su propósito de enseñar a resolver problemas de razonamiento matemático? 	



Anexo 4. Cuestionario

 <p>UNAE UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN</p>	<p>Método Pólya y su incidencia en el razonamiento matemático en 8vo año de EGB en la U.E Luis Cordero</p>	
<p>Objetivo: Analizar la incidencia del Método Pólya en el razonamiento matemático en 8vo año de Educación General Básica de la Unidad Educativa Luis Cordero.</p>		
<p>Indicaciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lea atentamente cada pregunta y conteste lo que se le solicita. • Subraye una respuesta en cada pregunta. • La presente encuesta será utilizada únicamente con fines académicos. 		
<p>Indicadores</p> <ul style="list-style-type: none"> • Reconoce los datos e incógnitas del problema • Elabora un plan para resolver el problema • Implementa correctamente la estrategia seleccionada • Llega a una línea de solución adecuada (Ensayo error) • Analiza de manera correcta si la respuesta soluciona el problema • Generaliza y analiza a profundidad la solución 	<p>Preguntas</p> <p>1. ¿Qué tan importante consideras que es resolver problemas matemáticos?</p> <p style="text-align: center;">No importante Poco importante Neutral Importante Muy importante</p> <hr/> <p>2. ¿Qué dificultades presentas a la hora de resolver problemas matemáticos?</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Dificultad en la comprensión, la representación e interpretación de datos e incógnitas ○ Dificultad en la selección y ejecución de operaciones. ○ Dificultad para leer símbolos matemáticos. ○ Dificultad para escribir símbolos matemáticos. <hr/> <p>3. ¿Qué tan importante consideras comprender un problema antes de intentar resolverlo?</p> <p style="text-align: center;">No importante Poco importante Neutral Importante Muy importante</p> <hr/> <p>4. ¿Qué tan importante es organizar datos, incógnitas y fórmulas para resolver un problema?</p> <p style="text-align: center;">No importante Poco importante Neutral Importante Muy importante</p> <hr/> <p>5. ¿Qué tan importante consideras desarrollar un plan o estrategia antes de intentar resolver un problema?</p> <p style="text-align: center;">No importante Poco importante Neutral Importante Muy importante</p> <hr/> <p>6. ¿Qué tan importante es verificar y examinar la solución del problema?</p> <p style="text-align: center;">No importante Poco importante Neutral Importante Muy importante</p>	

Anexo 5. Guía de grupo focal

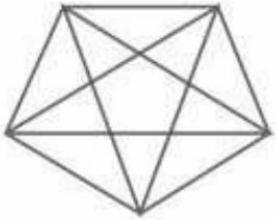
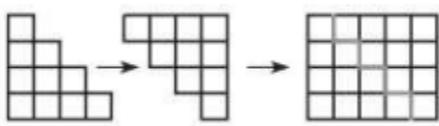
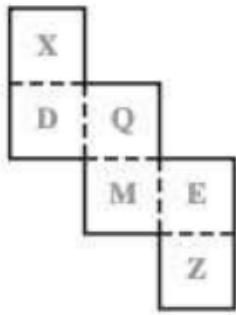
 <p>UNA E UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN</p>	<p>Método Pólya y su incidencia en el razonamiento matemático en 8vo año de EGB en la U.E Luis Cordero</p>	
<p>Objetivo: Analizar la incidencia del Método Pólya en el razonamiento matemático en 8vo año de Educación General Básica de la Unidad Educativa Luis Cordero.</p>		
<p>Indicación:</p> <ul style="list-style-type: none"> El presente grupo focal será utilizado únicamente con fines académicos. 		
<p>Indicadores</p>	<p>Preguntas</p>	
<ul style="list-style-type: none"> Reconoce los datos e incógnitas del problema Elabora un plan para resolver el problema Implementa correctamente la estrategia seleccionada Llega a una línea de solución adecuada (Ensayo error) Analiza de manera correcta si la respuesta soluciona el problema Generaliza y analiza a profundidad la solución 	<p>1. ¿Sientes que el método Pólya te ayuda a comprender mejor los problemas de razonamiento matemático? ¿Por qué?</p>	
	<p>2. ¿Te parece conveniente la aplicación del método Pólya al momento de resolver problemas? ¿Por qué?</p>	
	<p>3. ¿Los pasos del método Pólya te parecen complicados de aplicar? ¿Por qué?</p>	
	<p>4. ¿Crees que existe una manera más sencilla de resolver problemas matemáticos?</p>	
	<p>5. ¿Sientes que las clases de matemática con la utilización del método Pólya te han servido para mejorar tu razonamiento? ¿Por qué?</p>	



Anexo 7. Prueba final

	Método Pólya y su incidencia en el razonamiento matemático en 8° año de EGB en la U.E Luis Cordero	
Objetivo: Analizar la incidencia del Método Pólya en el razonamiento matemático en 8° año de Educación General Básica de la Unidad Educativa Luis Cordero.		
Indicaciones: <ul style="list-style-type: none"> • Lea atentamente cada pregunta y conteste lo que se le solicita. • No utilizar dispositivos electrónicos (celulares o calculadoras) para la realización de operaciones. • Realizar las operaciones en la misma hoja de trabajo. 		
Nombre:		
Paralelo:		Fecha:
Indicadores	Problemas	Puntuación
El estudiante induce a partir de datos específicos un hecho general	1. Complete el siguiente enunciado: Todos los hombres son mortales. Sócrates es un hombre. Por lo tanto, Sócrates es _____	1
	2. Indique cuál es el siguiente término de la secuencia: a) 3, 6, 9, 15, 24, 39, <input type="text"/> b) 3, 12, 48, 192, 768, <input type="text"/>	1
	3. Complete y compruebe la siguiente secuencia: 1. $(9 \times 9) + 7 = 88$ 2. $(98 \times 9) + 6 = 888$ 3. $(987 \times 9) + 5 = 8,888$ 4. $(9876 \times 9) + 4 = 88,888$ 5. <input type="text"/>	1
El estudiante deduce un hecho de lo general a lo específico	4. En el siguiente problema de suma, faltan algunos dígitos en los espacios. Si el problema se resuelve correctamente ¿Cuál es la suma de los dígitos que faltan? $\begin{array}{r} 7 \\ 69 \\ + 1 \\ \hline 282 \end{array}$	1
	5. En su preparación para ingresar en la universidad, Pablo se propone realizar una cantidad de problemas cada semana, de acuerdo con la siguiente secuencia: $(1 + 4 + 7), (1 + 4 + 7 + 10), (1 + 4 + 7 + 10 + 13) \dots$ Semana 1 Semana 2 Semana 3 ¿Cuántos problemas resolverá en la quinta semana?	1



	<p>6. Durante la clase de Matemática, a la profesora se le ocurrió mostrar un cartel cuya inscripción decía:</p> <p>ADICIÓN 9314157 SUSTRACCIÓN 28260944157 RADICACIÓN <input type="text"/></p> <p>¿Qué número debería ir en cada cuadro?</p>	1
El estudiante visualiza y relaciona objetos de manera abstracta	<p>7. ¿Cuántos triángulos hay en la figura?</p> 	1
	<p>8. Explique como el siguiente diagrama ilustra geoméricamente la formula: $1 + 2 + 3 + 4 = \frac{4 \times 5}{2}$</p> 	1
	<p>9. Cuando el diagrama mostrado se dobla en forma de cubo, ¿Cuál es la letra opuesta a la cara marcada con la Z?</p> <p>a. E b. M c. Q d. D e. X</p> 	1

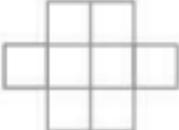
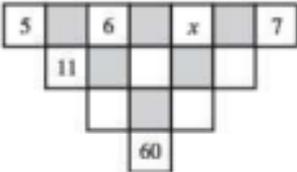


Anexo 8. Rúbrica de calificación

Rubrica de evaluación para el Método Pólya				
INDICADOR		CALIFICACIÓN		
		0	1	2
Comprender el problema	Reconoce los datos e incógnitas del problema	No reconoce ni datos ni incógnitas	Reconoce únicamente los datos del problema	Reconoce los datos e incógnitas
	Realiza un gráfico para comprender el problema	No realiza gráficos	Realiza un gráfico que no relaciona datos e incógnitas	Realizar un grafico donde relaciona los datos e incógnitas
Diseñar un plan	Elaborar un plan para resolver el problema	No elabora el plan	Elabora el plan, pero no lo especifica	Elabora el plan donde especifica todos los procesos a realizar
Ejecutar el plan	Implementar correctamente la estrategia seleccionada	No implementa el plan	Implementa el plan de manera errónea (Resuelve mal la operación)	Implementa correctamente el plan
Examinar la solución	Analiza de manera correcta si la respuesta soluciona el problema	No comprueba, ni analiza que la respuesta soluciona el problema	Únicamente Analiza la solución	Comprueba y analiza la solución
	Generaliza a profundidad la solución	No especifica la solución	Coloca la solución, pero no la complementa	Especifica la solución

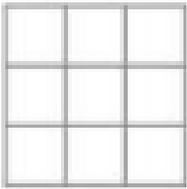


Anexo 9. Problemas de característica de los números enteros

 <p>UNAE UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN</p>	<p>Método Pólya y su incidencia en el razonamiento matemático en 8° año de EGB en la U.E Luis Cordero</p>	
<p>Objetivo: Analizar la incidencia del Método Pólya en el razonamiento matemático en 8° año de Educación General Básica de la Unidad Educativa Luis Cordero.</p>		
<p>Resolución de problemas de características de los números enteros</p>		
<p>Nombre:</p>		
<p>Paralelo:</p>		<p>Fecha:</p>
<p>1. Para atrapar un pez, dos gaviotas se sumergen en el mar. La primera se sumerge a 45 cm y la otra, a 60 cm. Si el pez se encuentra a 50 cm de profundidad, ¿cuál de las dos gaviotas está más cerca de alcanzarlo?</p>		
<p>2. Analiza cada situación y responde: a) El entero m está 7 unidades a la izquierda de n. Si $n = -2$. ¿Cuál es el valor de m? b) Un número positivo está al doble de unidades de 0 que un número negativo, y los dos están separados por 27 unidades. ¿Cuáles son esos números?</p>		
<p>3. Coloque cada uno de los dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 en cuadros separados de modo que los cuadros que compartan esquinas no contengan dígitos sucesivos.</p> <div style="text-align: center;">  </div>		
<p>4. El número de un cuadrado no sombreados se obtiene sumando los números conectados con el en la fila superior. ¿Cuál es el valor de x?</p> <div style="text-align: center;">  </div>		
<p>5. ¿Cuántos rectángulos de cualquier tamaño se encuentran en la figura mostrada?</p> <div style="text-align: center;">  </div>		

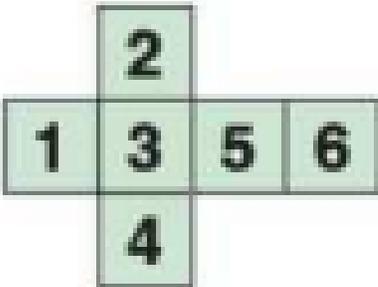


Anexo 10. Problemas de números relativos y sus propiedades

 <p>UNAE UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN</p>	<p>Método Pólya y su incidencia en el razonamiento matemático en 8º año de EGB en la U.E Luis Cordero</p>	
<p>Objetivo: Analizar la incidencia del Método Pólya en el razonamiento matemático en 8º año de Educación General Básica de la Unidad Educativa Luis Cordero.</p>		
<p>Resolución de problemas de números relativos y sus propiedades</p>		
<p>Nombre:</p>		
<p>Paralelo:</p>		<p>Fecha:</p>
<p>1. Marcela nació en el año 1994. Terminó la secundaria en el 2010 y su carrera universitaria en el 2015. Si se considera como punto de referencia el año en el que terminó la secundaria, ¿cuáles son los números relativos que indican cuántos años antes nació y cuántos años después terminó su carrera universitaria?</p>		
<p>2. El dueño de una caja fuerte de seguro giratorio, coloca la rueda en cero y hace los siguientes movimientos: 13 hacia la derecha, 7 hacia atrás, 3 hacia adelante, 14 hacia atrás y 2 hacia adelante. La posición final de la rueda es:</p>		
<p>3. Mamá coloca en la nevera una tarrina de carne fileteada a 17°C y la saca tres días después a – 12°C. La variación de la temperatura fue de:</p>		
<p>4. Tres fosas marinas tienen una profundidad de 25534m, 26524m y 24321m, respectivamente. ¿Cuál de las tres fosas marinas tiene mayor profundidad? ¿Cuál de las fosas es menos profunda?</p>		
<p>5. ¿Cuál es el número máximo de cuadrados pequeños en los cuales podemos colocar cruces (X) y no tener ninguna fila, columna o diagonal completamente de cruces? Ilustre su respuesta.</p>		
		

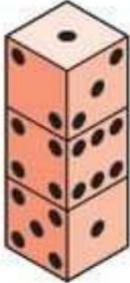


Anexo 11. Problemas de valor absoluto

	<p>Método Pólya y su incidencia en el razonamiento matemático en 8° año de EGB en la U.E Luis Cordero</p>	
<p>Objetivo: Analizar la incidencia del Método Pólya en el razonamiento matemático en 8° año de Educación General Básica de la Unidad Educativa Luis Cordero.</p>		
<p>Resolución de problemas de valor absoluto</p>		
<p>Nombre:</p>		
<p>Paralelo:</p>		<p>Fecha:</p>
<p>1. Un pájaro elevándose en el aire, y un buzo sumergido en el mar, se encuentran a la misma distancia del nivel del mar. ¿A qué altura se encuentra el pájaro y a qué profundidad el buzo, si los separan 86 m?</p>		
<p>2. Buscando una dirección, Alejandro caminó inicialmente siete cuadras en una dirección. Luego, se desplazó tres cuadras en la dirección contraria. ¿Cuántas cuadras caminó en total?</p>		
<p>3. Valeria hizo la siguiente afirmación: “Mi hermano recorre una distancia de 2400 m de la casa hacia el colegio”. ¿Consideras que la afirmación es correcta o incorrecta? Explica.</p>		
<p>4. Un vehículo sale del estacionamiento y se desplaza 40 m al norte. Luego, se devuelve sobre la misma calle y se traslada 70 m hacia el sur y, finalmente, se mueve 20 m hacia el sur. ¿Cuántos metros recorrió en total el vehículo?</p>		
<p>5. Cuando el diagrama mostrado se dobla en forma de cubo, ¿Cuál es el valor opuesto a la cara marcada con la 6?</p> <div style="text-align: center;">  </div>		



Anexo 12. Problemas de la adición y sus propiedades

 <p>UNAE UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN</p>	<p>Método Pólya y su incidencia en el razonamiento matemático en 8° año de EGB en la U.E Luis Cordero</p>							
<p>Objetivo: Analizar la incidencia del Método Pólya en el razonamiento matemático en 8° año de Educación General Básica de la Unidad Educativa Luis Cordero.</p>								
<p>Resolución de problemas de Adición de números enteros</p>								
<p>Nombre:</p>								
<p>Paralelo:</p>		<p>Fecha:</p>						
<p>1. Pablito se graduó de bachiller en el año que satisface las siguientes condiciones: 1. La suma de los dígitos es 23; 2. El dígito de las centenas es tres unidades más grandes que el de la decena; 3. No existe el dígito 8, ¿En qué año se graduó?</p>								
<p>2. En una fiesta de cumpleaños, el señor Green no dijo directamente su edad, sino que planteó lo siguiente: “Si usted suma el año de mi nacimiento a este año, resta el año de mi cumpleaños número 10 y el año de mi cumpleaños número 15, y luego suma mi edad actual, el resultado es 80”. ¿Qué edad tiene el señor Green?</p>								
<p>3. Mientras jugaba, Camila encontró la siguiente secuencia. Ayúdala a encontrar los valores faltantes:</p> <table border="1" data-bbox="139 1024 1224 1062" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">-45</td> <td style="text-align: center;">-56</td> <td style="text-align: center;"> </td> <td style="text-align: center;">-88</td> <td style="text-align: center;"> </td> <td style="text-align: center;">-110</td> </tr> </table>			-45	-56		-88		-110
-45	-56		-88		-110			
<p>4. Si en mi cuenta bancaria tenía un saldo en contra de \$ 25 y me depositan \$ 455 de mi sueldo, luego realizó tres retiros: \$ 35 para el pago de luz, \$ 15 de agua, \$ 310 de mi tarjeta de crédito, me depositan \$ 60 por un trabajo que realicé. El saldo en mi cuenta bancaria es de:</p>								
<p>5. Tres dados con caras numerados del 1 al 6, están apilados. Siete de las 18 caras son visibles, dejando 11 caras ocultas en la parte inferior y entre los dados. El número total de vista es de:</p> <p>a) 21 b) 22 c) 31 d) 41 e) 53</p>		<p>como se muestra. en la parte posterior, puntos invisibles en</p>						

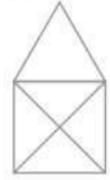


Anexo 13. Problemas de sustracción y sus propiedades

	<p>Método Pólya y su incidencia en el razonamiento matemático en 8º año de EGB en la U.E Luis Cordero</p>																															
<p>Objetivo: Analizar la incidencia del Método Pólya en el razonamiento matemático en 8º año de Educación General Básica de la Unidad Educativa Luis Cordero.</p>																																
<p>Resolución de problemas de Sustracción de números enteros</p>																																
<p>Nombre:</p>																																
<p>Paralelo:</p>		<p>Fecha:</p>																														
<p>1. Las posiciones en el Campeonato Nacional de Fútbol del año 2019 se pueden apreciar en la siguiente tabla en la que se muestran los goles a favor y los goles en contra de algunos equipos, determina la diferencia de goles para cada equipo.</p>																																
<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 60%; margin: auto;"> <thead> <tr> <th style="width: 10%;"></th> <th style="width: 20%;">Equipos</th> <th style="width: 15%;">Goles a favor</th> <th style="width: 15%;">Goles en contra</th> <th style="width: 15%;">Diferencia de goles</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;"></td> <td>Macará</td> <td style="text-align: center;">47</td> <td style="text-align: center;">17</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"></td> <td>Barcelona</td> <td style="text-align: center;">56</td> <td style="text-align: center;">38</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"></td> <td>U. Católica</td> <td style="text-align: center;">48</td> <td style="text-align: center;">29</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"></td> <td>Delfín</td> <td style="text-align: center;">46</td> <td style="text-align: center;">33</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"></td> <td>Independiente</td> <td style="text-align: center;">41</td> <td style="text-align: center;">29</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>				Equipos	Goles a favor	Goles en contra	Diferencia de goles		Macará	47	17			Barcelona	56	38			U. Católica	48	29			Delfín	46	33			Independiente	41	29	
	Equipos	Goles a favor	Goles en contra	Diferencia de goles																												
	Macará	47	17																													
	Barcelona	56	38																													
	U. Católica	48	29																													
	Delfín	46	33																													
	Independiente	41	29																													
<p>2. Si a, b y c son dígitos para los cuales</p> $\begin{array}{r} 7 \quad a \quad 2 \\ - \quad 4 \quad 8 \quad b \\ \hline c \quad 7 \quad 3 \end{array}$ <p>Entonces, $a + b + c =$ _____</p> <p>a. 14 b. 15 c. 16 d. 17 e. 18</p>																																
<p>3. Mientras jugaba, Pablo encontró la siguiente secuencia. Ayúdala a encontrar los valores faltantes:</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 15%;">85</td> <td style="width: 15%;">78</td> <td style="width: 15%;"></td> <td style="width: 15%;">64</td> <td style="width: 15%;"></td> <td style="width: 15%;">50</td> </tr> </table>			85	78		64		50																								
85	78		64		50																											
<p>4. El consejo estudiantil de la Unidad Educativa Luis Cordero planea realizar un evento escolar. La siguiente tabla muestra el presupuesto para el evento:</p> <table border="1" style="width: 60%; margin: auto; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th colspan="3" style="text-align: center;">Presupuesto para el evento escolar</th> </tr> <tr> <th style="width: 40%;">Concepto</th> <th style="width: 20%;">Fondos a recaudar</th> <th style="width: 20%;">Gastos</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Boletos</td> <td style="text-align: center;">300</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Decoraciones</td> <td></td> <td style="text-align: center;">-90</td> </tr> <tr> <td>Animador del evento</td> <td></td> <td style="text-align: center;">-240</td> </tr> </tbody> </table> <p>¿Cuál es la ganancia esperada del consejo estudiantil?</p>			Presupuesto para el evento escolar			Concepto	Fondos a recaudar	Gastos	Boletos	300		Decoraciones		-90	Animador del evento		-240															
Presupuesto para el evento escolar																																
Concepto	Fondos a recaudar	Gastos																														
Boletos	300																															
Decoraciones		-90																														
Animador del evento		-240																														

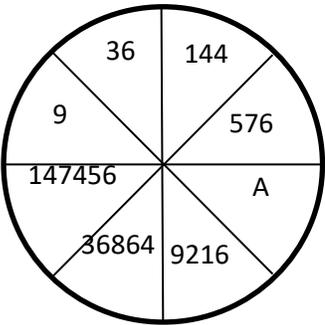


5. Dibuje la siguiente figura sin separar su lápiz del papel y sin volver a trazar una línea que ya se haya dibujado.





Anexo 14. Problemas de propiedades de la multiplicación

	<p>Método Pólya y su incidencia en el razonamiento matemático en 8° año de EGB en la U.E Luis Cordero</p>											
<p>Objetivo: Analizar la incidencia del Método Pólya en el razonamiento matemático en 8° año de Educación General Básica de la Unidad Educativa Luis Cordero.</p>												
<p>Resolución de problemas de multiplicación de números enteros</p>												
<p>Nombre: _____</p>												
<p>Paralelo: _____</p>		<p>Fecha: _____</p>										
<p>1. Nueve marmotas roen ocho piezas de madera en 3 horas. ¿Cuánta madera roe una marmota en una hora?</p>												
<p>2. Un hombre desea vender un perrito en \$60. Un cliente que quiere comprarlo solamente tiene monedas extranjeras. La tasa de cambio de las monedas es como sigue: 11 monedas redondas = \$15, 11 monedas cuadradas = 12\$, 5 monedas triangulares = 6\$. ¿Cuántas monedas de cada denominación debe pagar el cliente?</p>												
<p>3. Complete la siguiente secuencia:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">6</td> <td style="padding: 5px;">-18</td> <td style="padding: 5px;">54</td> <td style="padding: 5px;">-163</td> <td style="padding: 5px; width: 40px;"></td> <td style="padding: 5px; width: 40px;"></td> </tr> </table>			6	-18	54	-163						
6	-18	54	-163									
<p>4. Complete la siguiente operación de multiplicación, rellenando los espacios faltantes:</p> $ \begin{array}{r} 5 4 \\ \times \\ \hline 0 4 \end{array} $												
<p>5. Halle A:</p> <div style="text-align: center;">  </div>												
<p>6. El cuadrado que no está relacionado es:</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto; text-align: center;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">35</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">-5</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">5</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">15</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">25</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">-175</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">-25</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">-25</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">-75</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">-125</td> </tr> </table>			35	-5	5	15	25	-175	-25	-25	-75	-125
35	-5	5	15	25								
-175	-25	-25	-75	-125								



Anexo 15. Problemas de propiedades de la división



Método Pólya y su incidencia en el razonamiento matemático en 8° año de EGB en la U.E Luis Cordero



Objetivo: Analizar la incidencia del Método Pólya en el razonamiento matemático en 8° año de Educación General Básica de la Unidad Educativa Luis Cordero.

Resolución de problemas de división de números enteros

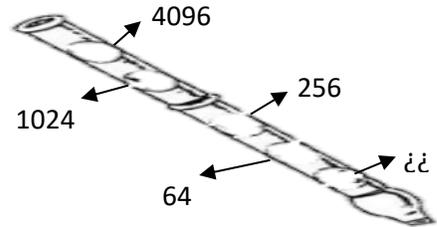
Nombre:

Paralelo:

Fecha:

1. La familia Martínez está integrada por cuatro personas. Entre todos compraron un automóvil por un costo de \$ 38 000, que pagarán en cuotas iguales durante dos meses. ¿Cuánto dinero deberá pagar cada integrante de la familia el primer mes?

2. En el último agujero de esta flauta se debe describir un número, el cual se debe obtener mediante cierta regla con la cual se obtuvieron los números anteriores, ¿Cuál es este número?



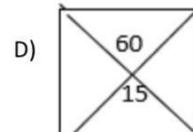
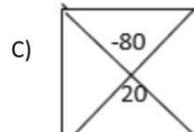
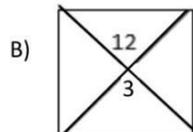
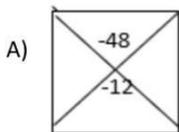
3. Dibujando dos líneas rectas, divida la carátula de un reloj en tres regiones tales que los números en las regiones tengan el mismo total:



4. Complete la siguiente secuencia:

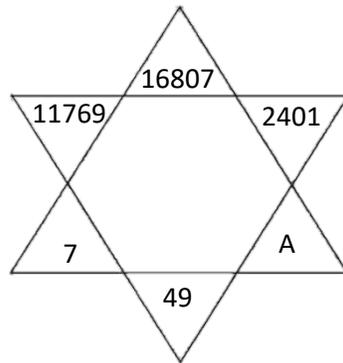
2187	729	243	81		
------	-----	-----	----	--	--

5. El cuadrado que no está relacionado con los demás es:

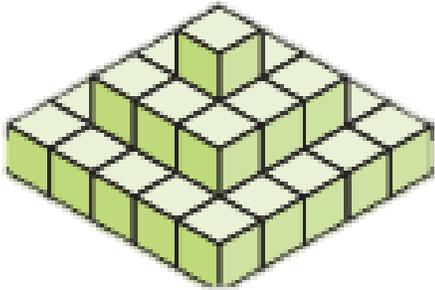




6. Encuentra A:



Anexo 16. Problemas de potenciación, raíz cuadrada y descomposición de factores

 <p>UNAE UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN</p>	<p>Método Pólya y su incidencia en el razonamiento matemático en 8° año de EGB en la U.E Luis Cordero</p>	
<p>Objetivo: Analizar la incidencia del Método Pólya en el razonamiento matemático en 8° año de Educación General Básica de la Unidad Educativa Luis Cordero.</p>		
<p>Resolución de problemas de potenciación y radicación de números enteros</p>		
<p>Nombre:</p>		
<p>Paralelo:</p>		<p>Fecha:</p>
<p>1. En origami se toma una hoja de papel y se dobla por la mitad, determinando así dos regiones. Luego, se vuelve a doblar una vez más y se obtienen cuatro regiones. Si se continúa el procedimiento hasta hacer ocho dobleces, ¿cuántas regiones se obtienen?</p>		
<p>2. En una investigación respecto a cómo aumenta el número de conejos con el tiempo, se comienza con tres conejos que se triplican al mes. ¿Cuántos conejos habrá a los nueve meses si la población continúa creciendo de la misma forma?</p>		
<p>3. ¿Cuál es el menor número de años que deben transcurrir desde el 2016 para que el año sea un cuadrado perfecto? ¿Cuántos años del tercer milenio son cuadrados perfectos?</p>		
<p>4. Un grupo de estudiantes va a construir unas señales informativas que tengan forma cuadrada. Deben hacerlas de forma que su área sea de 355216 mm² ¿Cuántos milímetros debe medir el lado de cada señal?</p>		
<p>5. ¿Cómo puede uno colocar enteros del 1 al 15 en cada uno de los espacios de modo que no se repita un número, y la suma de los números en dos espacios consecutivos cualquiera sea un cuadrado perfecto?</p> <div style="text-align: center;">  </div>		
<p>6. Completa la expresión para calcular el número de cubos que forman la pirámide de la Figura</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div data-bbox="191 1507 548 1570"> $1 + 3 + 5 = \square$ </div> <div data-bbox="727 1465 1162 1755">  </div> </div>		



Anexo 17. Problemas de operaciones combinadas

 <p>UNAE UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN</p>	<p>Método Pólya y su incidencia en el razonamiento matemático en 8° año de EGB en la U.E Luis Cordero</p>										
<p>Objetivo: Analizar la incidencia del Método Pólya en el razonamiento matemático en 8° año de Educación General Básica de la Unidad Educativa Luis Cordero.</p>											
<p>Resolución de problemas de operaciones combinadas con números enteros</p>											
<p>Nombre:</p>											
<p>Paralelo:</p>		<p>Fecha:</p>									
<p>1. Jorge regalará algunos de sus juguetes, los cuales tiene ordenados de la siguiente manera: en su cuarto tiene 2 en cada uno de los 2 cajones de sus 2 muebles, 4 en cada una de las 3 repisas, y de ellos decide quedarse con 4. En el cuarto de su mamá tiene 3 en cada uno de los 5 cajones, y de ellos se queda con 3. ¿Cuántos juguetes en total regalará Jorge?</p>											
<p>2. Andrea desea comprar un libro. Ella tiene \$ 12, su papá le duplicó esta cantidad, pero ella gastó \$ 2 con sus amigas. Luego, recibió la mitad de lo que tenía en ese momento su mamá. Si la mamá tenía en ese instante \$ 8, ¿cuánto dinero tiene Andrea para el libro?</p>											
<p>3. Un autobús hace tres paradas: en la primera se suben trece personas, en la segunda se bajan siete y se suben nueve, y en la tercera se suben cinco pasajeros. ¿Cuántos pasajeros quedan después de la tercera parada?</p>											
<p>4. Completa las casillas de cada cuadrado con números enteros de forma que el producto por fila y columna sea el mismo:</p> <table border="1" data-bbox="703 1178 930 1409" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td></td> <td></td> <td>-2</td> </tr> <tr> <td></td> <td>20</td> <td>25</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>-20</td> </tr> </table>					-2		20	25			-20
		-2									
	20	25									
		-20									



5. Busca el camino más corto desde el punto A hasta el punto B, de tal manera que cada número sea la mitad del anterior. El camino puede ser de manera vertical, horizontal o diagonal.

A	512	256	-128	100	-50
128	-49	128	288	144	-72
64	32	64	-32	-20	36
-32	-16	32	16	8	18
20	-8	21	13	4	-2
10	6	-4	9	2	1
9	-5	3	5	-1	B

Anexo 18. Actividad en clase

https://drive.google.com/drive/folders/1DAoWT4q1ElgV16OqN0ou3PprxCu2nOaT?usp=share_link

Anexo 19. Planificación del sistema de actividades

https://drive.google.com/drive/folders/1loYEAdE8DXeTqk8eWBpXiq35tdORXNv6?usp=share_link

Anexo 20. Validación de instrumentos

https://drive.google.com/drive/folders/1hNw_vz_pK9AaxeaVzqlgjs2qjXzos-5R?usp=share_link



DECLARATORIA DE PROPIEDAD INTELECTUAL Y CESIÓN DE DERECHOS DE PUBLICACIÓN
DEL TRABAJO DE INTEGRACIÓN CURRICULAR
DIRECCIONES DE CARRERAS DE GRADO PRESENCIALES - DIRECCIÓN DE BIBLIOTECA

Yo, *Tannya María Mainato Quizhpilema*, portador de la cedula de ciudadanía nro. 0350149589, estudiante de la carrera de Educación en Ciencias Experimentales en el marco establecido en el artículo 13, literal b) del Reglamento de Titulación de las Carreras de Grado de la Universidad Nacional de Educación, declaro:

Que, todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en el trabajo de Integración curricular denominada *Método Pólya y su incidencia en el razonamiento matemático en 8° año de EGB de la U.E Luis Cordero* son de exclusiva responsabilidad del suscribiente de la presente declaración, de conformidad con el artículo 114 del Código Orgánico de la Economía Social de los Conocimientos, Creatividad e Innovación, por lo que otorgo y reconozco a favor de la Universidad Nacional de Educación - UNAE una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra con fines académicos, además declaro que en el desarrollo de mi Trabajo de Integración Curricular se han realizado citas, referencias, y extractos de otros autores, mismos que no me tribuyo su autoría.

Asimismo, autorizo a la Universidad Nacional de Educación - UNAE, la utilización de los datos e información que forme parte del contenido del Trabajo de Integración Curricular que se encuentren disponibles en base de datos o repositorios y otras formas de almacenamiento, en el marco establecido en el artículo 141 Código Orgánico de la Economía Social de los Conocimientos, Creatividad e Innovación.

De igual manera, concedo a la Universidad Nacional de Educación - UNAE, la autorización para la publicación de Trabajo de Integración Curricular denominado *Método Pólya y su incidencia en el razonamiento matemático en 8° año de EGB de la U.E Luis Cordero* en el repositorio institucional y la entrega de este al Sistema Nacional de Información de la Educación Superior del Ecuador para su difusión pública respetando los derechos de autor, como lo establece el artículo 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Ratifico con mi suscripción la presente declaración, en todo su contenido.

Azogues, 02 de marzo de 2023

Tannya María Mainato Quizhpilema
C.I.: 0350149589



DECLARATORIA DE PROPIEDAD INTELECTUAL Y CESIÓN DE DERECHOS DE PUBLICACIÓN
DEL TRABAJO DE INTEGRACIÓN CURRICULAR
DIRECCIONES DE CARRERAS DE GRADO PRESENCIALES - DIRECCIÓN DE BIBLIOTECA

Yo, *Pedro José Maldonado Ulloa*, portador de la cedula de ciudadanía nro. *0105808307*, estudiante de la carrera de Educación en Ciencias Experimentales en el marco establecido en el artículo 13, literal b) del Reglamento de Titulación de las Carreras de Grado de la Universidad Nacional de Educación, declaro:

Que, todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en el trabajo de Integración curricular denominada *Método Pólya y su incidencia en el razonamiento matemático en 8° año de EGB de la U.E Luis Cordero* son de exclusiva responsabilidad del suscribiente de la presente declaración, de conformidad con el artículo 114 del Código Orgánico de la Economía Social de los Conocimientos, Creatividad e Innovación, por lo que otorgo y reconozco a favor de la Universidad Nacional de Educación - UNAE una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra con fines académicos, además declaro que en el desarrollo de mi Trabajo de Integración Curricular se han realizado citas, referencias, y extractos de otros autores, mismos que no me tribuyo su autoría.

Asimismo, autorizo a la Universidad Nacional de Educación - UNAE, la utilización de los datos e información que forme parte del contenido del Trabajo de Integración Curricular que se encuentren disponibles en base de datos o repositorios y otras formas de almacenamiento, en el marco establecido en el artículo 141 Código Orgánico de la Economía Social de los Conocimientos, Creatividad e Innovación.

De igual manera, concedo a la Universidad Nacional de Educación - UNAE, la autorización para la publicación de Trabajo de Integración Curricular denominado *Método Pólya y su incidencia en el razonamiento matemático en 8° año de EGB de la U.E Luis Cordero* en el repositorio institucional y la entrega de este al Sistema Nacional de Información de la Educación Superior del Ecuador para su difusión pública respetando los derechos de autor, como lo establece el artículo 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Ratifico con mi suscripción la presente declaración, en todo su contenido.

Azogues, 02 de marzo de 2023

Pedro José Maldonado Ulloa
C.I.: 0105808307



**UNIVERSIDAD
NACIONAL DE
EDUCACIÓN**

**CERTIFICACIÓN DEL TUTOR PARA
TRABAJO DE INTEGRACIÓN CURRICULAR
DIRECCIONES DE CARRERA DE GRADO PRESENCIALES**

Carrera de: Educación en Ciencias Experimentales

Yo Rosa Mariela Feria Granda, tutor del Trabajo de Integración Curricular de Carreras de Grado de Modalidad Presencial denominado “Método Pólya y su incidencia en el razonamiento matemático en 8° año de EGB de la U.E Luis Cordero” perteneciente a los estudiantes: Tannya María Mainato Quizhpilema con C.I 0350149589, Pedro José Maldonado Ulloa con C.I 0105808307. Doy fe de haber guiado y aprobado el Trabajo de Integración Curricular. También informo que el trabajo fue revisado con la herramienta de prevención de plagio donde reportó el 6 % de coincidencia en fuentes de internet, apegándose a la normativa académica vigente de la Universidad.

Azogues, 02 de marzo de 2023

(firma del tutor)
Rosa Mariela Feria Granda

C.I: 1711604825