UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN

Carrera de:

Educación en Ciencias Experimentales

Estrategia didáctica basada en problemas para contribuir a la comprensión de los números complejos en el tercero de BGU paralelo B

Trabajo de Integración Curricular previo a la obtención del título de Licenciado/a en Educación en Ciencias Experimentales

Autor:

Tabata Paola Chuisaca Mendez

CI: 0107291965

Autor:

Joseph Francisco Borja Lapo

CI: 0706524782

Tutor:

PhD. Marco Vinicio Bernal Vásquez

CI: 0102046984

Azogues - Ecuador

Marzo, 2024

Resumen:

La investigación que se presenta a continuación tiene como objetivo implementar una estrategia didáctica para contribuir a la comprensión de los números complejos en el tercer año de BGU paralelo B, aplicada en la Unidad Educativa Roberto Rodas, de la ciudad de Azogues. Para cumplir con este objetivo se fundamenta teóricamente el uso del ABP para elaborar la propuesta, por lo que se aplicó un pre-test y post-test para diagnosticar los conocimientos de los estudiantes antes y después de aplicar la propuesta. Además, se implementó la entrevista, diarios de campo y grupos de discusión, lo que permitió identificar que los estudiantes presentan dificultades en la comprensión de números complejos en cuanto a habilidades lógicas y críticas como habilidades cognitivas, desarrollo del pensamiento, creatividad, entre otras. La investigación tiene un paradigma sociocrítico y pragmático, enfoque mixto de diseño concurrente, con una investigación de tipo pre-experimental. La propuesta consta de tres fases que son exploración, ejecución y socialización que se adaptan a los siete pasos del ABP propuestos por Lavado et al. (2023) y Ortega et al. (2020) donde la mayoría de los estudiantes tienen una mejora considerable con respecto a la escala de calificaciones del Reglamento General de la Ley Orgánica de Educación Intercultural (2023). El aprendizaje basado en problemas (ABP) es un enfoque activo y centrado en el estudiante que les permite ampliar sus conocimientos mediante la resolución de problemas durante el proceso.

- **Palabras claves:** matemática, comprensión, números complejos, estrategia didáctica.

Abstract:

The research presented below aims to implement a teaching strategy to contribute to the understanding of complex numbers in the third year of BGU parallel B, applied in the Roberto Rodas Educational Unit, in the city of Azogues. In order to fulfill this objective, the use of PBL is theoretically based to elaborate the proposal, therefore a pre-test and post-test were applied to diagnose the knowledge of the students before and after applying the proposal. In addition, the interview, field diaries and discussion groups were implemented, which allowed us to identify that students have difficulties in understanding complex numbers in terms of logical and critical skills such as cognitive skills, development of thinking, creativity, among others. The research has a socio-critical and pragmatic paradigm, mixed approach of concurrent design, with a pre-experimental type of research. The proposal consists of three phases which are exploration, execution and socialization that are adapted to the seven steps of PBL proposed by Lavado et al. (2023) and Ortega et al. (2020) where most of the students have a considerable improvement with respect to the grading scale of the General Regulation of the Organic Law of Intercultural Education (2023). Problem-based learning (PBL) is an active, student-centered approach that allows them to expand their knowledge by solving problems during the process.

- **Keywords:** mathematics, comprehension, complex numbers, didactic strategy.

Índice del Trabajo

Índice de figuras

Índice de tablas

Introducción

La investigación sobre la estrategia didáctica basada en problemas para contribuir a la compresión de números complejos en matemáticas es un tema relevante en el campo de la educación donde muchos estudios demuestran que el aprendizaje basado en problemas (ABP) puede ser una estrategia metodológica efectiva para promover el aprendizaje autónomo, porque ayuda a los estudiantes a aplicar conceptos matemáticos en su entorno áulico y ha demostrado ser eficaz para mejorar la comprensión de conceptos.

Es por ello que, el presente trabajo utiliza la metodología ABP para mejorar la comprensión de los números complejos, dado que fomenta la participación activa, facilita la comprensión de los conceptos matemáticos, promueve la colaboración y el trabajo en equipo entre los estudiantes, desarrolla la creatividad y la innovación al presentar a los estudiantes problemas que no tienen una solución única, desarrollan habilidades de investigación al requerir que busquen información relevante para resolver los problemas, permite a los estudiantes aprender a su propio ritmo al mismo tiempo que ayuda a la reflexión, el autoaprendizaje y de esta forma prepara a los estudiantes para el mundo real al enseñarles habilidades que son relevantes para su futuro académico y profesional.

El presente trabajo de investigación aborda desde una perspectiva histórica que abarca desde las primeras referencias de la raíz cuadrada de un número negativo resaltando las contribuciones de varios matemáticos en el desarrollo y comprensión de los números complejos. También, se destacan las contribuciones de matemáticos como Cardano, Descartes, Wessel, Argand y Gauss. Además, se menciona la presencia de los números complejos en diversas áreas de las matemáticas en el siglo XXI.

Este proyecto de titulación se desarrolla en paralelo B, ciudad Azogues, provincia del Cañar, el cual está encaminado en un tipo de investigación pre-experimental y surge durante las prácticas preprofesionales realizadas de manera presencial que tuvieron una duración de 40 días, en la que se pretende contribuir a la comprensión de números complejos en los estudiantes. Esta institución brinda una educación fiscal en los niveles de básica superior y bachillerato en la jornada matutina, donde cuentan con 350 alumnos, 4 de personal administrativos y 15 docentes (Planificación Microcurricular Institucional, 2020).

Este trabajo está pensado como una revisión bibliográfica que recopila la información disponible acerca de la aplicación del ABP en el aprendizaje de los números complejos, por lo que se analizan los beneficios y limitaciones luego de haber aplicado dicha metodología.

El proceso de indagación que se realiza durante las prácticas preprofesionales, son guiadas con la metodología, el núcleo problemático correspondiente al octavo y noveno ciclo de la Universidad Nacional de Educación (UNAE), el cual hace referencia a: ¿Qué valores, funciones y perfil docente?, además funciona como pregunta guía para identificar la problemática a partir de la observación participante en la asignatura optativa de matemática superior y el manejo de las actividades didácticas en el proceso de enseñanza- aprendizaje de los números complejos con estudiantes de 3ro B de BGU. Las clases se imparten una vez por semana los días martes con un tiempo de dos horas clase (2:00 hr).

Planteamiento del problema

La presente investigación se desarrolla en la Unidad Educativa fiscal Roberto Rodas de la región sierra, jornada matutina, zona 6, ubicada en la provincia del Cañar, cantón Azogues, en las clases de matemática superior del tercero de BGU paralelo B, en el cual, cuando los estudiantes escuchan el tema de números complejos, según ellos, es difícil, ya sea en operaciones algebraicas o representaciones gráficas, tal como lo menciona el nombre del eje temático es complejo.

En tal sentido, es necesario enfatizar la problemática de esta investigación con el fin de lograr un mejor entendimiento sobre la temática abordada. Además, dentro del aula se identifica que los estudiantes presentan inconvenientes en la comprensión y contextualización en la vida cotidiana del uso de números imaginarios, propiedades algebraicas, el conjugado de un número complejo, el cálculo del módulo y sus diferentes representaciones. Esto se demuestra a partir de la entrevista a la docente, observación participante y encuestas aplicadas a los estudiantes.

A nivel nacional, el sistema educativo ecuatoriano enfrenta desafíos significativos en la enseñanza de contenidos matemáticos, entre ellos, el eje temático de números complejos. A pesar de los esfuerzos del Ministerio de Educación por mejorar la calidad educativa, persisten brechas en el aprendizaje de conceptos básicos para la comprensión del eje mencionado, que son esenciales para el desarrollo de habilidades del pensamiento matemático y a su vez para las ciencias experimentales.

Por otra parte, Cadena (2020) indica que generalmente al enseñar matemáticas los docentes primero imparten los contenidos y procesos para después resolver ejercicios que verifican si realmente el estudiante aprendió. De modo que, implica un cambio en los roles que desempeñan los actores estudiante-docente en el aprendizaje.

Además, la sociedad del conocimiento exige un cambio en la visión de su rol en el proceso de formación. En este sentido, Natsai y Tsakeni (2022) mencionan que la comprensión de los números complejos suele ser difícil para los estudiantes de secundaria, ya que requiere de un cambio de paradigma y de una abstracción mayor en comparación a otros conceptos numéricos. Las matemáticas se consideran como una de las asignaturas más complicadas por parte del alumnado, por lo que generan cansancio y poca interacción estudiante-docente.

En este sentido resulta esencial el poder identificar una estrategia metodológica que se aplique de manera flexible y adaptable a las necesidades del estudiante y que abarque diferentes recursos digitales donde el acceso a la información es ilimitado.

Es por ello que, García et al. (2022) indican que las dificultades para la comprensión de los números complejos se ven afectadas por la falta de sus representaciones geométricas en sus diferentes formas. Por lo cual los números complejos se consideran un mundo muy abstracto para los estudiantes y la comprensión de sus aplicaciones es limitada.

Pregunta de investigación

¿Cómo contribuir en la comprensión de los números complejos en el tercero de BGU paralelo B de la Unidad Educativa Roberto Rodas?

Objetivo General

Implementar una estrategia didáctica para contribuir en la comprensión de los números complejos en el tercero de BGU paralelo B

Objetivos específicos

1. Diagnosticar el nivel de conocimiento previo y las posibles dificultades de los estudiantes del tercero de BGU paralelo B en la asignatura de matemática

superior con respecto a los números complejos, utilizando herramientas de evaluación.

2. Fundamentar teóricamente el uso de una estrategia didáctica para favorecer la comprensión de los números complejos.
3. Elaborar una estrategia didáctica basada en problemas para favorecer la comprensión de los números complejos en el paralelo B del tercero de BGU.
4. Aplicar la estrategia didáctica en el tercero de BGU en la asignatura de matemática superior en el paralelo B.
5. Evaluar la estrategia didáctica en el tercero de BGU en la asignatura de matemática superior paralelo B.

Justificación

La presente investigación se enfoca en contribuir a la comprensión de los números complejos a partir de métodos y herramientas innovadoras. Por lo que, el Código de la Niñez y Adolescencia (CONA, 2003) menciona que todos los niños, niñas y adolescentes deben tener una educación de calidad donde se garanticen materiales didácticos, laboratorios, instalaciones, recursos adecuados que permitan un ambiente favorable para el aprendizaje. Por este motivo, el docente debe utilizar herramientas adecuadas, como la sala de cómputo, que faciliten la comprensión de los números complejos.

Además, este estudio se enfoca en mejorar la comprensión de los números complejos, por ende, es oportuno considerar a la metodología ABP ya que Guamán y Espinoza (2022) mencionan que el ABP involucra de manera activa el trabajo y la participación de los estudiantes, tiene como finalidad la resolución de problemas para lograr un aprendizaje adecuado de una temática en específico. En este sentido, el aprendizaje basado en problemas permite a los estudiantes adentrarse en el área de las matemáticas, de tal manera que logren comprender la importancia de los temas impartidos por el docente.

Adicionalmente, tanto el aprendizaje basado en problemas como la comprensión están ligados ya que para llegar a comprender se requiere de un método adecuado. Desde el punto de vista de Castro y Silva (2022) indican que los estudiantes al momento de identificar qué deben aprender, qué les falta por aprender y cómo pueden mejorar sus aprendizajes, sus habilidades de reflexión, la toma de decisiones, permiten mejorar la comprensión de un tema en específico. Es por ello que, el docente debe llevar un adecuado proceso de enseñanza-aprendizaje para lograr promover la investigación activa en el estudiante, despertar el interés, fomentar la creatividad y mejorar el ambiente áulico y la adquisición de conocimientos.

Por esta razón, a partir de las prácticas preprofesionales que se desarrollan en la Unidad Educativa Roberto Rodas en el paralelo B del tercero de BGU se tiene como finalidad reforzar habilidades de pensamiento matemático que son indispensables para la comprensión del primer eje temático de la asignatura optativa de matemática superior. Es más, Gonzales et al. (2023) aluden a que estudiar los números complejos es muy importante dentro de las instituciones educativas incluso sirven para la formación de profesionales como ingenieros, matemáticos, computación, físicos, entre otros. Cabe mencionar que, las instituciones educativas deben considerar la enseñanza de los números complejos para lograr mayor comprensión de las matemáticas.

Este estudio tiene como apoyo el uso de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en la enseñanza y el aprendizaje, el cual se ajusta a las políticas educativas que promueven la innovación y mejoran la calidad educativa. Por lo que, Gonzales (2023) menciona que al usar las TIC y el ABP los estudiantes presentan un buen manejo en la asignatura de matemática durante la clase ya que fortalece competencias, la resolución de problemas, la organización y colaboración. Por tal motivo, la experiencia de nuevas formas de aprendizaje y enseñanza son significativas dado que el ABP ayuda a relacionar operaciones matemáticas en diferentes contextos de la vida cotidiana.

Así mismo, una herramienta fundamental para impartir las clases de matemática superior es GeoGebra ya que permite visualizar cómo se representa un número complejo en su forma geométrica. Por tanto, Anderson et al. (2024) menciona que el uso de GeoGebra implica desarrollar competencias matemáticas puesto que proporcionan a los estudiantes oportunidades únicas para un aprendizaje significativo. En resumen, la integración de GeoGebra con el ABP transforma el aprendizaje en una experiencia más interactiva y efectiva, puesto que prepara a los estudiantes para enfrentar desafíos complejos con mayor confianza y creatividad.

Además, el presente trabajo es factible debido a que en la Unidad Educativa existe la sala de cómputo que cuenta con acceso a internet, proyector y se tiene el apoyo de las autoridades para acceder a dichos espacios tecnológicos, lo que permite utilizar diferentes herramientas para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de manera más dinámica y consultar información más detallada sobre alguna temática específica.

Se debe agregar que, la enseñanza de los números complejos se puede relacionar con diferentes asignaturas ya que cumplen un rol muy importante en la vida cotidiana. Igualmente, Limón (2020) menciona que los números complejos aparecen en diferentes campos de matemática, física, ingenierías, electrónica donde abarcan la representación de ondas, corriente y transmisión eléctrica, amplificación de la señal, procesos digitales, hidroeléctricas, entre otros. Es por ello que los estudiantes, durante su formación académica, deben conocer los conceptos básicos de los números complejos en matemáticas para comprender o tener una idea de cómo funcionan diversos objetos que usamos en la vida cotidiana.

Por lo tanto, la estrategia didáctica basada en problemas beneficia a los estudiantes ya que genera un aprendizaje significativo, debido a que mejora la participación e interacción estudiante-docente durante el proceso de enseñanza-aprendizaje de matemática superior ya que se centra en potenciar la curiosidad y aumentar la motivación de los discentes. Es por ello que, se busca desarrollar un pensamiento científico al utilizar la metodología del aprendizaje basado en problemas para obtener una comprensión a profundidad y significativa de los números complejos.

Así mismo, este trabajo beneficia a los docentes de matemáticas ya que a partir de la estrategia didáctica basada en problemas se mejora el proceso de enseñanza-aprendizaje donde los conocimientos impartidos sean a largo plazo para los estudiantes ya que se utilizan ejemplos prácticos para abordar diferentes desafíos en la temática de números complejos lo que enriquece su práctica pedagógica.

En conclusión, la estrategia didáctica basada en problemas para contribuir a la comprensión de los números complejos es innovadora cuando se adapta de las teorías de Lavado et al. (2023) y Ortega et al. (2020). Esta integración de enfoques pedagógicos complementarios mejora el proceso educativo, involucra problemas reales que requieren aplicar conceptos matemáticos. Esto no solo profundiza el aprendizaje, sino que también desarrolla habilidades críticas como el pensamiento analítico, la resolución de problemas y la colaboración por parte de los estudiantes.

Capítulo I: Marco Teórico

Los estudios que a continuación se darán a conocer abordan la metodología del aprendizaje basado en problemas como una opción innovadora centrada en el estudiante, que promueve el aprendizaje significativo, el pensamiento crítico, la colaboración, reflexión, comprensión y resolución de problemas en el área de matemáticas.

Antecedentes de la investigación

Antecedentes Internacionales

Para Tantalean (2020) en su investigación "Aprendizaje basado en problemas para desarrollar Competencias matemáticas en estudiantes de primer grado del nivel secundaria" nos da a conocer que los estudiantes participantes en su estudio logran desarrollar destrezas y habilidades para resolver problemas aritméticos, algebraicos, todo gracias a la implementación del ABP, lo cual ayuda a mejorar significativamente las habilidades matemáticas establecidas para su contexto.

De esta forma el autor establece que el aprendizaje basado en problemas desarrolla las competencias matemáticas debido a que se logra una mejora en el nivel de desempeño académico de los estudiantes. Además, Tantalean aporta a este estudio mediante la metodología ABP porque su aplicación motiva a los estudiantes de tercero de bachillerato con el objetivo de comprender el eje temático de números complejos y muestra su utilidad, relevancia en diversos contextos o situaciones de la vida real, así como su belleza y elegancia en las matemáticas.

En el estudio de Ortega et al. (2020) en su artículo "Matemáticas y Vida Cotidiana: Experiencia Escolar de Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)" describe una experiencia significativa sobre el diseño e implementación de estrategias didácticas basadas en ABP mediante tres fases, las cuales son la exploración, ejecución y socialización, por esta razón se concluye que el ABP durante el proceso de enseñanza-aprendizaje permite que los estudiantes sientan satisfacción al momento de trabajar de forma diferente el estudio de matemáticas y obtengan un fortalecimiento adecuado en sus conocimientos.

Así mismo, Lavado et al. (2023) en su artículo "El efecto del aprendizaje basado en problemas para desarrollar competencias matemáticas en futuros profesionales de administración y sistemas" presenta una investigación cuantitativa y cuasi experimental que evalúa el impacto del ABP en el desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes de administración. Los resultados muestran que el grupo experimental donde se usa el ABP mejora significativamente sus competencias matemáticas en comparación con el grupo control donde se utiliza la educación tradicional. Cabe mencionar que, el grupo experimental pertenece al primer semestre, se aplica en la asignatura de matemática básica y se desarrollan 6 sesiones de aprendizaje, cada sesión cuenta con una duración de 180 minutos que tienen como base los 7 pasos del ABP.

Dicho lo anterior, los artículos de Ortega et al. y Lavado et al. aportan de manera significativa a la presente investigación ya que se toman en cuenta las tres fases que son la exploración, ejecución y socialización junto con los 7 pasos del ABP para trabajar en el tercero de Bachillerato General Unificado con la materia de matemática superior durante el eje temático de números complejos. Es relevante destacar que, tanto las 3 fases como los 7 pasos se adaptan a la implementación de la propuesta metodológica del presente estudio con el fin de lograr mayor comprensión de los contenidos impartidos.

De igual modo, Bermúdez (2021) en su estudio "El aprendizaje basado en problemas para mejorar el pensamiento crítico" nos proporciona un enfoque pedagógico el cual utiliza el aprendizaje basado en problemas como medio de enseñanza para mejorar el pensamiento crítico en los estudiantes de secundaria. De esta forma, el ABP implica un cambio de actitud en el alumno, ya que este deja de ser un receptor pasivo de la información para convertirse en un agente activo de su propio aprendizaje, que busca, analiza, evalúa y aplica la información de forma autónoma y colaborativa.

De lo expresado por Bermúdez en su trabajo investigativo se toma las bondades del ABP, se plasman de manera respetuosa los estilos y la velocidad aprendizaje del alumnado al ofrecerles diversas fuentes, recursos, medios para acceder a la información, además, sean capaces de dar soluciones para los problemas presentados respecto al eje temático de números complejos.

Por otro lado, Rodríguez (2023) en su trabajo “Competencias matemáticas y de investigación: aprendizaje basado en problemas en educación secundaria” da a conocer el efecto del ABP y la metodología STEM en el desarrollo de competencias matemáticas e investigativas. Para la investigación actual, la aplicación del ABP se relaciona con la utilización del software matemático GeoGebra el cual facilita la transferencia y la generalización de los conocimientos y habilidades adquiridas con los números complejos para promover la reflexión, la metacognición y la aplicación de lo aprendido.

Del estudio de Rodríguez se tomará la aplicación del ABP, se lleva a la práctica la utilización del software de GeoGebra para lograr una mejor comprensión de los números complejos, de tal manera ayudar a los estudiantes del tercero de bachillerato a visualizar, interpretar, elaborar y afianzar sus conocimientos.

Finalmente, en base a los estudios de las investigaciones presentadas se plantea abordar la enseñanza de los números complejos con el uso de la metodología del aprendizaje basado en problemas (ABP) en el tercero de Bachillerato de la Unidad Educativa Roberto Rodas, puesto que su aplicación promueve el desarrollo de habilidades matemáticas en los estudiantes y permite su participación activa durante el proceso de comprensión de la materia.

Antecedentes nacionales

De acuerdo con Tapia et al. (2020) en su artículo "Aprendizaje Basado en Problemas como estrategia didáctica para el desarrollo del razonamiento lógico matemático" explican que el ABP desarrolla diferentes habilidades fundamentales para la comprensión, es por ello que el docente debe estar capacitado para proporcionar una educación de calidad. Además, dicha investigación tiene como objetivo capacitar a los docentes del Cantón Biblián a partir de la Educación inicial hasta Bachillerato y llegan a la conclusión de que el ABP cambia la educación tradicional al utilizar estrategias constructivistas, cabe mencionar que en los resultados del muestreo de su investigación se verifica que los docentes de matemáticas no realizan planificaciones con ABP y no existe un proceso adecuado para solucionar un problema.

Dicho lo anterior, Tapia et al. contribuyen a la investigación ya que aplican el ABP dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje para generar resultados significativos en la educación matemática, es por ello que la presente investigación lo utiliza con el objetivo de contribuir a la compresión de números complejos e inclinarse hacia el diseño de una planificación de matemáticas basada en el ABP que englobe actividades y técnicas para desarrollar habilidades como el razonamiento matemático.

Así mismo, Vélez y Arteaga (2022) en su estudio "Aprendizaje Basado en Problemas en el aprendizaje significativo de Matemáticas" describe que el ABP es una metodología centrada en el aprendizaje, la investigación y reflexión del estudiante para dar solución o sugerencia a un proyecto originalmente propuesto por el docente.

En relación a lo anterior, Vélez y Arteaga sí aportan en esta investigación ya que el presente estudio realiza un cambio metodológico al aplicar el ABP dentro del aula en la asignatura de matemática superior al utilizar el trabajo colaborativo donde los estudiantes compartan diferentes puntos de vista, usen un lenguaje matemático adecuado, elaboren informes o presentaciones de soluciones que estén relacionadas con los números complejos, cabe mencionar que la guía de observación se tomará en cuenta para analizar si el aprendizaje con el ABP es significativo durante su aplicación.

Bases Teóricas o Conceptuales

Relación entre enseñanza y comprensión de las matemáticas

Dentro de la educación se encuentran diferentes categorías que son complejas y extensas para analizar, por ende, las percepciones, conceptos y criterios en matemáticas abarcan un sin número de teorías. Además, Rico (2020) menciona que dentro de la educación se encuentra la enseñanza que se considera como una representación mental, idea, enunciado, que se puede caracterizar, tiene diferentes procesos de interacción, transmisión, recreación con el objetivo de promover el desarrollo personal. Por ello, al enseñar matemáticas, lo que concierne a números complejos, significa abarcar las diferentes temáticas y aplicaciones que existen para dicho eje.

Así mismo, la educación dentro de las matemáticas es capaz de desarrollar diferentes habilidades que se centran en el estudiante. De tal manera que, Valderrama (2021) afirma que al educar se logra obtener competencias, capacidades, aptitudes en los estudiantes donde las TIC, herramientas y estrategias juegan un papel importante para mejorar el proceso de enseñanza en matemáticas. Por lo que, para obtener una buena enseñanza en las matemáticas se requiere que el docente utilice diferentes procesos, herramientas y estrategias adecuadas que permitan comprender una temática específica.

Por otra parte, la comprensión se considera como parte del proceso de la enseñanza de un tema en específico. Dado que, Guamán et al. (2020) mencionan que la comprensión es un proceso cognitivo e intelectual donde se interpreta una situación y permite adquirir el conocimiento lo cual es importante para que el estudiante aprenda por cuenta propia. Por este motivo, la presente investigación busca potenciar estos procesos y capacidades ya que son fundamentales dentro del aula, en especial en el área de matemáticas cuando se presentan ejercicios sobre números complejos.

Además, la comprensión de ejercicios matemáticos permite al estudiante resolver problemas donde se desarrollan diferentes capacidades. Igualmente, Villacis (2020) alude a que la comprensión en las matemáticas es un proceso de razonamiento donde, a partir de problemas, el estudiante mejora capacidades como la de representar de manera gráfica o algebraica, expresión de conceptos matemáticos, el resumen y sistematización de conclusiones. De esta forma, para lograr que los alumnos comprendan los números complejos se requiere de ejercicios matemáticos donde se puedan expresar las capacidades mencionadas anteriormente.

En consecuencia, los aportes de Rico (2020) y Valderrama (2021) se complementan ya que dentro de la educación se encuentra la categoría de la enseñanza, sin embargo, la presente investigación se centra en una subcategoría dentro de la enseñanza la cual es la comprensión, de tal manera que los aportes de Guamán et al. (2020) y Villacis (2020) también contribuyen de manera significativa ya que sus aportes señalan que es un proceso de razonamiento que desarrolla diferentes capacidades. Cabe mencionar que, cada estudiante comprende de manera diferente los ejercicios o problemas que se presentan dentro de un tema específico y su resolución puede ser variada.

Este contraste entre la enseñanza general y la comprensión es fundamental, ya que resalta una notable fortaleza en los trabajos de Guamán et al. y Villacis: su habilidad para ofrecer estrategias pedagógicas que se ajusten a las necesidades cognitivas individuales. Sin embargo, una limitación clara es la falta de consideración de la diversidad de contextos educativos, lo que podría complicar la aplicación general de estas estrategias, no obstante, el éxito de estas metodologías no solo depende de una formación continua del profesorado, sino también del acceso a recursos e infraestructuras que faciliten su correcta implementación.

Modos de pensamiento en la comprensión de números complejos

Comprender los conceptos es muy importante enseñar matemática porque son es base del conocimiento matemático y permiten a los estudiantes desarrollar el pensamiento lógico, crítico y abstracto. Además, Castro y Silva (2022) mencionan que para representar los conceptos de números complejos, infinito y proyección estereográfica se deben utilizar herramientas visuales y actividades prácticas para aumentar la comprensión de los estudiantes en su primer año de universidad. Del mismo modo, Rico (2019) menciona que es importante comprender cómo el sistema numérico es esencial para la enseñanza de matemáticas porque brinda a los estudiantes una comprensión más profunda de los números y sus propiedades. Así mismo, comprender las matemáticas es fundamental porque permite a los estudiantes no solo realizar cálculos, sino también comprender principios básicos y su aplicación en diversas situaciones (Molina et al., 2020). La resolución del problema está principalmente determinada por la comprensión de la situación problemática, el razonamiento usado para acercarse al problema y la adecuación de la solución.

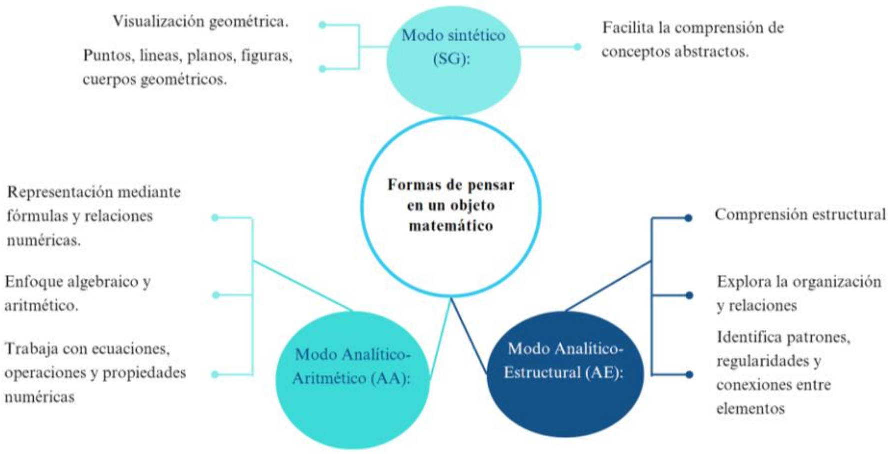
Igualmente, para Meza (2021), no solo se debe a una buena comprensión del estudiante, sino también a la mediación del docente al emplear estrategias metacognitivas. En consecuencia, la comprensión profunda de las matemáticas es importante para el avance en campos científicos y tecnológicos. En un mundo cada vez más dominado por la tecnología, aquellos con una sólida comprensión matemática están mejor equipados para innovar y contribuir significativamente a la sociedad.

Así pues, en la presente investigación se entiende a la estrategia metacognitiva como el conocimiento que los estudiantes construyen respecto al trabajo colaborativo, un espacio de cooperación y apoyo entre los estudiantes donde el compartir estrategias de solución y apoyo a los compañeros menos aventajados es fundamental para un aprendizaje significativo. Según Navarro y Mendoza (2022) la retroalimentación realizada por el docente a cada uno de los grupos permitió la reflexión acerca del trabajo realizado durante la puesta en común y durante los foros virtuales.

Adicionalmente, comprender el sistema numérico complejo conlleva abordar los procesos mentales relacionados con el pensamiento abstracto desde un enfoque cognitivo. Es por ello que, Randolph y Parraguez (2019) mencionan que existen tres formas de pensar en un objeto matemático las cuales son: el modo sintético-geométrico, modo analítico-aritmético y modo analítico-estructural, los cuales se presentan en la figura 1.

Figura 1

Modos de pensamiento: formas de ver y entender los objetos matemáticos



Nota. La figura muestra las formas de pensar en un objeto matemático y sus diferentes características. Fuente: Randolph y Parraguez (2019)

Por lo demás, se incorporan los modos de pensamiento con los números complejos mediante situaciones problemáticas complejas que requieren el uso de cada forma de pensar, es por ello que los investigadores orientan a los estudiantes para que identifiquen y apliquen el modo geométrico sintético (SG) para la representación gráfica de números complejos en el plano, el modo aritmético-analítico (AA) cuando trabajan con números complejos en su forma algebraica y el modo analítico-estructural (AE) que sirve para comprender las propiedades y la estructura algebraica de los números complejos.

Por tal motivo, esta integración se implementa para que los estudiantes puedan desarrollar habilidades matemáticas holísticas y profundizar su comprensión de los números complejos a través de diferentes enfoques cognitivos. Es por ello que, según Luna (2024), el aprendizaje matemático efectivo se logra al relacionar los conceptos con experiencias reales, lo que mejora significativamente la comprensión de los estudiantes al aplicar teorías y teoremas en contextos que reflejan su entorno y perspectiva personal.

Números complejos en el bachillerato

Los números complejos son importantes a nivel de bachillerato, dentro de este eje temático se pueden identificar 3 temas importantes. Según el Ministerio de Educación (MINEDUC, 2016) menciona que la asignatura de matemática superior es optativa, es decir, es un complemento para la formación académica de los estudiantes que sirve para potenciar habilidades como el desarrollo del pensamiento, habilidades cognitivas, explicación de conceptos donde entran temáticas como la historia de números complejos, elementos y propiedades de números complejos, formas de representar un número complejo y algunas aplicaciones de los mismo. Es por ello que, desarrollar la comprensión de números complejos es fundamental ya que contribuye al perfil de salida del bachillerato ecuatoriano y a su vez se relaciona con la presente investigación.

A continuación, se explican de manera detallada los temas a impartir en la asignatura optativa llamada matemática superior:

Importancia y recuento histórico de los números complejos

La historia desempeña un rol fundamental en la comprensión de los números complejos, como se expone en el trabajo de Pineda (2021) resalta la importancia de contextualizar la enseñanza de los números complejos en su evolución histórica, primeras concepciones, discusión y formalización. Se enfatiza en la relevancia de mostrar a los estudiantes que los números complejos no siempre han sido comprendidos y formalizados de la misma manera que los números enteros y racionales, utilizando la historia como herramienta para motivar y comprender la necesidad de definir los números complejos. Además, se propone que los profesores conozcan el origen histórico de los números complejos y propongan ejercicios basados en problemas clásicos.

Además, los números complejos se abordan desde la antigüedad, según García (2022) menciona que diferentes matemáticos, a través de la historia, aportaron a la definición de un número complejo tales como Cardano en el siglo XVI, que fue quién los propuso, Descartes en 1637 que contribuye con el nombre de imaginarios, Wessel en el año 1799 y Argand en 1806 proponen el plano complejo, cómo graficarlos y finalmente Gauss (1777-1855) los define de manera rigurosa.

De igual manera, el aporte de García (2022) y Pineda (2021) contribuyen a la presente investigación ya que conocer la historia de los números complejos, la biografía de los matemáticos permite comprender cuál es la necesidad de crear dichos números, dónde y en qué problemas se pueden aplicar para tener una visión holística sobre su resolución.

Se debe agregar que, es indispensable estudiar la historia de los números complejos dentro del bachillerato, ya que el MINEDUC (2016) tiene como destreza con criterio de desempeño "analizar la construcción histórica de los números complejos y los aportes a la matemática" (p. 7). Por lo tanto, la comprensión de estas contribuciones a la matemática sirve como conocimientos previos para los temas: elementos de los números complejos, sus propiedades y su representación polar.

Importancia, elementos y propiedades de los números complejos

Es importante conocer los elementos y propiedades de los números complejos para comprender cómo se realizan las operaciones básicas con estos números. Así mismo, dentro del ámbito de las matemáticas Swokowski y Cole (2011) en su libro Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica indican que para dar solución a ecuaciones que no se pueden resolver en el campo de los números reales se requiere adentrarse en el conjunto de los números complejos. Además, el Ministerio de Educación del Ecuador (MINEDUC, 2019), en el currículo de los niveles de educación obligatoria, señala que los estudiantes a nivel de bachillerato deben estudiar ecuaciones lineales, de segundo grado, donde usen la factorización o la fórmula general para llegar a la solución de la ecuación. Es decir, que los números complejos aparecen por primera vez en el tema de ecuaciones a nivel de bachillerato, sin embargo, no se profundiza en su comprensión.

Del mismo modo, para comprender mejor este apartado Swokowski y Cole (2011) proponen los ejercicios $x^2 = 9$ y $x^2 = -9$ que son ecuaciones cuadráticas sencillas y su resolución se presenta en la figura 2.

Figura 2

Resolución de los ejercicios $x^2 = 9$ y $x^2 = -9$ propuesto por Swokowski y Cole (2011)

$x^2 = 9$	Para resolver una ecuación debemos encontrar los valores de x.
$\sqrt{x^2} = \pm\sqrt{9}$	Aplicamos raíz cuadrada a ambos miembros.
$x = \pm 3$	Los valores que satisfacen la ecuación son ± 3.
$x^2 = -9$	Para resolver una ecuación debemos encontrar los valores de x.
$\sqrt{x^2} = \pm\sqrt{-9}$	Aplicamos raíz cuadrada a ambos miembros.
$x = \pm\sqrt{-9}$	En el campo de los números reales no existen las raíces de números negativos cuando el radical tiene índice par.

Nota. La figura muestra una comparación entre la resolución de los ejercicios $x^2 = 9$ y $x^2 = -9$. Fuente: Elaboración propia.

Como se puede observar en la figura 2 las soluciones o raíces de la ecuación $x^2 = 9$ son, ± 3 mientras que en la ecuación $x^2 = -9$ no se puede obtener una solución real ya que no podemos calcular la $\sqrt{-9}$, por lo tanto, para evitar este conflicto se requiere del campo de los números complejos para hallar una solución.

Por otra parte, para comprender los elementos de los números complejos García (2022) señala que los matemáticos consideran a $i = \sqrt{-1}$, que surge de intentar resolver la ecuación $x^2 + 1 = 0$, como una solución y se representa en el plano como un punto de la forma (a, b) donde $a = 0$ y $b = 1$ y se representa como $(0,1)$, incluso se puede ubicar de la misma manera los números $2i, 3i, \ldots, -i, -2i,$ ... sobre el eje vertical como $(0,2), (0,3), \ldots, (0, -1), (0, -2),$ ... por lo que los números de la forma bi, donde b es un número real e i es la unidad imaginaria, se llaman números imaginarios: sin embargo, si a y b son números reales se pueden escribir como una suma de vectores $(a, 0) + (0, b)$ y se afirma que es como la suma de un número real y un número imaginario, por lo que se define la forma $a + bi$ como una representación algebraica de un número complejo.

A continuación, en la tabla 1 se presentan algunos ejemplos de números complejos propuestos por Stewart et al. (2017) en el libro Precálculo matemáticas para el cálculo.

Tabla 1

Ejemplos de número complejos en forma binómica con sus respectivos elementos

Forma binómica de un número complejo	Ejemplos	Parte real	Parte imaginaria
$Z = a + bi$	$3 + 4i$	3	4
	$\frac{1}{2} - \frac{2}{3}i$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{2}{3}$
	$6i$	0	6
	-7	-7	0

Nota. Información tomada del libro Precálculo matemáticas para el cálculo de Stewart et al. (2017)

Por esta razón, los números complejos son inventos matemáticos ya que utilizan definiciones de otros temas como la suma de vectores o la representación de puntos en el plano. Igualmente, el MINEDUC (2019) menciona que en el bachillerato los estudiantes aprenden sobre los vectores geométricos en el plano $\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^3$, operaciones con vectores, partes de un vector, entre otros. Por lo cual, para comprender el eje temático 1 de números complejos es necesario conocer los temas propuestos por el MINEDUC (2019) que sirven como conocimientos previos y se imparten en la asignatura de matemática general.

Cabe mencionar que, estudiar los elementos de los números complejos permite que los estudiantes logren comprender ¿qué es un número complejo?, de igual forma, el MINEDUC (2016) menciona como destreza con criterios de desempeño imprescindible "definir un número complejo como la combinación de dos componentes llamadas: parte real y parte imaginaria" (p. 7). Por tanto, se puede afirmar que para comprender los números complejos es esencial identificar el por qué surge la parte real, la parte imaginaria y qué conocimientos previos se debe tomar en cuenta para cumplir con esta destreza.

En cuanto a las propiedades de los números complejos estas se pueden ver reflejadas en la resolución de operaciones básicas con números complejos. Por lo que, Zill y Dewar (2012) en su libro Álgebra, trigonometría y geometría analítica, tercera edición, postulan que, para la suma, resta y multiplicación de números complejos también se pueden utilizar las propiedades de los números reales y las definen junto a la definición de la división de números complejos de Stewart et al. (2017), estas definiciones se presentan en la tabla 2.

Tabla 2

Definición de las operaciones básicas con números complejos donde $Z_1 = a + bi$ *y* $Z_2 = c + di$

Operaciones con números complejos	**Definición**
Suma	$Z_1 + Z_2 = (a + c) + (b + d)i$
Resta	$Z_1 + Z_2 = (a - c) + (b - d)i$
Multiplicación	$Z_1 Z_2 = (ac - bd) + (bc + ad)i$
División	$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{a + bi}{c + di} = \left(\frac{a + bi}{c + di}\right)\left(\frac{c - di}{c - di}\right) = \frac{(ac + bd) + (bc - ad)i}{c^2 + d^2}$

Nota. Información tomada de los aportes de Zill y Dewar (2012) junto a Stewart et al. (2017)

Como se observa en la tabla 2, los aportes de Zill y Dewar (2012) junto a Stewart et al. (2017) mencionan que en la suma y resta de los números complejos se debe sumar o restar las partes reales y sumar o restar partes imaginarias de los números, mientras que en la multiplicación se debe aplicar la propiedad distributiva donde se tiene en cuenta $i^2 = -1$, por otra parte, la división se asemeja a la racionalización del denominador. Cabe mencionar que, Larson y Falvo (2012) en su libro llamado Precálculo, octava edición, las propiedades que más se aplican en los números complejos son la distributiva, conmutativa y asociativa que pertenecen a los números reales.

Es por ello, que las operaciones con números complejos relacionan diferentes conceptos que provienen de los números reales, esto permite fortalecer los conocimientos adquiridos en matemática general, ya que el MINEDUC (2019) menciona que las propiedades de los números reales se utilizan en los temarios de álgebra y funciones, geometría y medida y finalmente estadística y probabilidad.

Por otra parte, este tema es importante abarcarlo en la asignatura de matemática superior ya que permite comprender cuándo se deben aplicar las propiedades de los números complejos para realizar diferentes cálculos, fortalece los conocimientos vistos en los 3 bloques curriculares de matemática general y permite resolver ejercicios con problemas de aplicación. Además, el MINEDUC (2016) propone como destreza con criterio de desempeño “comprende y aplica propiedades algebraicas de las operaciones de adición y producto en cálculos con números complejos, en la resolución de ejercicios numéricos y problemas de aplicación” (p. 7)

Por consiguiente, los conocimientos adquiridos en este tema sirven para tener una idea de cómo se deben abarcar las diferentes representaciones de los números complejos las cuales tienen diferentes aplicaciones en la vida cotidiana.

Importancia y formas de representación de un número complejo

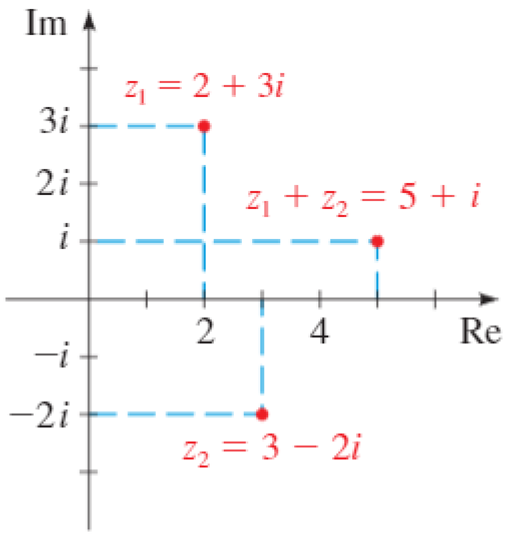
Los números complejos se pueden abordar en diferentes campos, donde su representación geométrica permite interpretar y comprender cómo se utiliza el plano complejo. Por tanto, para interpretar los números complejos es necesario utilizar algún software matemático como GeoGebra para comprender sus funcionamientos, un ejemplo es el uso de proyecciones estereográficas que se utilizan más en geometría (Radillo et al., 2022). Es por ello que, para comprender los números complejos es necesario tener algunas bases de Álgebra lineal o Cálculo para observar su relación en los diferentes campos de matemáticas, cabe mencionar que utilizar gráficos facilita dicha interpretación.

Además, la representación gráfica de ejercicios junto a problemas matemáticos es imprescindible durante el estudio de diferentes temáticas ya que permite obtener una visión más amplia para comprender una situación. Por tanto, Villarraga et al. (2020) mencionan que para mejorar la comprensión de ejercicios con variable compleja se debe utilizar la representación geométrica que permita relacionar los conceptos adquiridos con los problemas presentados ya que tienen un carácter práctico y visual. Es por ello que para obtener una buena formación de conceptos es necesario la visualización de imágenes o representaciones de números complejos, cabe mencionar que el empleo de las TICs ofrece diferentes ventajas para dichas representaciones.

Para la representación gráfica de números complejos se debe tener en cuenta conocimientos previos como la graficación de puntos con números reales en el plano real donde el eje horizontal es x y el eje vertical es y. Además, Steward et al. (2017) mencionan que el número complejo contiene 2 elementos, la parte real y la parte imaginaria, donde la parte real se representa en el eje horizontal como Re y la parte imaginaria en el eje vertical como Im; estos aportes se representan en la figura 3 para un mayor entendimiento.

Figura 3

Representación de números complejos en el plano complejo o plano de Argand



Nota. La figura muestra ejemplos de representación de números complejos en forma de punto. Fuente: Steward et al. (2017)

Además, se debe tener en cuenta que los números complejos de la forma $a + bi$ o también conocida como forma binómica puede representarse de otra manera en plano complejo. Según García (2022) los números complejos también se pueden representar como un vector que empieza desde el origen $(0,0)$ hasta el punto Z que representa un número complejo. De tal manera que, para comprender de manera profunda este apartado se requiere de conocimientos previos en operaciones con vectores.

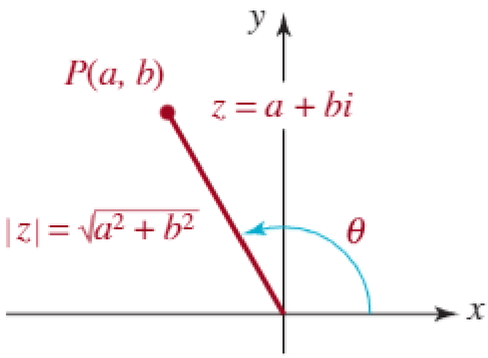
Además, al abarcar la representación de números complejos se fortifican varios temas de matemática general. Puesto que, el MINEDUC (2019) menciona que el tema de vectores es una parte fundamental del bloque curricular 2 llamado geometría y medida. Por tanto, los números complejos contribuyen de manera significativa en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura de matemática general.

Por otra parte, la representación geométrica de los números complejos sirve para comprender cómo se representan de manera polar o trigonométrica, debido a que, Zill y

Dewar (2012) consideran que para la representación polar se debe conocer el módulo, que se calcula con la fórmula $|Z| = r = \sqrt{a^2 + b^2}$, la cual se asemeja mucho a cómo se calcula la hipotenusa, mientras que el argumento se obtiene al despejar el ángulo de las razones trigonométricas. Es por ello que, para comprender el cálculo del módulo, argumento y la representación polar de un número complejo se requiere de conocimientos previos sobre el teorema de Pitágoras y razones trigonométricas. A continuación, en la figura 4 se indica cómo se debe interpretar en el plano este concepto.

Figura 4

El módulo y argumento de un número complejo en el plano



Nota. La imagen representa la ubicación del módulo, argumento y el número complejo representado como punto. Fuente: Zill y Dewar (2012)

Así mismo, estos temas como conocimientos previos se analizan en la asignatura de matemática general. Por lo que, el MINEDUC (2019) menciona que el teorema de Pitágoras se aborda en el bloque curricular 2 llamado geometría y medida donde también se abordan las razones trigonométricas. Por ende, la representación polar de un número complejo contribuye de manera significativa en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura de matemática general.

De igual modo, conocer el módulo y argumento de un número complejo permite representar dicho número de manera polar o trigonométrica. Debido a que, Larson y

Falvo (2012) plantean que la forma polar o trigonométrica de un número complejo $Z = a + bi$ es $Z = r(\cos\theta + i\ sen\theta)$, donde $a = rcos(\theta)$, $b = rsen(\theta)$, r es el módulo y se debe tener en cuenta la razón trigonométrica de la tangente para despejar el ángulo θ ya que facilita el cálculo de su respectivo valor. Por lo que, las razones trigonométricas y el teorema de Pitágoras vuelven a ser fundamentales para encontrar estos valores de la representación geométrica de un número complejo en el plano.

En consecuencia, comprender el tema de formas de representación de un número complejo contribuye al proceso de enseñanza-aprendizaje de los estudiantes ya que fortalece temas abarcados en matemática general. Así mismo, comprender este tema de números complejos satisface 2 destrezas con criterios de desempeño las cuales son "obtener el conjugado de un número complejo, calcular el módulo de un número complejo y calcular la distancia entre números complejos para resolver problemas, y ejercicios números y algebraicos" (MINEDUC, 2016, p. 8) y "representar y resolver operaciones con un número complejo en forma Binómica, Geométrica y Polar" (MINEDUC, 2016, p. 8). De esta manera se puede afirmar que los números complejos contribuyen a ampliar el conocimiento en matemáticas del bachillerato.

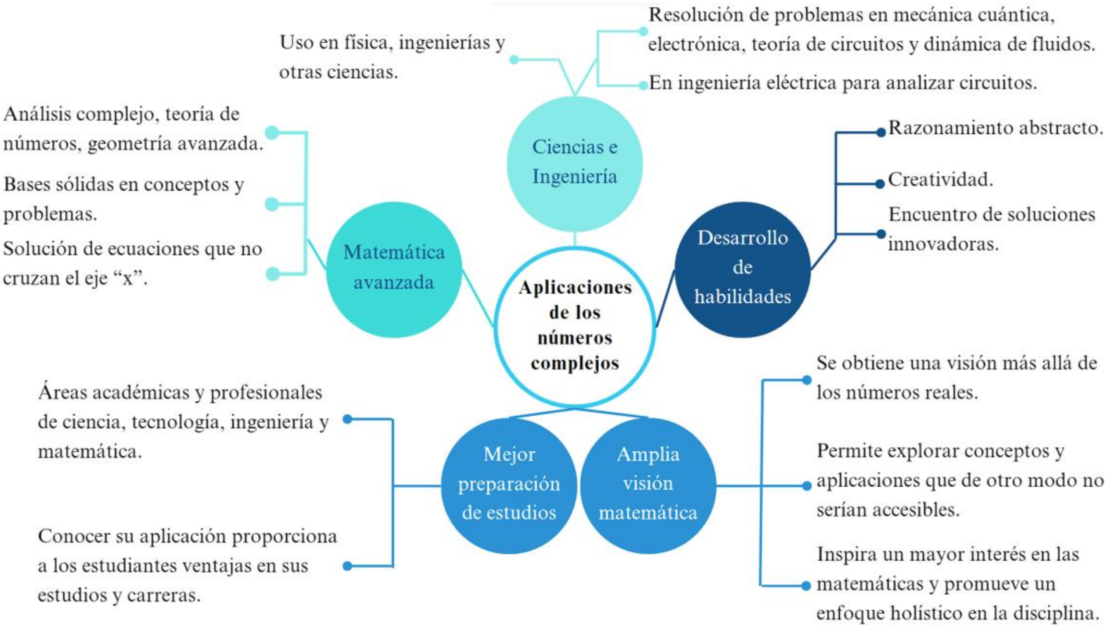
Aplicaciones de los números complejos en la vida cotidiana

El sistema de números complejos es importante para desarrollar habilidades matemáticas, resolver problemas del mundo real y mejorar el pensamiento matemático de estudiantes de primaria, secundaria y universitarios. Desde la perspectiva de Randolph y Parraguez (2019) la comprensión del sistema de los números complejos es crucial tanto en el ámbito matemático en la cual los resultados resaltan la importancia de abordar diferentes formas de pensar en el estudio de los números, así como la necesidad de promover una comprensión más amplia y profunda de los sistemas numéricos entre los estudiantes de la educación escolar y universitaria.

La importancia de comprender para qué se utilizan los números complejos radica en su amplia aplicación en una variedad de campos, desde las matemáticas puras hasta las ciencias aplicadas puesto que, se utilizan para modelar fenómenos físicos, resolver problemas matemáticos desafiantes, diseñar sistemas y tecnologías avanzadas. A continuación, en la figura 5 se presentan varias aplicaciones sobre los números complejos para comprender de mejor manera la importancia que tienen el mundo moderno y su versatilidad.

Figura 5

Aplicaciones de los números complejos.



Nota. La figura muestra las aplicaciones de los números complejos. Fuente: Domingo et al. (2023)

En esencia, comprender la utilidad de los números complejos es la llave maestra para desbloquear su potencial en un abanico de campos y disciplinas, al sumergirnos en su estudio, no solo cultivamos habilidades matemáticas de alto calibre, sino que también forjamos el camino hacia el triunfo académico y profesional, en un mundo que avanza a pasos agigantados hacia la complejidad y la tecnología, los números complejos son nuestros aliados, guiándonos a través de las intrincadas redes de la ciencia y la innovación.

Aprendizaje basado en problemas para la comprensión de números complejos

Durante el proceso de enseñanza-aprendizaje es necesario que el docente logre abordar alguna metodología que permita impartir de manera eficaz la temática de números complejos. Por tanto, Cadena (2020) alude a que el ABP se centra en la resolución de problemas por parte de los estudiantes con el objetivo de desarrollar habilidades como el pensamiento crítico, creatividad, investigación que son fundamentales para comprender un tema en específico y afrontar situación de la vida cotidiana.

Así mismo, Guarnizo (2022) considera que el aprendizaje basado en problemas es de suma importancia dentro de aula ya que busca llegar a conclusiones válidas que resuelven un problema de su entorno y a la vez permite potenciar el desarrollo del pensamiento crítico y la reflexión en los alumnos.

Es así que, la metodología del aprendizaje basado en problemas permite favorecer el estudio de números complejos, de tal manera que los estudiantes logren construir su propio conocimiento a partir de la resolución de problemas y desarrollen diferentes habilidades como el razonamiento matemático, el pensamiento crítico, con el objetivo de mejorar la compresión del eje temático de números complejos.

Además, durante la implementación del ABP el estudiante tiene diferentes ventajas que mejoran su aprendizaje ya que le permiten obtener una mejor comprensión de los números complejos. Es por ello que, Pérez (2018) menciona que el ABP tiene su respectivo orden o proceso durante la clase, donde la solución del problema debe relacionarse de manera indispensable con los conocimientos adquiridos con el objetivo de desarrollar diferentes habilidades

Sin embargo, se debe tener en cuenta que la información proporcionada al estudiante debe estar cuidadosamente encaminada hacia un conocimiento deseado para evitar una mayor dificultad durante el proceso de enseñanza-aprendizaje. Según Quispe (2021) afirma que para desarrollar el pensamiento crítico se requiere poner en práctica habilidades de gran demanda cognitiva donde se consideren preguntas que permitan comprender el problema como tal y las necesidades que cada estudiante debe afrontar en la vida cotidiana.

Es por ello que, es importante que el docente diseñe preguntas acordes a la realidad para potenciar las habilidades necesarias para comprender de mejor manera los números complejos. Además, el ABP siempre debe enfocarse en potenciar el razonamiento crítico donde el estudiante sea partícipe de su propio aprendizaje.

La enseñanza de números complejos

La planificación de una clase con la metodología ABP conlleva a que el docente deba buscar ejemplos de la vida cotidiana para mejorar la comprensión de una temática impartida. A su vez, Guamán y Espinoza (2022) mencionan que “el ABP no se reduce a la resolución de problemas, es un proceso intencional, organizado, planificado y sistemático” (p. 126).

En este sentido se considera idóneo el utilizar esta estrategia metodológica de aprendizaje basado en problemas. Por lo que, Noriega (2021) indica que dicha metodología mejora la toma de decisiones, la capacidad de análisis, la detección de necesidades y objetivos, por lo tanto, potencia la autonomía, la responsabilidad y la independencia del estudiante, dado que es una metodología activa donde el estudiante es el protagonista de su aprendizaje. Más aún, el docente puede abordar diferentes herramientas o recursos tales como juegos y actividades que sean significativas para los discentes con la finalidad de recordar y comprender los conceptos de números complejos que son esenciales para su compresión junto con el desarrollo de habilidades como pensamiento crítico, razonamiento matemático, creatividad, entre otros.

Esta metodología es un proceso activo de aprendizaje ya que funciona mediante la solución de problemas relacionados con la interacción estudiantes-docente y su entorno profesional, por esta razón, Velázquez et al., (2021). El ABP es una metodología que tiene un impacto significativo ya que promueve el aprendizaje autónomo de los estudiantes y mejora su rendimiento académico en matemáticas.

De acuerdo a la (LOEI, 2023). Art. 44.- Bachilleratos complementarios. establece dentro del plan de estudios, en bachillerato “las instituciones educativas deben ofertar un mínimo de quince (15) horas de asignaturas optativas de acuerdo a los intereses de los estudiantes del tercer curso de BGU” (p. 39)

En el campo de las matemáticas se encuentra la asignatura optativa de Números Complejos y los Métodos de Demostración Matemática, la cual es opcional con el fin de fortalecer la formación académica de los estudiantes de BGU. Dicha asignatura mejora la capacidad creativa e indagadora y contribuye al perfil de salida del bachiller ecuatoriano al ofrecer herramientas adicionales de análisis y demostración.

En el presente curso se espera que los estudiantes desarrollen aptitudes de interpretación en la naturaleza a la vez que tomen conciencia de las aplicaciones del medio que los rodea como por ejemplo en el diseño aerodinámico de coches, aviones, barcos, entre otros., para perfilarse en el ámbito profesional hacia carreras técnicas como la ingeniería eléctrica, el campo de la ciencia cuántica.

Hay que destacar que la asignatura aborda con mayor profundidad los conocimientos matemáticos ya que el Ministerio de Educación (MINEDUC, 2016) menciona se deben enseñar los “ejes temáticos: Números Complejos, Álgebra lineal, Métodos de demostraciones matemáticas y Trigonometría” (p. 4). Esta asignatura optativa comienza con la historia de los números complejos, elementos, propiedades, operaciones y formas de representación. Además, Carabali y Rivero (2020) mencionan que las TIC son necesarias durante el proceso de enseñanza y aprendizaje porque ayuda a los estudiantes en su motivación.

Para Bayés y Costa (2023) mencionan que GeoGebra ofrece recursos y aplicaciones diseñados específicamente para dispositivos móviles, lo que lo convierte en una herramienta útil para la enseñanza de matemáticas y ciencias. Estos recursos interactivos fomentan la interactividad, el aprendizaje personalizado, el trabajo colaborativo y la utilización en el aula a través de smartphones y tablets, lo que permite a estudiantes y educadores explorar y comprender conceptos matemáticos de manera efectiva y accesible. Al utilizar dispositivos móviles innovadores, GeoGebra mejora la comprensión de los conceptos matemáticos y científicos.

Bases Legales.

La educación debe enfocarse en formar estudiantes con habilidades de reflexión, pensamiento lógico, curiosidad, que son fundamentales en la vida cotidiana. Es por ello que la Constitución de la República del Ecuador (2008), en su artículo 27, manifiesta que “la educación se centrará en el ser humano y garantizará su desarrollo holístico” (p. 16). Por tanto, los docentes deben utilizar diferentes estrategias metodológicas, herramientas o técnicas que faciliten la comprensión de las temáticas impartidas durante el proceso de la clase.

Adicionalmente, el docente tiene como responsabilidad buscar nuevas formas de enseñanza ya que la educación es reconocida como un derecho de todos los ecuatorianos, por ende, la Constitución de la República de Ecuador (2008), es su artículo 349, indica que “el Estado garantizará al personal docente, en todos los niveles y modalidades, estabilidad, actualización, formación continua y mejoramiento pedagógico y académico” (p. 108). En este sentido, el maestro debe estar en constante actualización para hacer uso de técnicas, metodologías activas que amplíen su conocimiento y generen nuevas ideas para el plan de clase.

Más aún, es necesario que el docente aplique nuevas técnicas, metodologías, que motiven al estudiante, permitan superar sus dificultades, fomente la participación activa, para un desarrollo holístico, según la Ley Orgánica de Educación Intercultural (LOEI, 2023) en el título segundo, capítulo cuarto, Art. 11, literal i, indica que “dar apoyo y seguimiento pedagógico a las y los estudiantes, para superar el rezago y dificultades en los aprendizajes y en el desarrollo de competencias, capacidades, habilidades y destrezas” (p. 17). Por tal motivo, es fundamental el uso de nuevas herramientas que faciliten el aprendizaje de los discentes.

También, el proceso de enseñanza-aprendizaje debe enfocarse en desarrollar competencias, destrezas y habilidades que permitan una formación general en el individuo. Puesto que, la Ley Orgánica de Educación Intercultural (2023) en su Art.43, referente al nivel de educación bachillerato establece que el bachillerato general tiene 3 años de obligatorios de educación después de la educación general básica, en el cual los estudiantes cursan un tronco común de materias para desenvolverse en competencias enfocadas en los perfiles de salida junto a los estándares de calidad de salida con el objetivo de escoger entre el bachillerato en ciencias o bachillerato técnico. Como resultado, los docentes durante las clases deben abordar la interdisciplinariedad ya que es fundamental en los centros educativos y permite obtener un aprendizaje permanente junto a diferentes capacidades de competencia.

A su vez, el nivel de bachillerato general implica que los estudiantes se responsabilicen de su propio proceso de aprendizaje ya que pueden desarrollar o fortalecer intereses por querer estudiar alguna carrera de su agrado. Además, el

Reglamento General de la Ley Orgánica de Educación Intercultural (2023) en el parágrafo IV, art. 132, establece que

> Las asignaturas optativas: son asignaturas a la que el estudiante puede optar según su criterio, independientemente que se relacionen o no con el área de especialidad elegida. Estas materias también permiten completar y nivelar la formación profundizando en los contenidos de las asignaturas de especialidad. (p. 48)

Por tal motivo, las instituciones educativas junto a los maestros deben profundizar dichas materias con el objetivo de ampliar los conocimientos de los estudiantes con el objetivo de entender cuál su importancia y cómo se aplica en un determinado contexto.

Por otro lado, el tiempo para abarcar la asignatura optativa debe estar bien planificado por el docente para lograr los objetivos necesarios y cumplir con el perfil de salida del bachillerato ecuatoriano. Es por ello que, en el "tercer año de Bachillerato, las instituciones educativas que ofertan Bachillerato en Ciencias tienen que ofrecer un mínimo de quince (15) horas de asignaturas optativas, a elección de los estudiantes" (Ministerio de Educación [MINEDUC], 2022, p. 3). Cabe mencionar que, para impartir el eje temático de números complejos, la presente investigación utiliza diferentes planificaciones microcurriculares que permiten abordar las temáticas en diferentes tiempos junto a la metodología del ABP.

En base al párrafo anterior, la Unidad Educativa Roberto Rodas junto a los docentes del área de matemáticas adaptan "el currículo a las realidades de los estudiantes de la Institución Educativa, considerando aspectos tales como el diagnóstico del área en cuanto a la evaluación, resultados de la prueba Ser Bachiller lectivo 2018 2019" (Planificación Microcurricular Institucional, 2020, p. 9). En tal virtud, presentan en su plan de estudios para el tercero de BGU la materia optativa de matemática superior en la que según la planificación anual de la docente se aborda la temática de números complejos.

Capítulo 2: Marco Metodológico

La metodológica de este trabajo surge del interés de diseñar e implementar estrategias didácticas, como el ABP, para mejorar la comprensión de la materia optativa de matemática superior en los estudiantes del tercero de bachillerato y de esta forma se da a conocer la importancia y aplicabilidad de los números complejos dentro de la cotidianidad de su vida estudiantil en su ambiente áulico del Tercero de B de BGU de la Unidad Educativa Roberto Rodas.

Paradigma y enfoque

Esta investigación se sujeta a dos paradigmas, el pragmático y el socio-crítico. El paradigma pragmático es importante para la investigación ya que Saharrea y Viale (2021) mencionan que consiste en reconocer la importancia de las experiencias, identificar la parte práctica de un objeto, con el objetivo de desarrollar el pensamiento reflexivo y despertar el interés de los alumnos. Este paradigma se centra en la aplicación práctica de conceptos matemáticos de una temática que promueve el desarrollo de habilidades como el análisis de la resolución de problemas, lo cual da a conocer la importancia de dicha temática en la sociedad y cómo les sirve a los estudiantes en el campo profesional.

Así, se busca integrar el paradigma pragmático, que se centra en la eficacia y utilidad de las prácticas educativas, con un paradigma socio-crítico que cuestiona las desigualdades y promueve una educación más justa y solidaria.

En el ámbito educativo, la intersección entre el paradigma socio-crítico y el pragmático emerge como un campo fértil para la reflexión y la acción en la búsqueda de una educación más significativa, el pragmatismo se caracteriza por ser una corriente filosófica que destaca la importancia de la acción y la práctica como criterios fundamentales para determinar la verdad y utilidad de las ideas. Peirce (2008) considera que la efectividad y el impacto de una creencia en la práctica es lo que verdaderamente la valida. Además, enfatiza en la noción de que una idea solo es válida si es probada a través de su aplicación en la realidad.

De igual manera, Loza et al. (2020) el paradigma socio-crítico se distingue por su abordaje global y dialéctico, así como por su compromiso con una visión democrática en la construcción del conocimiento. Se destaca la estrecha relación entre la teoría y la práctica, lo que implica una activa participación de los sujetos investigados. Este paradigma busca integrar la teoría con la práctica, otorgando protagonismo a los sujetos de investigación y reflexionando sobre la relevancia de la investigación en beneficio de la comunidad.

Agregando a lo anterior, Álvarez et al. (2022) “el paradigma socio-crítico pretende desde la teoría crítica, la liberación en cuanto al pensamiento y emancipación de los actores educativos en los contextos que estos vivencian, a través de la razón comunicativa y argumentación de las posturas” (p. 119). Es por ello que, la aplicación de un paradigma socio-crítico puede ayudar a empoderar a los estudiantes para que cuestionen las estructuras de poder y contribuyan activamente a la transformación social. Al promover un pensamiento crítico y una participación activa en el proceso educativo, se puede trabajar hacia una sociedad más justa e inclusiva.

Por esta razón, se debe tener en cuenta que dentro de la realidad educativa existen diferentes perspectivas y enfoques por parte de los participantes de la investigación. Es por ello que Albert (2007) menciona que:

> La investigación educativa no se guía por un solo método o un solo paradigma como lo harían las ciencias naturales, sino que se guía por distintas perspectivas y métodos difíciles de conciliar lo que le confiere un carácter pluriparadigmático y multiforme. (p. 22)

Por ende, se plantea utilizar dos paradigmas, el pragmático y socio-crítico, para abarcar esta complejidad ya que los factores pueden ser diferentes creencias de los estudiantes o docentes, la moral, valores, los cuales llegan a enriquecer la investigación.

El presente trabajo se basa en un enfoque mixto que integra elementos cualitativos y cuantitativos. Hernández y Mendoza (2018), las ventajas de optar por un enfoque mixto son lograr una perspectiva más amplia y profunda del fenómeno para producir datos más ricos y variados mediante la multiplicidad de observación y de esta forma potenciar la creatividad teórica por medio de suficientes procedimientos críticos, además de permitir una mejor exploración, explotación y generalización de datos. Así mismo, para Guedes et al. (2020), "la característica principal de la investigación de métodos mixtos es la integración de enfoques cuantitativos y cualitativos, con el fin de proporcionar un entendimiento más integral de un tema de investigación" (p. 1).

Desde el punto de vista de Meleán y Carhuancho (2023) señalan que el enfoque mixto en la investigación se caracteriza por su capacidad para proporcionar una comprensión completa del fenómeno estudiado, lo que permite al investigador definir claramente el problema y establecer objetivos adecuados, respaldados por una conceptualización teórica pertinente al fenómeno en cuestión.

Es por ello que, en el presente estudio se considera optar por un enfoque mixto puesto que su complementariedad permite refinar los hallazgos de un método con los de otro, logrando así una comprensión más integral del fenómeno estudiado y la implementación de la estrategia didáctica basada en problemas para la comprensión de los números complejos en el tercero de BGU paralelo B, puesto que identifica los aspectos de la estrategia, dado que los números complejos implican tanto habilidades numéricas como conceptuales. Estas habilidades van más allá de simplemente memorizar información; implican la comprensión profunda de los conceptos y la capacidad de relacionarlos con otros conceptos y situaciones del mundo real.

Dado que, el enfoque de la investigación es mixto se opta por un diseño concurrente, según Hernández y Mendoza (2018) este diseño de investigación consiste en la combinación simultánea de los enfoques cuantitativos y cualitativos durante el proceso de estudio. Además, se distingue por su capacidad para proporcionar una comprensión más completa y enriquecedora del fenómeno investigado, al aprovechar las fortalezas de cada enfoque y mitigar sus limitaciones individuales.

En el enfoque mixto con un diseño concurrente, la recopilación y el análisis de datos cuantitativos y cualitativos ocurren simultáneamente, lo que facilita la integración de hallazgos. Esto permite al investigador obtener una visión amplia y profunda del tema de estudio, lo que facilita la triangulación de datos y la corroboración de resultados desde diferentes perspectivas.

Este diseño, según Hernández y Mendoza (2018), resulta especialmente útil cuando se busca validar o complementar los resultados obtenidos por un enfoque con los del otro, o cuando se desea explorar un tema desde múltiples ángulos para obtener una comprensión más holística. Además, el enfoque mixto con un diseño concurrente es ideal para estudios que requieren una adaptación continua a nuevas preguntas de investigación que surgen durante el proceso, lo que permite aclarar hallazgos inesperados o resolver posibles contradicciones como es el uso de instrumentos pretest y postest.

Tipo de investigación

Dentro del presente estudio se opta por un tipo de investigación pre-experimental para la recolección de información. Además, la investigación pre-experimental, para Palella y Martins (2012) “se basa en administrar un estímulo a un grupo y después aplicar una medición que permite observar su efecto en una o más variables” (p. 89). Por consiguiente, el tipo pre-experimental se acopla a la presente investigación dado que el estímulo a administrar son las clases a impartir con la estrategia didáctica basada en problemas que se realiza durante la aplicación de la propuesta.

También, es importante tener en cuenta el nivel de dicha investigación. Por tanto, en el presente trabajo escoge un nivel, del tipo pre-experimental, llamado pretest y postest con un solo grupo donde Palella y Martins (2012) mencionan que “consiste en aplicar al grupo un test previo al tratamiento experimental. Después se le aplica el estímulo y, finalmente, se administra un test posterior al tratamiento experimental” (p. 95). Es por ello que, el estudio actual utiliza el pretest y postest con el objetivo de medir la variable dependiente y conocer si la estrategia didáctica basada en problemas aplicada durante las clases fue significativa.

Población y muestra

La investigación se realiza a 18 participantes del tercer año de bachillerato B de la Unidad Educativa Roberto Rodas que cursan la materia de matemática superior y estudian el eje temático de números complejos. Se trabaja con todos los estudiantes del tercero B de BGU, lo que permite realizar un mejor diagnóstico con respecto a la comprensión de los números complejos. Se aplican dos instrumentos: un sondeo inicial que tiene el objetivo de conocer la percepción de la asignatura y familiaridad con los temas impartidos y otro final que mide la evolución de la comprensión de la materia.

La encuesta consiste de 8 interrogantes de respuesta abierta, mientras que la prueba de evaluación de conocimientos de los números complejos está compuesta de 15 preguntas de desarrollo que involucran la resolución de problemas con números complejos, tanto en su forma algebraica como geométrica. Por otra parte, se aplica una entrevista inicial a la Ing. Cecilia Rodríguez que imparte la asignatura mencionada con la finalidad de identificar los desafíos en la enseñanza y el aprendizaje del eje temático desde la perspectiva del docente. Este instrumento cuenta 7 preguntas de las cuales 6 son de respuesta abierta y una de opción múltiple. Cabe mencionar que, los participantes fueron previamente informados y consintieron en formar parte de la presente investigación, además la encuesta aplicada es de carácter confidencial, de tal manera que la información obtenida de los instrumentos aplicados solo se utiliza para fines académicos.

Operacionalización del objeto de estudio o categorías de análisis

Tabla 3

Operacionalización de la variable independiente.

Variable Independiente	Definición operacional	Dimensiones	Indicadores	Técnicas e instrumentos
Aprendizaje Basado en problemas	Según Cadena (2020) menciona que el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) es una estrategia de enseñanza que promueve la adquisición de conocimientos y el desarrollo de habilidades para la resolución de problemas.	Habilidades analíticas y de acción.	-Aplicación de lógica y buen uso de lenguaje matemático. -Identifica y logra graficar correctamente los números complejos en el plano complejo. -Resuelve los ejercicios con números complejos.	-Encuesta de a los estudiantes -Entrevista a la docente. - Guía de observación enfocado a los estudiantes. -Pre y post test
		Habilidades investigativas.	-Capacidad de investigación: indaga a fondo para obtener información. -Brinda información nueva a la discusión del grupo.	
		Habilidad de la toma de decisiones y la resolución de problemas	-Evalúa argumentos, identifica falacias y la validez de afirmaciones. relevante.	
		Habilidades sociales.	-Participación activa y colaborativa. -Expresa o comunica ideas claras al grupo.	

Nota. La figura muestra la operacionalización de la variable independiente. Fuente:

Elaboración propia

Tabla 4

Operacionalización de la variable dependiente.

Variable dependiente	**Definición operacional**	**Dimensiones**	**Indicadores**	**Técnicas e instrumentos**
Comprensión de números complejos	Según el MINEDUC (2016) la comprensión de los números complejos es la capacidad de dominar, analizar, representar y contextualizar los conocimiento s adquiridos en la asignatura optativa de números complejos.	Domina la historia de los números complejos.	-Domina los conocimientos de los números complejos.	-Encuesta: Guía de encuesta. -Entrevista: Guía de entrevista. -Grupos de enfoque: los temas tratados en la intervención. -Diario de campo: Observación participante. -Evaluación: Preguntas de evaluación.
		Analiza los problemas propuestos en clase.	-Analizar: descompone, examina y estudia. detenidamente los problemas propuestos en clase.	
		Contextualiza los problemas presentados en clase.	-Contextualizar: sitúa los conocimientos impartidos en clase en su contexto problemático en las operaciones y propiedades con números complejos.	
		Representa los números complejos en el plano complejo	-Competencia en la representación gráfica de números complejos.	

Nota. La tabla muestra la operacionalización de variable dependiente. Fuente:

Elaboración propia.

Métodos, técnicas e instrumentos de investigación

La presente investigación abordar 5 técnicas con sus respectivos instrumentos para analizar el objeto de estudio, ya que de la Lama et. al (2022) mencionan que “la decisión de qué instrumentos se emplearán en una investigación es una reflexión metodológica, no es producto de una decisión técnica o teórica” (p. 195). Por tanto, para estudiar las variables como la estrategia didáctica basada en problemas y la comprensión de números complejos se utiliza la encuesta, entrevista, grupos de enfoque, observación participante, pretest y postest.

La encuesta es muy utilizada en el ámbito de la investigación. A su vez, Sánchez et. al (2020) menciona que la encuesta cualitativa estudia las interacciones sociales de individuos, se puede utilizar en ámbitos educativos, es flexible, permite comparar resultados de forma objetiva. Por tal razón, la presente investigación diseña una guía de encuesta con preguntas abiertas para conocer cuál es la opinión de los estudiantes del Tercero de BGU paralelo B con respecto a la comprensión de los temas impartidos en matemática superior relacionados con números complejos.

Así mismo, Hernández y Mendoza (2018) menciona que los instrumentos de una investigación cualitativa y cuantitativa son los siguientes:

Tabla 5

Instrumentos y técnicas para una investigación cualitativa y cuantitativa

Instrumentos y técnicas para una investigación cualitativa y cuantitativa			
Instrumentos	**Técnicas**	**Definición**	**Su objetivo en la presente investigación**
Guía de entrevista	Entrevista	Se considera como un conversatorio que sirve para intercambiar información, permite construir conocimientos de manera colectiva respecto a un tema y se emplea en la investigación cualitativa cuando el problema a estudiar es muy difícil de observar o no se puede hacer.	Identificar los desafíos en la comprensión de números complejos desde la perspectiva del docente que imparte el eje temático de números complejos en el tercero de BGU paralelo B.
Los temas tratados en la intervención	Grupos de enfoque o de discusión	Estos grupos brindan interacciones entre sus miembros que pueden revelar dinámicas sociales, normas culturales y construcción colectiva de significado.	Facilitar el intercambio de conocimientos de los estudiantes del tercero de BGU paralelo B junto a la construcción colaborativa de diferentes significados para comprender los temas del eje temático de números complejos.
Diario de campo	Observación participante	Sirve para recolectar la información que puede olvidarse durante el proceso de intervención, también se considera como un registro de experiencias en la investigación tales como las interacciones, el comportamiento de los participantes, entre otros.	Describir los datos detallados sobre las diferentes relaciones sociales en el tercero de BGU paralelo B durante las actividades enfocadas en la comprensión de los números complejos.
Guía de preguntas para los	Cuestionarios	Permite conocer la eficacia, validez, confiabilidad y	Diseñar un pretest y postest con el objetivo de evaluar la estrategia

cuestionarios pretest y postes	relevancia de un fenómeno o proceso en la investigación a partir de una valoración que puede ser sistemática o reflexiva donde se abordan aspectos clave del estudio.	didáctica basada en problemas en el tercero de BGU en la asignatura de matemática superior del paralelo B y conocer si su aplicación es efectiva para la comprensión de los números complejos.

Nota. La tabla muestra los instrumentos y técnicas que se utilizan en la presente investigación

Análisis y discusión de los resultados del diagnóstico.

Con el fin de conocer nivel de comprensión de los estudiantes hacia la asignatura optativa de matemática superior (números complejos), se desarrolló una encuesta y entrevista, la misma que ayudará a determinar si la propuesta de la metodología basada en el ABP es la adecuada para mejorar la comprensión en los estudiantes de Tercero de BGU B.

Resultados de la entrevista aplicada a la docente

Las entrevistas se posicionan como una valiosa herramienta cualitativa en el campo de la investigación, ya que permiten obtener información detallada y contenido directamente de los participantes. Explorar ideas, experiencias y perspectivas a través de discusiones estructuradas y reflexivas que conduzcan a una comprensión más profunda de algún fenómeno social, cultural o científico. Desde el punto de vista de Ávila y Arévalo (2024)" las entrevistas semiestructuradas son una herramienta valiosa para obtener perspectivas subjetivas y profundas de los sujetos de estudio, permitiendo una comprensión más rica y contextualizada de los fenómenos sociales y humanos" (p. 56).

Es por ello que la entrevista se realiza a la docente Cecilia Maricela Rodríguez Guijarro, encargada de la asignatura de matemática superior en el tercero de BGU paralelo B, a continuación, se realiza la interpretación de las respuestas de la guía de entrevista de manera general:

Se puede identificar que la docente ha tenido una buena experiencia al impartir la clase de números complejos. Sin embargo, menciona que los estudiantes presentan diferentes dificultades con respecto a la comprensión de números complejos. Es por ello que se considera que estos problemas surgen de las diferentes bases como propiedades de las potencias, propiedades de radicales, propiedades de número reales, racionalización, entre otros.

Además, durante las clases la docente trabaja utilizando diferentes actividades como el uso de fichas de trabajo que permiten un trabajo individual y a su vez colaborativo. No obstante, no siempre se logra obtener un dominio satisfactorio de la comprensión de los números complejos en temáticas como módulo y argumento, representación binómica, polar, potencias de i, entre otros. De tal manera que, comprender cómo se contextualizan los números complejos es un verdadero reto.

Finalmente, la docente expresa que existen diferente herramientas para el profesorado que permiten contribuir a la comprensión de números complejos, es por ello que se pueden utilizar softwares matemáticos, videos, gráficas, diapositivas, que faciliten la comprensión de números complejos, de tal manera que exista una formación significativa para interpretar la importancia de los números complejos, cabe mencionar que se debe tener muy claro el tiempo necesario para la comprensión de un tema específico.

Resultados de la encuesta aplicada a los estudiantes:

Las encuestas han desempeñado un papel importante en la recogida de información y opiniones, proporcionando valiosos datos que influyen en las decisiones políticas, empresariales y sociales. Según Hernández y Mendoza (2018) plantean que:

> La encuesta es un procedimiento investigativo que utiliza como instrumento característico el cuestionario con el fin de identificar y conocer la magnitud del

> problema, que se supone o se conoce de forma parcial o imprecisa, como forma de retroalimentación sobre los cambios o transformaciones ocurridas. La técnica de la encuesta se rige por un riguroso requerimiento metodológico en su utilización a fin de que los resultados que se obtengan a través de ella sean objetivos y lo más reales posibles. (p. 117)

Considerando lo antes mencionado el motivo de la encuesta es conocer la opinión de los estudiantes del tercero B respecto a la comprensión de los temas impartidos en matemática superior relacionados con Números Complejos. A continuación, se dan a conocer los resultados obtenidos se consideran relevantes en esta investigación.

1. ¿Cuál es su opinión respecto a la asignatura de matemática superior?

En la presente pregunta se ha establecido que hay una acogida positiva por parte del estudiantado es porque consideran que las matemáticas como algo “interesante porque aprendemos más” y “sí porque las matemáticas no solo son números y fórmulas abstractas con todo un lenguaje universal que permite a las mentes humanas comunicarse con precisión”. Lo cual nos indica que los estudiantes consideran interesante la asignatura.

2. ¿De qué manera se relacionan los números complejos con las actividades de la vida cotidiana?

Se evidencia que en los estudiantes existe una contradicción puesto que parte de los estudiantes conocen la relación de la materia en la vida cotidiana y la otra parte no. A continuación, se dará a conocer las respuestas textuales de los estudiantes expresaron “sí porque su utilidad se extiende a diversos campos como ingeniería física y computación” y otra parte menciona que “Para mí no” y “No mucho ya q nuestra vida se relaciona de diferente forma”

3. ¿Cuáles temas de números complejos que has abordado en clase encuentras más difíciles de comprender? ¿Cuál es la razón detrás de esta dificultad?

A partir de las respuestas dadas por los estudiantes se establece la categoría llamada “temas difíciles de entender”. Los sub apartados son los temas mencionados por los estudiantes que son:1. Graficar números complejos, operaciones de complejos de forma biónica, Concepto de números imaginarios.

4. ¿Qué recursos de clase crees que te ayuden a comprender los números complejos?

En base a las respuestas obtenidas se delimita una categoría denominada “recursos para la comprensión” y las sub categorías están en función a los recursos que consideren son los que ayuden a mejorar su comprensión y son: Resolución de ejercicios y problemas Uso de softwares matemáticos (GeoGebra, Wolfram Alpha, Photomath, entre otros.). Presentación de diapositivas y ejemplos.

Regularidades del diagnóstico

En base a los resultados obtenidos de datos provenientes de encuestas y la entrevista nos permite en nuestra investigación tener una perspectiva multifacética y enriquecedora sobre el tema en cuestión, en el cual se expresan las respuestas en función de los indicadores dependientes.

La falta de comprensión de los números complejos por parte de los estudiantes de matemática superior se puede atribuir a una combinación de factores, incluida la percepción del tema como abstracto y la falta de conexión con la vida cotidiana. Así se evidencia en la encuesta realizada, donde algunos estudiantes ven la utilidad de los números complejos en campos como la ingeniería y la física, mientras que otros no ven su relevancia en su vida diaria. Además, los temas que los estudiantes dicen que son los más difíciles de entender incluyen la satisfacción de números complejos, las operaciones en forma binómica y el concepto de números imaginarios.

Como solución a este problema se propone la implementación de la estrategia metodológica de aprendizaje basado en problemas (ABP), que permite a los estudiantes abordar los números complejos de una manera más práctica y contextualizada, se aprovechan recursos como la resolución de ejercicios, el uso de softwares matemáticos y ejemplos concretos que faciliten la comprensión de los conceptos. Esta estrategia podría aumentar la motivación y el interés de los estudiantes en el tema y al mismo tiempo promover una comprensión más profunda y significativa de los números complejos.

Capítulo 3: Título de la propuesta

Estrategia didáctica basada en problemas para contribuir a la comprensión de los números complejos en el tercero de BGU paralelo B

Objetivo general de la propuesta

Contribuir a la comprensión de los números complejos mediante la implementación de una estrategia didáctica de aprendizaje basada en problemas.

Diseño de la propuesta

Para mejorar la problemática encontrada en el diagnóstico inicial, el diseño de la propuesta consiste en aplicar la estrategia didáctica de aprendizaje basada en problemas, para fortalecer a la comprensión de números complejos, específicamente en el eje temático uno de la guía propuesta por el MINEDUC, la cual consta de: 1. Recuento histórico de los números complejos, 2. elementos, propiedades y 3. operaciones, formas de representación.

Al trabajar en el tercero B del Bachillerato General Unificado con la materia de matemática superior con el eje temático de números complejos se tiene como base los autores: Ortega et al. (2020) y Lavado et al. (2023).

En la cual, se fusionan las tres fases de Ortega et al. (2020) que son la exploración, ejecución y socialización, con los 7 pasos del ABP de Lavado et al. (2023) que son: 1 Presentación de la pregunta, problema o reto, 2. Cuestiones que plantean los estudiantes sobre la pregunta/problema/reto, 3. Lluvia de ideas, 4. Plan de trabajo, 5. Búsqueda y procesamiento de la información. 6. Resolución de la pregunta/problema/reto y 7. Elaboración del producto final (presentación, los estudiantes con sus propias palabras dan a conocer lo aprendido y lo aplican en las diferentes operaciones de números complejos). De manera complementaria utilizan videos explicativos, plataformas virtuales, juegos lúdicos y la evaluación para conocer la evolución de la comprensión del tema tratado.

Propuesta de intervención

En este apartado se describe de manera general la organización para la aplicación de una metodología de aprendizaje basada en problemas.

La primera fase se llama exploración. En esta fase, elegimos un tema que nos guste o nos interese, y hacemos preguntas sobre él queremos aprender sobre los números complejos, podemos preguntarnos:

¿Qué son los números complejos? ¿Para qué sirven? ¿Cómo se representan? ¿Cómo se operan? También buscamos información en libros, internet, videos, entre otros. y escogemos una forma de trabajar el tema. Por ejemplo, podemos hacer un rompecabezas, un videojuego, una canción, entre otros.

1. Presentación de la pregunta, problema o reto.

2. Cuestiones que plantean los estudiantes sobre la pregunta/problema/reto.

· 3. Lluvia de ideas.

La segunda fase se llama ejecución. En esta fase, hacemos la actividad que escogimos, siguiendo unos pasos que nos ayuden a aprender. Por ejemplo, si vamos a hacer un rompecabezas de números complejos, podemos seguir estos pasos: recortar las piezas, ordenarlas, pegarlas, colorearlas, entre otros. También usamos materiales que nos faciliten el trabajo, como tijeras, pegamento, colores, entre otros. Además, trabajamos en equipo, compartiendo ideas, opiniones, dudas, entre otros., y nos ayudamos unos a otros.

4. Plan de trabajo

5. Búsqueda y procesamiento de la información.

6. Resolución de la pregunta/problema/reto.

La tercera fase se llama socialización. En esta fase, mostramos lo que hicimos a otras personas, como nuestros compañeros, profesores y les contamos lo que aprendimos. Por ejemplo, podemos mostrar nuestro rompecabezas de números complejos y explicar cómo lo hicimos, qué dificultades tuvimos, qué soluciones encontramos, entre otros. También escuchamos lo que nos dicen las otras personas, como sus felicitaciones, sugerencias, preguntas, entre otros, y les respondemos.

7. Elaboración del producto final (artículo, presentación, informe...)

Implementación de la propuesta

Se presenta en el siguiente apartado las planificaciones microcurriculares del eje temático uno en base a la organización antes mencionada de la guía propuesta por el MINEDUC, la cual consta de: 1. Recuento histórico de los números complejos, 2. Elementos, propiedades, 3. Operaciones, formas de representación.

PLANIFICACIÓN MICROCURRICULAR PRIMER TRIMESTRE

DATOS INFORMATIVOS

Institución: UNIDAD EDUCATIVA "ROBERTO RODAS"

Docente:	**Asignatura:** MATEMÁTICA SUPERIOR	
Grado/Curso: **TERCERO BGU**	**Fecha de inicio: 9 de MARZO del 2024**	**Fecha de término: 8 de abril del 2024**

APRENDIZAJE DISCIPLINAR: Esta sección debe planificarse de manera individual o cooperativa si estiman conveniente.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE:

OG.M.1. Proponer soluciones creativas a situaciones concretas de la realidad nacional y mundial mediante la aplicación de las operaciones básicas de los diferentes conjuntos numéricos, y el uso de modelos funcionales, algoritmos apropiados, estrategias y métodos formales y no formales de razonamiento matemático, que lleven a juzgar con responsabilidad la validez de procedimientos y los resultados en un contexto.

OG.M.2. Producir, comunicar y generalizar información, de manera escrita, verbal, simbólica, gráfica y/o tecnológica, mediante la aplicación de conocimientos matemáticos y el manejo organizado, responsable y honesto de las fuentes de datos, para así comprender otras disciplinas, entender las necesidades y potencialidades de nuestro país, y tomar decisiones con responsabilidad social.

OG.M.4. Valorar el empleo de las TIC para realizar cálculos y resolver, de manera razonada y crítica, problemas de la realidad nacional, argumentando la pertinencia de los métodos utilizados y juzgando la validez de los resultados.

OG.M.5. Valorar, sobre la base de un pensamiento crítico, creativo, reflexivo y lógico, la vinculación de los conocimientos matemáticos con los de otras disciplinas científicas y los saberes ancestrales, para así plantear soluciones a problemas de la realidad y contribuir al desarrollo del entorno social, natural y cultural.

DESTREZAS CON CRITERIOS DE DESEMPEÑO	INDICADORES DE EVALUACIÓN	ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS ACTIVAS PARA LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE	ACTIVIDADES EVALUATIVAS
ONCDM.5.1.1. Analizar la construcción histórica de los números complejos y los aportes a la matemática.	I.ONCDM.5.1.1. Define un número complejo y opera aplicando las propiedades de la adición y multiplicación con el conjunto de los números complejos. (I.1.) (I.4.) I.ONCDM.5.1.2. Analiza y representa la estructura de un número complejo de forma binómica, geométrica y polar en la resolución de	**Recuento Histórico de los Números Complejos** **Primera Fase: Exploración** 1. Presentación de la pregunta, problema o reto: ¿Cómo se desarrolló históricamente el concepto de números complejos? ¿Cuáles fueron las contribuciones de distintos matemáticos en la comprensión y formalización de los números complejos? ¿Qué aplicaciones tienen los números complejos en la vida cotidiana y en diferentes áreas de la ciencia y la tecnología? 2. Cuestiones que plantean los estudiantes sobre la pregunta/problema/reto: - ¿Por qué se necesitaron los números complejos? - ¿Quiénes fueron los primeros en proponer este concepto? - ¿Cómo se relacionan los números complejos con otras ramas de las matemáticas? - ¿Existen problemas históricos que hayan sido resueltos gracias a los números complejos? 3. Lluvia de ideas:	Evaluación: se evaluará la participación en la discusión, la calidad de la investigación realizada, la claridad y coherencia en la presentación de los resultados, así como la capacidad para relacionar la información histórica con aplicaciones modernas de los números complejos.

	ejercicios varios. (I.3.) (I.4.) (J.4.)	-Discusión sobre conocimientos previos relacionados con los números complejos. -Posibles aplicaciones y utilidades de los números complejos en diferentes contextos. -Reflexión sobre la importancia histórica y actual de este concepto en matemáticas. **Segunda Fase: Ejecución** 4. Plan de trabajo: - Investigación individual o en grupos pequeños sobre la historia de los números complejos. - Lectura de textos y análisis de documentos históricos relevantes. - Realización de ejercicios y problemas que ilustren el uso de números complejos en diferentes contextos. 5.Búsqueda y procesamiento de la información: - Uso de recursos bibliográficos y digitales para recopilar información sobre los números complejos. - Análisis crítico de fuentes para discernir entre información relevante e irrelevante. - Síntesis y organización de la información recopilada para su posterior uso. 6.Resolución de la pregunta/problema/reto: - Resolución de problemas históricos que involucren números complejos. - Presentación de biografías de matemáticos relevantes en el desarrollo de este concepto. - Elaboración de ejemplos y aplicaciones de números complejos en diferentes campos. **Tercera Fase: Socialización** 7.Elaboración del producto final (artículo, presentación, informe...): - Creación de un artículo o ensayo que sintetice la historia de los números complejos y su importancia. -Preparación de una presentación oral para compartir hallazgos y reflexiones con el resto de la clase. - Desarrollo de un informe escrito que detalle los aspectos más relevantes descubiertos durante la investigación. - Recursos: libros de matemáticas, recursos en línea, documentos históricos, ejercicios y problemas relacionados con números complejos. **Recursos:** Para la realización de la presente clase se hace uso de los instrumentos como el infocus y diapositivas elaboradas desde la plataforma Genially, cabe recalcar que la unidad educativa en la que se aplica esta clase cuenta con acceso a internet.	

PLANIFICACIÓN MICROCURRICULAR PRIMER TRIMESTRE

DATOS INFORMATIVOS

Institución: UNIDAD EDUCATIVA "ROBERTO RODAS"

Docente:	**Asignatura:** MATEMÁTICA SUPERIOR

Grado/Curso: TERCERO BGU	**Fecha de inicio: 18 de MARZO del 2024**	**Fecha de término: 22 de MARZO del 2024**

APRENDIZAJE DISCIPLINAR: Esta sección debe planificarse de manera individual o cooperativa si estiman conveniente.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE:

OG.M.1. Proponer soluciones creativas a situaciones concretas de la realidad nacional y mundial mediante la aplicación de las operaciones básicas de los diferentes conjuntos numéricos, y el uso de modelos funcionales, algoritmos apropiados, estrategias y métodos formales y no formales de razonamiento matemático, que lleven a juzgar con responsabilidad la validez de procedimientos y los resultados en un contexto.

OG.M.2. Producir, comunicar y generalizar información, de manera escrita, verbal, simbólica, gráfica y/o tecnológica, mediante la aplicación de conocimientos matemáticos y el manejo organizado, responsable y honesto de las fuentes de datos, para así comprender otras disciplinas, entender las necesidades y potencialidades de nuestro país, y tomar decisiones con responsabilidad social.

OG.M.4. Valorar el empleo de las TIC para realizar cálculos y resolver, de manera razonada y crítica, problemas de la realidad nacional, argumentando la pertinencia de los métodos utilizados y juzgando la validez de los resultados.

OG.M.5. Valorar, sobre la base de un pensamiento crítico, creativo, reflexivo y lógico, la vinculación de los conocimientos matemáticos con los de otras disciplinas científicas y los saberes ancestrales, para así plantear soluciones a problemas de la realidad y contribuir al desarrollo del entorno social, natural y cultural.

DESTREZAS CON CRITERIOS DE DESEMPEÑO	INDICADORES DE EVALUACIÓN	ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS ACTIVAS PARA LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE	ACTIVIDADES EVALUATIVAS
ONCDM.5.1.2. Definir un número complejo como la combinación de dos componentes llamados: parte real y parte imaginaria. ONCDM.5.1.3. Comprender y aplicar propiedades algebraicas de las operaciones de adición y producto en cálculos con números complejos, en la resolución de ejercicios numéricos	I.ONCDM.5.1.1. Define un número complejo y opera aplicando las propiedades de la adición y multiplicación con el conjunto de los números complejos. (I.1.) (I.4.) I.ONCDM.5.1.2. Analiza y representa la estructura de un número complejo de forma binómica, geométrica y polar en la resolución de	**Elementos y propiedades de los números complejos.** **Primera Fase exploración:** 1. Presentación de la pregunta, problema o reto: El tema a explorar es "elementos y propiedades de los números complejos". Se presenta a los estudiantes la definición de números complejos y se plantea la pregunta: ¿Qué son los números complejos y cuáles son sus propiedades? 2. Cuestiones que plantean los estudiantes sobre la pregunta/problema/reto: Los estudiantes pueden plantear preguntas como: - ¿Cómo se representan los números complejos? - ¿Cuáles son las operaciones básicas con números complejos? - ¿Qué propiedades tienen los números complejos?	1. Participación en la fase de exploración: Se evaluará la participación activa de los estudiantes en la discusión de preguntas, problemas y lluvia de ideas relacionadas con los números complejos. 2. Ejercicios y problemas resueltos: Se evaluará la capacidad de los estudiantes para resolver ejercicios prácticos que impliquen operaciones básicas y propiedades de los números complejos.

y problemas de aplicación. ONCDM.5.1.4. Obtener el conjugado de un número complejo, calcular el módulo de un número complejo y calcular la distancia entre números complejos para resolver problemas, y ejercicios numéricos y algebraicos.	ejercicios varios. (I.3.) (I.4.) (J.4.)	- ¿Cómo se calcula el módulo y el argumento de un número complejo? 3. Lluvia de ideas: Se invita a los estudiantes a compartir sus ideas y conocimientos previos sobre números complejos. Se pueden discutir ejemplos de aplicaciones de números complejos en la vida cotidiana y en otras áreas como la física, la ingeniería y las matemáticas puras. **Segunda Fase ejecución:** 4. Plan de trabajo: Se propone un plan de trabajo que incluya las siguientes actividades: - Investigación individual o en grupos pequeños sobre los conceptos básicos de los números complejos. - Realización de ejercicios prácticos para familiarizarse con las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) con números complejos. - Estudio de las propiedades de los números complejos. - Resolución de problemas y ejercicios que impliquen el cálculo del módulo y el argumento de números complejos. 5. Búsqueda y procesamiento de la información: Los estudiantes buscarán información en libros de texto, recursos en línea y otros materiales disponibles para comprender los conceptos y propiedades de los números complejos. También realizarán ejercicios prácticos para reforzar su comprensión y habilidades en el manejo de números complejos. 6. Resolución de la pregunta/problema/reto: Los estudiantes resolverán problemas y ejercicios relacionados con los números complejos, aplicando los conceptos y propiedades aprendidos durante la fase de exploración y ejecución. **Tercera Fase socialización:** 7. Elaboración del producto final: Los estudiantes elaborarán un producto final que puede ser un artículo, una presentación o un informe donde resuman los conceptos básicos, propiedades y aplicaciones de los números complejos. Además, pueden incluir ejemplos y ejercicios resueltos para demostrar su comprensión del tema. El producto final será compartido con el resto de la clase para promover la socialización y el intercambio de conocimientos. Recursos: 1. Libros de texto de álgebra o análisis matemático que incluyan un capítulo sobre números complejos. 2. Recursos en línea como sitios web educativos, videos explicativos y tutoriales sobre números complejos. 3. Ejercicios y problemas de práctica disponibles en libros de ejercicios de matemáticas o en plataformas en línea. 4. Calculadoras científicas o software matemático que permitan realizar operaciones con números complejos. 5. Pizarras o papel y marcadores para realizar ejercicios en clase y explicar conceptos. 6. Material de apoyo visual como gráficos y diagramas para ilustrar las propiedades y operaciones con números complejos.	3. Trabajo individual o en grupo: Se evaluará la calidad de la investigación realizada por los estudiantes y su capacidad para procesar la información obtenida. 4. Producto final: Se evaluará la elaboración del producto final (artículo, presentación, informe) en términos de claridad, precisión y profundidad en la explicación de los conceptos y propiedades de los números complejos. 5. Comunicación y colaboración: Se evaluará la capacidad de los estudiantes para comunicar sus ideas de manera clara y colaborar con sus compañeros durante el proceso de aprendizaje y elaboración del producto final. 6. Comprensión y aplicación: Se evaluará la comprensión de los conceptos y la capacidad de aplicarlos en la resolución de problemas y situaciones prácticas relacionadas con números complejos.

PLANIFICACIÓN MICROCURRICULAR PRIMER TRIMESTRE

DATOS INFORMATIVOS

Institución: UNIDAD EDUCATIVA "ROBERTO RODAS"

Docente:	**Asignatura: MATEMÁTICA SUPERIOR**

Grado/Curso: Tercero de BGU	**Fecha de inicio: 26 de MARZO del 2024**	**Fecha de término: 29 DE MARZO de 2024**

APRENDIZAJE DISCIPLINAR: Esta sección debe planificarse de manera individual o cooperativa si estiman conveniente.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE:

OG.M.1. Proponer soluciones creativas a situaciones concretas de la realidad nacional y mundial mediante la aplicación de las operaciones básicas de los diferentes conjuntos numéricos, y el uso de modelos funcionales, algoritmos apropiados, estrategias y métodos formales y no formales de razonamiento matemático, que lleven a juzgar con responsabilidad la validez de procedimientos y los resultados en un contexto.

OG.M.2. Producir, comunicar y generalizar información, de manera escrita, verbal, simbólica, gráfica y/o tecnológica, mediante la aplicación de conocimientos matemáticos y el manejo organizado, responsable y honesto de las fuentes de datos, para así comprender otras disciplinas, entender las necesidades y potencialidades de nuestro país, y tomar decisiones con responsabilidad social.

OG.M.4. Valorar el empleo de las TIC para realizar cálculos y resolver, de manera razonada y crítica, problemas de la realidad nacional, argumentando la pertinencia de los métodos utilizados y juzgando la validez de los resultados.

OG.M.5. Valorar, sobre la base de un pensamiento crítico, creativo, reflexivo y lógico, la vinculación de los conocimientos matemáticos con los de otras disciplinas científicas y los saberes ancestrales, para así plantear soluciones a problemas de la realidad y contribuir al desarrollo del entorno social, natural y cultural.

DESTREZAS CON CRITERIOS DE DESEMPEÑO	INDICADORES DE EVALUACIÓN	ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS ACTIVAS PARA LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE	ACTIVIDADES EVALUATIVAS
ONCDM.5. 1.5. Representar y resolver operaciones con un número complejo en forma Binómica, Geométrica y Polar.	I.ONCDM.5. 1.1. Define un número complejo y opera aplicando las propiedades de la adición y multiplicación con el conjunto de los números complejos. (I.1.) (I.4.) I.ONCDM.5. 1.2. Analiza y	**Operaciones, formas de representación de números complejos** **Fase 1: Exploración** 1. Presentación de la pregunta, problema o reto: Introducción al tema de los números complejos y sus operaciones, así como las diferentes formas de representación de los mismos. 2. Cuestiones que plantean los estudiantes sobre la pregunta/problema/reto: - ¿Cuáles son las operaciones básicas con números complejos? - ¿Cómo se pueden representar los números complejos? - ¿Cuál es la diferencia entre la forma binómica y la forma polar de representación? - ¿Qué utilidad tienen los números complejos en la vida real? 3. Lluvia de ideas: - Discusión sobre situaciones donde se puedan aplicar los números complejos.	1. Pruebas escritas: Exámenes donde se planteen problemas que involucren operaciones con números complejos y su representación en el plano complejo. Esto permitirá evaluar la comprensión de los conceptos y la habilidad para resolver problemas. 2. Actividades prácticas con GeoGebra: Los estudiantes pueden realizar actividades interactivas con GeoGebra donde se les pide graficar números complejos, realizar operaciones y transformaciones en el plano

	representa la estructura de un número complejo de forma binómica, geométrica y polar en la resolución de ejercicios varios. (I.3.) (I.4.) (J.4.)	- Ejemplos de operaciones básicas con números complejos. - Ejemplos de representación de números complejos en el plano complejo. **Fase 2: Ejecución** 4. Plan de trabajo: Utilización de GeoGebra para realizar actividades interactivas que permitan explorar las operaciones y formas de representación de los números complejos. Algunas actividades propuestas podrían ser: - Graficar números complejos en el plano complejo. - Realizar operaciones como suma, resta, multiplicación y división de números complejos. - Convertir entre las diferentes formas de representación (binómica, polar, trigonométrica, exponencial). - Explorar propiedades geométricas de los números complejos, como el módulo y el argumento. 5. Búsqueda y procesamiento de la información: Investigación sobre las propiedades de los números complejos, las operaciones básicas y las formas de representación. Los estudiantes pueden utilizar libros de texto, recursos en línea y materiales complementarios para ampliar su comprensión del tema. 6. Resolución de la pregunta/problema/reto: Aplicación de los conocimientos adquiridos en la resolución de problemas prácticos que involucren números complejos. Los estudiantes pueden trabajar en equipos o de manera individual para resolver ejercicios y problemas propuestos. **Fase 3: Socialización** 7. Elaboración del producto final: Los estudiantes pueden elaborar un informe o una presentación donde exponen sus hallazgos sobre el tema de los números complejos, incluyendo ejemplos resueltos, gráficos realizados con GeoGebra y conclusiones sobre la importancia y aplicaciones de los números complejos en diferentes campos. Además, podrían compartir sus experiencias y aprendizajes con el resto de la clase en una sesión de socialización. La evaluación puede llevarse a cabo de diversas formas, incluyendo: Recursos: - Libros de texto sobre álgebra, matemáticas avanzadas o cálculo que incluyen capítulos dedicados a los números complejos. - Sitios web educativos con material interactivo sobre números complejos, como Khan Academy, Desmos o Wolfram Alpha. - Software de matemáticas como GeoGebra, que permite graficar números complejos y realizar operaciones con ellos de manera interactiva. - Ejercicios y problemas de números complejos de diferentes niveles de dificultad para practicar las operaciones y formas de representación.	complejo. Se puede evaluar su capacidad para utilizar la herramienta y su comprensión de los conceptos. 3. Presentaciones o informes: Los estudiantes pueden elaborar un informe o una presentación donde expliquen los conceptos aprendidos sobre números complejos, incluyendo ejemplos y aplicaciones. Se puede evaluar la claridad de la exposición, la precisión de la información y la capacidad para relacionar los conceptos con situaciones reales. 4. Participación en discusiones en clase: Se puede evaluar la participación de los estudiantes en las discusiones en clase sobre números complejos, su capacidad para formular preguntas, contribuir con ideas y resolver problemas en colaboración con sus compañeros. 5. Ejercicios y problemas adicionales: Se pueden asignar ejercicios y problemas adicionales para que los estudiantes practiquen por su cuenta y luego se evalúe su desempeño a través de la resolución de los mismos. Esto permitirá identificar áreas de mejora y reforzar los conceptos necesarios.

Análisis y discusión de resultados

Análisis de resultados integrados en forma mixta

Los resultados obtenidos de la aplicación del pretest y postest se mencionan en la figura 6, donde se comparan las calificaciones de los 18 estudiantes, los cuales están considerados como muestra pareada. En base a la figura 6, los resultados del pretest evidencian que 2 estudiantes alcanzan una calificación de 7, mientras que 16 se encuentran por debajo de dicho valor.

Lo cual hace alusión a que los estudiantes presentan dificultades en la comprensión de los números complejos ya que no utilizan un modo de pensamiento adecuado para resolver las preguntas del pretest. Puesto que, Randolph y Parraguez (2019) mencionan que para comprender un objeto matemático se pueden utilizar 3 formas de pensar: modo analítico-estructural, modo sintético y modo analítico-aritmético, que se encuentra con más detalle en la figura 1.

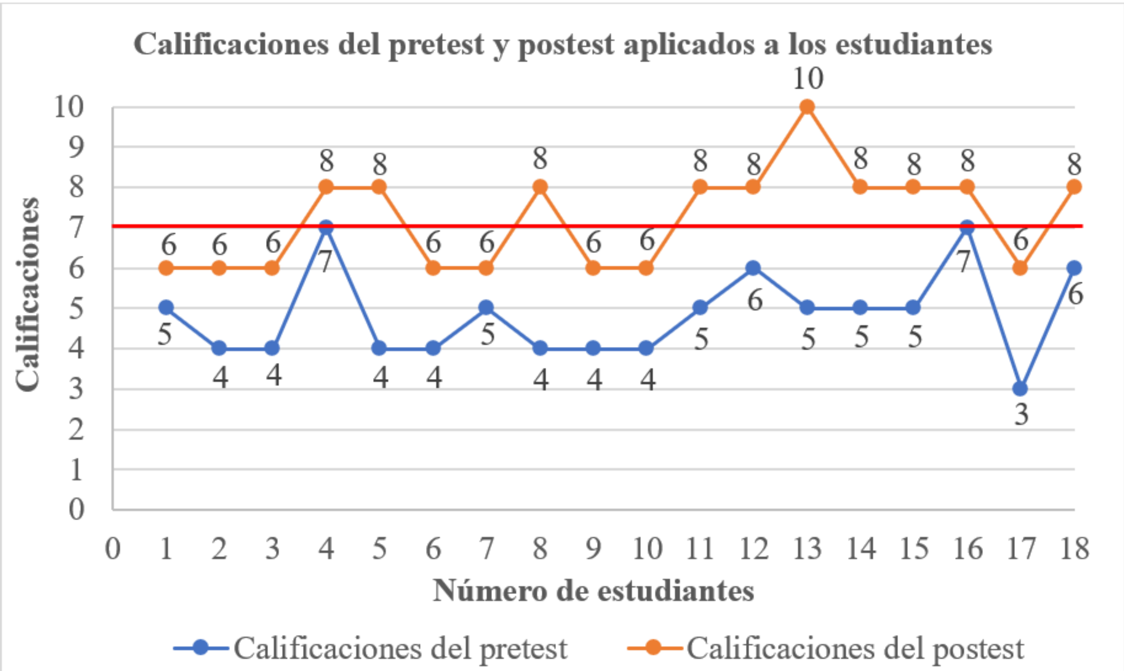
De la misma manera, se asume a que dichas falencias de aquellos estudiantes que no llegan al puntaje de 7 en la gráfica es porque desconocen la importancia de comprender para qué se utilizan los números complejos y su amplia aplicación en una variedad de campos. En la figura 5 se presentan varias aplicaciones sobre los números complejos para comprender de mejor manera la importancia que tienen en el mundo moderno y su versatilidad.

Es relevante destacar que, los temas abordados en el presente estudio son: recuento histórico de los números complejos, elementos y propiedades de los números complejos y formas de representar un número complejo del eje temático 1 que se utilizaron en la implementación de la propuesta, es por ello que, se decide implementar la estrategia didáctica basada en problemas, la cual consiste en una adaptación de los autores Ortega et al. y Lavado et al. que aportan de manera significativa a la presente investigación ya que se toman en cuenta las tres fases que son la exploración, ejecución y socialización junto con los 7 pasos del ABP para trabajar en el tercero de Bachillerato General Unificado con la materia de matemática superior.

De tal manera que, los resultados del postest evidencian que 9 estudiantes alcanzan una calificación de 8, un estudiante alcanza la calificación de 10 y finalmente 8 estudiantes alcanzan la calificación de 6. Es por ello que, todos los estudiantes sí mejoraron su calificación después de la implementación de la propuesta y a su vez se hace alusión a que sí utilizan de manera adecuada las formas de pensar de un objeto matemático de Randolph y Parraguez (2019) que son modo analítico-estructural, modo sintético y modo analítico-aritmético, que se encuentra con más detalle en la figura 1.

Figura 6

Escala de rendimiento académico niveles y subniveles



Nota. La línea roja representa la calificación mínima a aprobar propuesta por Reglamento General de la Ley Orgánica de Educación Intercultural (2023). Fuente: Elaboración propia

Además, al analizar el seguimiento de la evolución de la comprensión de los números complejos en la figura 6 se refleja que sí existe una mejoría substancial después de la aplicación de la propuesta, esta se relaciona con las figuras 7 y 8 ya que en ellas se aprecian las escalas cualitativas de las calificaciones de los estudiantes donde se utilizan las respectivas equivalencias propuestas por el Reglamento General de la Ley Orgánica de Educación Intercultural (2023) que están plasmadas en la tabla 6.

Con respecto a la figura 7, se indica que 8 estudiantes no alcanzan los aprendizajes requeridos, 8 están próximos a alcanzar los aprendizajes requeridos, 2 alcanzan los aprendizajes requeridos y ningún estudiante domina los aprendizajes requeridos. Por ende, 16 estudiantes no satisfacen las destrezas con criterio desempeño propuestas por el MINEDUC (2016) que se señalan en la tabla 7 ya que se encuentran por debajo de la nota mínima a aprobar propuesta por el Reglamento General de la Ley Orgánica de Educación Intercultural (2023).

Sin embargo, en la figura 8 se afirma que sí existe una mejora con respecto a los aprendizajes requeridos después de aplicar la estrategia didáctica basada en problemas, debido a que ningún estudiante se encuentra en el apartado de no alcanza los aprendizajes requeridos, 8 está próximos a alcanzar los aprendizajes requeridos, 9 alcanzan los aprendizajes requeridos y 1 domina los aprendizajes requeridos. Por ende, 10 estudiantes satisfacen las destrezas con criterio de desempeño propuestas por el MINEDUC (2016) que se señalan en la tabla 7 ya que se encuentran por encima de la nota mínima a aprobar propuesta por el Reglamento General de la Ley Orgánica de Educación Intercultural (2023).

Más aún, en la figura 7, de los 8 estudiantes que no alcanzan los aprendizajes requeridos, 5 de ellos obtuvieron una nota de 4 los cuales subieron a 6, 2 estudiantes subieron de 4 a 8 y 1 estudiante subió de 3 a 6. Es decir que, si relacionamos estas calificaciones con la escala cualitativa del Reglamento General de la Ley Orgánica de Educación Intercultural (2023) se puede mencionar que 6 estudiantes pasaron de no alcanzar los aprendizajes a estar próximos a alcanzarlos y 2 estudiantes pasaron de no alcanzar los aprendizajes a alcanzar los aprendizajes. Es importante destacar que, las calificaciones de cada estudiante se pueden apreciar en la figura 6 y a su vez se relacionan con las figuras 7, 8 y la tabla 6.

De la misma forma, en la figura 7, de los 8 estudiantes que están próximos a alcanzar los aprendizajes requeridos, 2 de ellos obtuvieron una nota 5 los cuales subieron a 6, 3 estudiantes subieron de 5 a 8, 2 estudiantes subieron de 6 a 8 y 1 estudiante subió de 5 a 10. Es decir que, si relacionamos estas calificaciones con la escala cualitativa del Reglamento General de la Ley Orgánica de Educación Intercultural (2023) se puede mencionar que 2 estudiante se mantienen en la misma categoría de estar próximos a alcanzar los aprendizajes requeridos, 5 estudiantes pasaron de estar próximos a alcanzar a alcanzar los aprendizajes y 1 estudiante pasó de estar próximo a alcanzar a dominar los aprendizajes.

Del mismo modo, en la figura 7, los 2 estudiantes que alcanzan los aprendizajes requeridos obtuvieron una nota 7 los cuales subieron a 8, es decir que se mantienen en la misma categoría de la escala propuesta por Reglamento General de la Ley Orgánica de Educación Intercultural (2023).

Así mismo, se puede asegurar que después de la intervención de la estrategia didáctica basada en problemas la comprensión de los números complejos ha mejorado, debido a que los estudiantes sí aplican las formas de pensar de un objeto matemático de Randolph y Parraguez (2019) como se presentan en la figura 1. Esto se debe a que dicha metodología contribuye a la enseñanza de los números complejos dado que Noriega (2021) menciona que dicha metodología mejora la toma de decisiones, la capacidad de análisis, la detección de necesidades y objetivos. Por lo tanto, potencia la autonomía, la responsabilidad y la independencia del estudiante, dado que es una metodología activa donde el estudiante es el protagonista de su aprendizaje.

Tabla 6

Escala de calificaciones cualitativa y cuantitativa

ESCALA CUALITATIVA	EQUIVALENCIA
Domina los aprendizajes	9.00-10.00
Alcanza los aprendizajes	7.00-8.99
Está próximo a alcanzar	4.01-6.99
No alcanza los aprendizajes	Menor o igual a 4

Fuente: Reglamento General de la Ley Orgánica de Educación Intercultural (2023)

Tabla 7

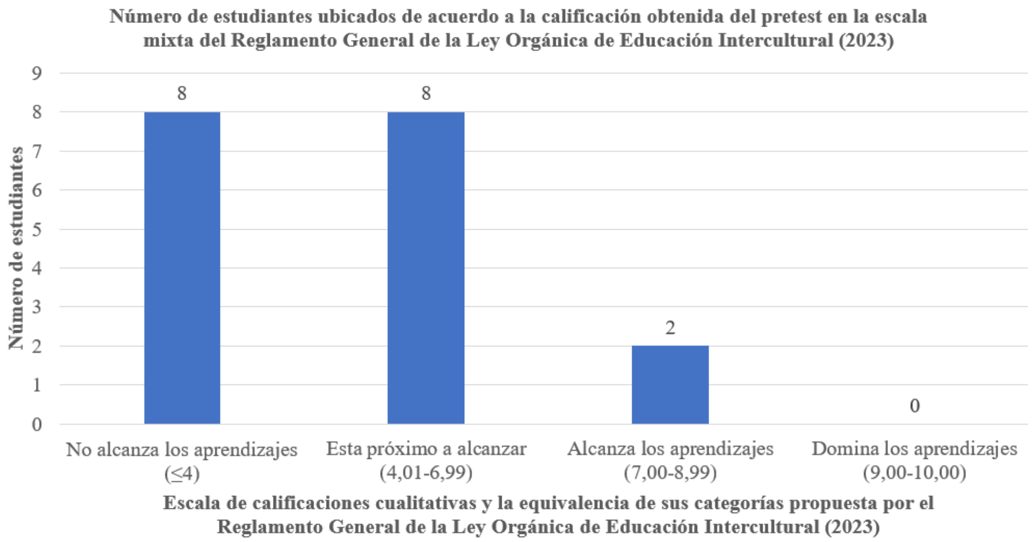
Destrezas con criterio de desempeño de la asignatura optativa matemática superior

Matriz de destrezas con criterios de desempeño de la asignatura optativa Números Complejos y Métodos de Demostración Matemática para el nivel de Bachillerato General Unificado	
Optativa de Números Complejos y Métodos de Demostración Matemática	**Básicos imprescindibles**
ONCDM.5.1.1.	Analizar la construcción histórica de los números complejos y los aportes a la matemática.
ONCDM.5.1.2.	Definir un número complejo como la combinación de dos componentes llamadas: parte real y parte imaginaria.
ONCDM.5.1.3.	Comprende y aplicar propiedades algebraicas de las operaciones de adición y producto en cálculos con números complejos, en la resolución de ejercicios numéricos y problemas de aplicación.
ONCDM.5.1.5.	Representar y resolver operaciones con un número complejo en forma Binómica, Geométrica y Polar.

Fuente: MINEDUC (2016)

Figura 7

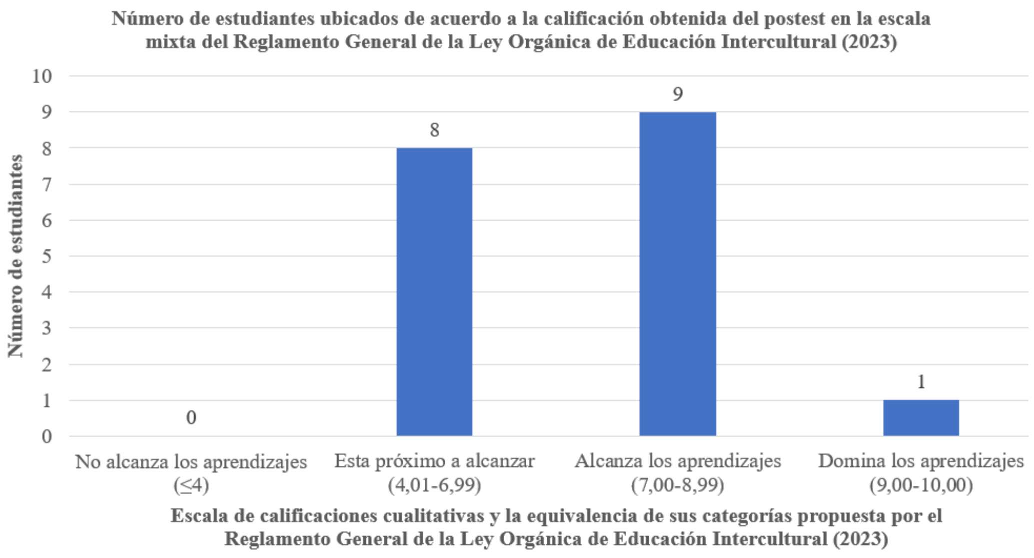
Número de estudiantes ubicados de acuerdo a la calificación obtenida del pretest en la escala mixta del Reglamento General de la Ley Orgánica de Educación Intercultural (2023)



Fuente: Elaboración propia

Figura 8

Número de estudiantes ubicados de acuerdo a la calificación obtenida del postest en la escala mixta del Reglamento General de la Ley Orgánica de Educación Intercultural (2023)



Fuente: Elaboración propia

Análisis de resultados cuantitativos

Los datos fueron procesados mediante el software PSPP en línea versión gratuita, este es importante porque permite realizar un análisis de datos que pueden servir para diferentes investigaciones, incluso puede ser utilizado por docentes y estudiantes (Roque, 2022). Es por ello que la presente investigación utiliza al software PSPP para estudiar los cálculos estadísticos que se presentan a continuación.

En el estudio participaron 18 estudiantes del tercero de BGU paralelo B, a quienes se les aplicó una prueba de conocimientos en números complejos del área de matemática superior, que consistió en un tipo pre-experimental Pretest – Postest, donde se obtienen los siguientes resultados.

Tabla 8

Medidas estadísticas

Medidas estadísticas obtenidas por los estudiantes de tercer BGU paralelo B					
		Media	**N**	**Desviación estándar**	**Media de error estándar**
Par 1	Postest	7,22	18	1,215	0,286
	Pretest	4,83	18	1,098	0,259

Fuente: Elaboración propia

Se observa que en la prueba del Postest se obtuvo en promedio un mejor resultado que en el pretest, con un nivel de variabilidad igual a 1,215 para los puntajes del postest y 1,098 para los puntajes del pretest. Así como los errores estándar de la media para cada caso son relativamente similares; esto es, de repetir el muestreo en varias ocasiones con muestras de estudiantes de tamaño 18 el nivel de variabilidad de cada muestra de estudiantes en relación con el verdadero valor del postest es igual a 0,286 puntos, mientras que para el pretest este nivel de variabilidad es igual a 0,259.

Ahora bien, en este caso la variable dependiente es la diferencia de los puntajes (tabla 9) postest en relación con el pretest, que fue sometida a una prueba de normalidad, donde se obtienen los siguientes datos:

Tabla 9

Pruebas de normalidad

Pruebas de normalidad para la variable diferencial						
	Kolmogorov-Smirnov			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Valor	Estadístico	gl	Valor p
Diferencia=Postest-Pretest	0,244	18	0,006	0,894	18	0,050

a. Corrección de significación de Lillierfors
Fuente: Elaboración propia

Existen dos pruebas muy comunes para probar normalidad en los datos observados u obtenidos durante el proceso de experimentación, como lo son Kolmogorov-Smirnov y Shapiro-Wilk. Sin embargo, con base en la literatura estadística como Pardo y Merino (2002) se establece que, para muestras relativamente pequeñas, menores a 50 datos, la prueba de normalidad más recomendable es Shapiro-Wilk.

Por consiguiente, con base en la última prueba estadística mencionada se contrastaron las siguientes hipótesis estadísticas:

Hipótesis nula: Los puntajes de diferencia se ajustan a la distribución de probabilidad normal.

Hipótesis alterna: Los puntajes de diferencia no se ajustan a la distribución de probabilidad normal.

Con base en un nivel de significación del 5% y con esta muestra de estudiantes en particular, se tiene que para el Valor p = 0,05 no se rechaza la hipótesis nula de que los puntajes de diferencia se ajustan a la distribución de probabilidad normal. En consecuencia, para medir el efecto de la prueba de conocimientos en números complejos del área de matemáticas, se aplicó la prueba t-Student para estimar la media de la diferencia en muestras relacionadas, estos datos se contemplan en la tabla 10.

Tabla 10

Aplicación de la prueba t-Student de muestras emparejadas

Aplicación de la Prueba t-Student de muestras emparejadas								
				Intervalo de confianza del 95% para la diferencia				
	Media	Desviación estándar	Media de error estándar	Inferior	Superior	t	gl	Valor p
Par 1 Postest-Pretest	2,389	1,145	0,270	1,820	2,958	8,854	17	0,000

Fuente: Elaboración propia

Las hipótesis estadísticas a ser probadas fueron:

Hipótesis nula: Los puntajes del postest en promedio son iguales al puntaje obtenido en el pretest para el mismo grupo de estudiantes de tercero BGU.

Hipótesis alterna: Los puntajes del postest en promedio son diferentes al puntaje obtenido en el pretest para el mismo grupo de estudiantes de tercero BGU.

Con base en un nivel de significación del 5% y con este grupo de estudiantes en particular, se tiene que Valor p = 0,000 < 0,05, lo que implica que se rechaza la hipótesis nula. Por lo tanto, los puntajes del postest en promedio son diferentes al puntaje obtenido en el pretest para el mismo grupo de estudiantes de tercero BGU.

Por otro lado, se tiene que el intervalo de confianza del 95% para estimar la media de las diferencias, oscila entre 1,820 hasta 2,958 puntos. Lo que implica que, en promedio los puntajes obtenidos en el postest son superiores al promedio obtenido en el pretest para el mismo grupo de estudiantes de tercero BGU. Esto es, un estudiante mediante la prueba del postest para medir conocimientos en números complejos del área de matemáticas, puede obtener una ganancia media en puntos que oscila entre 1,820 y 2,958 puntos, respectivamente.

Conclusiones y recomendaciones

Conclusiones

- En la asignatura de matemática superior, los estudiantes del tercer año de Bachillerato General Unificado (BGU) paralelo B, tuvieron varias dificultades y niveles de conocimiento previo relacionados con los números complejos. Estas dificultades y variaciones en el conocimiento previo fueron identificadas gracias al uso de herramientas de evaluación apropiadas, tales como la entrevista a la docente, la encuesta a los estudiantes y el pre-test que proporcionaron información detallada sobre las necesidades específicas de aprendizaje de los estudiantes en esta área; del mismo modo se diagnosticó dichos niveles a partir de la escala de calificaciones cualitativa y cuantitativa propuesta por el Reglamento General de la Ley Orgánica de Educación Intercultural (2023).
- Para mejorar la comprensión de los números complejos, se justificó teóricamente la elección de una estrategia didáctica centrada en problemas. Esta estrategia está destinada a involucrar activamente a los estudiantes y ayudarlos a aprender resolviendo problemas.
- La estrategia didáctica basada en problema que se elaboró consta de la unión de los criterios de Ortega et al. (2020) y Lavado et al. (2023) lo cual dio como resultado la propuesta planteada con sus tres fases y incluyendo los siete pasos del ABP con el objetivo de favorecer la comprensión de los números complejos.
- La estrategia didáctica se aplicó en el tercero de BGU paralelo B en la asignatura de matemática superior, en el eje temático 1 sobre números complejos abordando temas como el recuento histórico de números complejos, elementos y propiedades de los números complejos, y finalmente operaciones, formas de representación de números complejos.

- La estrategia didáctica utilizada fue evaluada minuciosamente a partir de la comparación de las calificaciones obtenidas en el pre-test y pos-test junto a los diarios de campo. Los resultados demostraron avances significativos en el manejo de los números complejos por parte de los estudiantes ya que durante la aplicación de la propuesta se fomentó la partición activa debido al trabajo en equipo, se desarrollaron habilidades de investigación y reflexión que facilitaron la comprensión los números complejos.
- Al implementar la estrategia didáctica basada en problemas se ha mejorado la comprensión de los números complejos por parte de los estudiantes ya que se promovieron habilidades críticas y reflexivas, lo que permitió mayor participación gracias a los problemas reto planteados por los practicantes.
- Se tuvo que adaptar el tiempo de las primeras dos sesiones al impartir la estrategia didáctica basada en problemas debido a que no existía una coordinación efectiva entre los miembros del grupo y no participaban equitativamente en las actividades planteadas motivo por el cual se decidió permitirles a los estudiantes formar grupos por afinidad para trabajar de una manera más eficiente.
- Trabajar con un número reducido de participantes puede generalizar los resultados obtenidos ya que al ser no es recomendable extrapolar los resultados a otros contextos áulicos.

Recomendaciones

- Dar a conocer las aplicaciones e importancia de los números complejos en la sociedad para su formación profesional, como en la ingeniería eléctrica, la física o la informática. Esto permite generar conciencia e interés a los estudiantes y ver la relevancia práctica de los conceptos teóricos.

- Implementar softwares matemáticos como GeoGebra para que los estudiantes puedan visualizar y manipular números complejos. Estas herramientas facilitan la comprensión y permiten resolver problemas reto propuestos por el docente.
- Promover el trabajo en equipo mediante la formación de grupos de discusión. Los estudiantes pueden resolver problemas juntos, lo que no solo mejora su comprensión, sino que también desarrolla habilidades de comunicación y colaboración.
- Implementar evaluaciones formativas de autoevaluación a lo largo del curso para monitorear el progreso de los estudiantes y proporcionar retroalimentación oportuna. Esto permite identificar y abordar dificultades de aprendizaje de manera temprana.
- Es fundamental que los docentes sigan aplicando esta metodología de manera sistemática y documentada. Para evaluar la efectividad de la estrategia y realizar mejoras continuas.
- Crear y distribuir materiales didácticos que incluyan guías de estudio, ejercicios prácticos y ejemplos de problemas resueltos. Estos materiales deben estar alineados con la metodología de ABP para maximizar su efectividad.

Referencias Bibliográficas:

Albert Gomez, M. J. (2007) *La investigación educativa: claves teóricas.* McGRAW-HILL.

Álvarez, N., Cardozo, J. y Mejía, S. (2023). Posturas del paradigma socio-crítico como aportes a la educación y gestión educativa en Colombia. *DIALOGUS ISSN.* 1(10), 119-133. http://52.3.123.36/handle/123456789/468

Avila, C. y Arévalo, A. (2024). Métodos y técnicas de investigación en contextos de alta vulnerabilidad político-social: Validez, confiabilidad, y pertinencia (Vol. 2). Buenos Aires: CLACSO. https://biblioteca-repositorio.clacso.edu.ar/bitstream/CLACSO/250610/1/Metodos-tecnicas-Vol-2.pd

Baloco, C. y López, O. (2022). Ambientes virtuales con metodología de aprendizaje basado en problemas (ABP): Una estrategia didáctica para el fortalecimiento de competencias matemáticas. *Praxis*. 18(2), 1-22. Recuperado de https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8897819

Bayés, A. y Costa, V. (2023). Recursos educativos en GeoGebra para su uso en dispositivos móviles. *Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. 19(68), 1-9. https://union.fespm.es/index.php/UNION/article/view/1523

Bermúdez, J. (2021). El aprendizaje basado en problemas para mejorar el pensamiento crítico: revisión sistemática. *Innova Research Journal*. 6(2), 77-89. https://revistas.uide.edu.ec/index.php/innova/article/view/1681/1860

Cadena, V. (2020). Aprendizaje basado en problemas aplicado en matemáticas. *Roca: Revista Científico - Educaciones de la provincia de Granma*. 16(1), 334-343. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7414333

Carabali, A. y Rivero, Y. (2020). El proceso de aprendizaje de los números complejos mediante las TIC. *Revista Conrado*. 16(76), 382-387. http://scielo.sld.cu/pdf/rc/v16n76/1990-8644-rc-16-76-382.pdf

Castro, B. y Silva, I. (2022). Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) e interdisciplinariedad como ejes para el desarrollo profesional. *Aula de Encuentro*. 24(1), 77-101. https://revistaselectronicas.ujaen.es/index.php/ADE/article/view/6773/7018

Código de la Niñez y Adolescencia. (2003, 3 de enero). Asamblea Nacional. Registro oficial No 737. https://www.atencionintegral.gob.ec/wp-content/uploads/2023/06/Codigo-de-la-Ninez-y-Adolescencia.pdf

Constitución de la República del Ecuador 2008. (2008, 20 de octubre). Asamblea Nacional Constituyente. Registro Oficial 449. https://www.oas.org/juridico/pdfs/mesicic4_ecu_const.pdf

De la Lama, P., de la Lama, M. y de la Lama, A. (2022). Los instrumentos de la investigación científica hacia una plataforma teórica que clarifique y gratifique. *Horizonte de la Ciencia*. 12(22), 189-202. https://revistas.uncp.edu.pe/index.php/horizontedelaciencia/article/view/1078/1489

Espinoza, R. y Pochulu, M. (2020). Diseño de un instrumento para valorar la comprensión alcanzada en divisibilidad por futuros profesores de matemática. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*. 34(66), 294-313. https://www.researchgate.net/publication/340725846_Diseno_de_un_instrumento_para_valorar_la_comprension_alcanzada_en_divisibilidad_por_futuros_profesores_de_matematica

García, D., Venezuela, C., Teresa, M. y García, M. (2022). Undergraduate student's conceptions about complex numbers: A trajectory of their mental structures[Concepciones de estudiantes de pregrado sobre números complejos: una trayectoria de sus estructuras mentales]. *Middle Tennessee State University*. 1 (1), 1630-1638. https://eric.ed.gov/?q=complex+numbers&id=ED630443

García, M. J. (2022). *Los Números Complejos*. Fondo Editorial Pascual Bravo. https://proyectodescartes.org/iCartesiLibri/PDF/Los_Numeros_Complejos2023.pdf

Gonzales, D. (2023). *Desarrollo de habilidades con TIC en estudiantes de sexto grado a través de la metodología del aprendizaje basado en problemas para mejorar la resolución de problemas matemáticos.* [Tesis de licenciatura, Universidad Nacional Abierta y a Distancia]. Archivo digital. https://repository.unad.edu.co/bitstream/handle/10596/57027/Degonzalezarr.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Gonzales, G., Vilcapoma, N. y Huanca, N. (2023). La enseñanza de números complejos desde la teoría de situaciones didácticas y los registros de representación semiótica2 - Caso UNE Enrique Guzmán y Valle. *Revista Científica y Tecnológica Qantu Yachay*. 3(1), 127-137. https://revistas.une.edu.pe/index.php/QantuYachay/article/view/50/50

Guaman, J. A., Herrera, R. M., y Lascano, M. M. (2020). Diagnóstico de la comprensión lectora en estudiantes del cantón Colta, Ecuador. *Universidad Ciencia y Tecnología*, *24*(100), 56-65. https://uctunexpo.autanabooks.com/index.php/uct/article/view/305/544

Guamán V. y Espinoza, E. (2022). Aprendizaje basado en problemas para el proceso de enseñanza-aprendizaje. *Revista Universidad y Sociedad*. 14(2), 124-131. http://scielo.sld.cu/pdf/rus/v14n2/2218-3620-rus-14-02-124.pdf

Guarnizo, B. (2022). Aprendizaje basado en Resolución de Problemas para el pensamiento crítico-reflexivo en la formación policial: una revisión bibliográfica. *Revista Conrado.* 18(84), 288-291. http://scielo.sld.cu/pdf/rc/v18n84/1990-8644-rc-18-84-288.pdf

Guedes, J., Escalante, E., Creamer, E. y Onwuegbuzie, A. (2020). Investigación de métodos mixtos en América Latina: iniciativas y oportunidades de expansión. *Texto & Contexto: Enfermagen.*29(1), 1-3. https://www.scielo.br/j/tce/a/NZDBKFRMcpQWRcVWJZKVq7d/?format=html&lang=es&stop=previous

Hernández, R. y Mendoza C. (2018). *Metodología de la investigación*. Mc Graw-Hill education. http://repositorio.uasb.edu.bo:8080/handle/54000/1292

Lavado, C., Quispe, E., Lavado, C. y Huaraca, A. (2023). El efecto del aprendizaje basado en problemas para desarrollar competencias matemáticas en futuros profesionales de administración y sistemas. *Formación universitaria*. 16(6), 13-22. https://www.scielo.cl/pdf/formuniv/v16n6/0718-5006-formuniv-16-06-13.pdf

Larson y Falvo. (2012). Precálculo, Octava edición.Cengage Learning. https://drive.google.com/file/d/1r_WgHv6_y9fyO6qcrOwjQ01nKL1mPONX/view

Ley Orgánica de Educación Intercultural. (2023, 02 de julio). Ministerio de Educación. Primer Registro Oficial No 434. https://www.igualdad.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2023/05/ley_organica_educacion_intercultural_mayo2023.pdf

Limón, M. (2020). *Una Ingeniería Didáctica para las operaciones básicas de números complejos* [Tesis de maestría, Instituto Politécnico Nacional]. Archivo digital. https://www.cicata.ipn.mx/assets/files/cicata/ProME/docs/tesis/tesis_maestria/2020/Limon_2020.pdf

Loza, R., Mamani, J., Mariaca, J. y Yanqui, F. (2020). Paradigma sociocrítico en investigación. *PsiqueMag*. 9(2), 30-39. https://doi.org/10.18050/psiquemag.v9i2.2656

Meleán, R. y Carhuancho, I. (2023). *Estructuras mentales en la sistematización del conocimiento científico en ciencias sociales.* High Rate Consulting. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=9060875

Meza, C. (2021). Enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. *Polo del conocimiento*. 6(1), 1-16. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8219401

Ministerio de Educación (2022). Acuerdo Nro. MINEDUC-MINEDUC-(2022)-00010-A. https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2022/03/MINEDUC-2022-00010-A.pdf

Ministerio de Educación (2016). Asignatura Optativa Números Complejos y Métodos de Demostración Matemática. https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2016/10/Asignatura-Optativa-Matematica-NCDM-Mate-3-BGU.pdf

Ministerio de Educación de Ecuador. (2019). Bachillerato General Unificado: Tomo 2. https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2019/09/BGU-tomo-2.pdf

Molina, A., Adamuz, N. y Bracho, R. (2020). La resolución de problemas basada en el método de Polya usando el pensamiento computacional y Scratch con estudiantes de Educación Secundaria. *Aula Abierta*. 49(1), 83-90. https://redined.educacion.gob.es/xmlui/bitstream/handle/11162/198459/83-90.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Natsai, L. y Tsakeni, M. (2022). Cognitive obstacles in the learning of complex number concepts: A case study of in-service undergraduate physics student-teachers in Zimbabwe [Obstáculos cognitivos en el aprendizaje de conceptos de números complejos: un estudio de caso de estudiantes-profesores de física en servicio en Zimbabwe]. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 18(10), 1-15. https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1359582.pdf

Noriega, L. (2021). Estrategia aprendizaje basado en problemas para el desarrollo de capacidades investigativas. *Polo del conocimiento: Revista científico - profesional*. 6(9), 2478-2492. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8094606

Ortega, A. (2018). Enfoques de investigación. *Métodos para el diseño urbano arquitectónico.* https://www.researchgate.net/publication/326905435_ENFOQUES_DE_INVESTIGACION

Ortega, J., Valencia, V., Becerra, M. y Durán, J. (2020). Matemáticas y vida cotidiana: experiencia escolar de Aprendizaje Basado en Problemas (ABP). *Números: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 104(1), 103-117. Ortega2020Experiencia.pdf (uniandes.edu.co)

Palella, S. y Martins, F. (Ed.). (2012). *Metodología de la investigación cuantitativa*. FEDUDEL. https://metodologiaecs.wordpress.com/wp-content/uploads/2015/09/metodologc3ada-de-la-investigacic3b3n-cuantitativa-3ra-ed-2012-santa-palella-stracuzzi-feliberto-martins-pestana.pdf

Pardo, A., y Ruiz, M. (2002). SPSS 11: Guía para el análisis de los datos. McGraw Hill. México.

Peirce, C. (2008). *El pragmatismo*. Ediciones Encuentro, S.A. https://www.academia.edu/52757737/Peirce_C_2008_El_pragmatismo_Barrena_S_trad_Madrid_Espa%C3%B1a_Encuentro

Peñafiel, G., Auria, B., Pontón, Y. y Triana, M. (2023). *Investigación acción*. Colloquium. https://www.colloquiumbiblioteca.com/index.php/web/article/view/144/129

Pérez, K. (2018). El aprendizaje basado en problemas en la enseñanza de las matemáticas. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. 31(1), 497-500. http://funes.uniandes.edu.co/13566/1/Perez2018El.pdf

Piña, L. (2023). El enfoque cualitativo: Una alternativa compleja dentro del mundo de la investigación. *Revista Arbitrada Interdisciplinaria Koinonía*, *8*(15), 1-3. https://ve.scielo.org/pdf/raiko/v8n15/2542-3088-raiko-8-15-1.pdf

Planificación Microcurricular Institucional. (2020). Roberto Rodas.

Pineda Ramos, J. F. (2021). *Enseñanza y Aprendizaje de los Números Complejos a través de la Historia y la Geometría Dinámica*. Repositorio Institucional de la Universidad de La Laguna. https://riull.ull.es/xmlui/handle/915/22923

Quispe, E. (2021). El aprendizaje basado en problemas y su influencia en el desarrollo del pensamiento crítico en la educación peruana. *Maestro y Sociedad.* 18(2), 541-550. https://maestroysociedad.uo.edu.cu/index.php/MyS/article/view/5357

Radillo, M. E., Efremov, V. y Casillas, J. M. (2022). De los reales a los complejos, sólo hay un pequeño paso. En M. E. Radillo. (Eds.). Investigação científica em matemática e suas aplicações (pp. 68-75). *Atena Editora*. https://www.atenaeditora.com.br/catalogo/post/de-los-reales-a-los-complejos-solo-hay-un-pequeno-paso

Ramos, C. (2015). Los paradigmas de la investigación científica. *Avances en psicología*. 23(1), 9-17. https://revistas.unife.edu.pe/index.php/avancesenpsicologia/article/view/167/159

Randolph, V. y Parraguez, M. (2019). Comprensión del sistema de los números complejos: Un estudio de caso a nivel escolar y universitario. *Formación Universitaria*, 12(6), 57-82. https://www.scielo.cl/pdf/formuniv/v12n6/0718-5006-formuniv-12-06-00057.pdf

Reglamento General a la Ley Orgánica de Educación Intercultural. (2023, 22 de febrero). Ministerio de Educación. Registro Oficial No.254. https://www.evaluacion.gob.ec/wp-content/uploads/lotaip/2023/Anexos_Marzo_2023/a/RGLOEI.pdf

Rico, L. (2019). Significar y comprender los sistemas numéricos. *Números: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 100(1), 153-158. http://funes.uniandes.edu.co/14762/1/Rico2019Significar.pdf

Rico, M. (2020). La idea del concepto de enseñanza para los docentes de bibliotecología en cinco países de Latinoamérica: Un acercamiento. Universidad Nacional Autónoma de México (Ed.), *Hacia una escuela de pensamiento iberoamericana de la ciencia de la información documental* (pp. 209-226). https://ru.iibi.unam.mx/jspui/handle/IIBI_UNAM/57

Rodríguez, A. (2023). *Competencias matemáticas y de investigación: aprendizaje basado en problemas en educación secundaria* [Tesis de maestría, Instituto

Tecnológico de Monterrey]. Repositorio Tecnológico de Monterrey. https://repositorio.tec.mx/handle/11285/651245

Roque, R. (2022). La enseñanza de la estadística para la investigación: algunas recomendaciones reflexionadas desde la praxis. *Revista Educación.* 46(2), 1-10. https://www.scielo.sa.cr/pdf/edu/v46n2/2215-2644-edu-46-02-00646.pdf

Saharrea, J. y Viale, C. (2021). Pragmatismo, método y educación: Dewey y Rorty acerca de How We Think. *Análisis filosófico*. 41(2), 197-229. https://www.scielo.org.ar/scielo.php?pid=S1851-96362021000200197&script=sci_arttext

Sánchez, A., Revilla, D., Alayza, M., Sime, L., Mendivíl, L. y Tafur, R. (Eds). (2020). *Los métodos de investigación para la elaboración de la tesis de maestría en educación*. https://files.pucp.education/posgrado/wp-content/uploads/2021/01/15115158/libro-los-metodos-de-investigacion-maestria-2020-botones-2.pdf#page=51

Stewart, Redlin y Watson. (2017). Precálculo matemáticas para el cálculo, séptima edición.Abril Vega Orosco. .https://www.academia.edu/90874462/James_Stewart_Prec%C3%A1lculo_matem%C3%A1ticas_para_el_c%C3%A1lculo_z_lib_org_

Swokowski y Cole.(2011).Álgebra y Trigonometría con geometría analítica,13ª edición.Cengage Learning. https://www.academia.edu/38201180/%C3%81lgebra_y_Trigonometr%C3%ADa_con_Geometr%C3%ADa_Anal%C3%ADtica_13_ed

Tantalean, H. (2020). *Aprendizaje basado en problemas para desarrollar Competencias matemáticas en estudiantes de primer grado del nivel secundaria, Trujillo 2019*[Tesis de doctorado, Universidad César Vallejo]. Archivo digital.

https://repositorio.ucv.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12692/44492/Tantalean_SHN-SD.pdf?sequence=4&isAllowed=y

Tapia, J., Garcia, D., Erazo, J y Narváez, C. (2020). Aprendizaje Basado en Problemas como estrategia didáctica para el desarrollo del razonamiento lógico matemático. *Revista Arbitrada Interdisciplinaria Koinonía*. 5(1), 753-772. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7611074

Valderrama, D. (2021). Competencias matemáticas: una mirada desde las estrategias de enseñanza en educación a distancia. *Góndola: enseñanza y aprendizaje de las ciencias.* 16(2), 382-398. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8082668

Valdez, A. A. T., & García, A. R. (2022). Representaciones semióticas y la resolución de ecuaciones lineales y sistemas de ecuaciones lineales con doble variable. *Miradas y voces de la investigación educativa V. Innovación educativa con miradas a la justicia social. Aportes desde la investigación educativa. Currículum, saberes y prácticas*, 76-103.https://pa.bibdigital.ucc.edu.ar/3114/1/L_Ferreyra_Guzman_V.pdf#page=77

Valenciano, G. (2022). Alcances del constructivismo como paradigma en la investigación. *Wímb lu.* 17(2), 151-168. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8740197

Velazquez, R., Merchán, W., Zúñiga, K. y Castro, A. (2021). Metodología del aprendizaje basado en problemas aplicada en la enseñanza de las Matemáticas. *Serie Científica de la Universidad de las Ciencias Informáticas.* 14(3), 142-155. https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/8590453.pdf

Vélez, J. y Arteaga, I. (2022). Aprendizaje Basado en Problemas en el aprendizaje significativo de la asignatura de Matemáticas. *Revista Cognosis: Revista de*

Filosofía, letras y ciencias de la educación. 7(3), 41–54. https://revistas.utm.edu.ec/index.php/Cognosis/article/view/5114

Villadiego, F. (2024). La interpretación matemática: su importancia en el contexto educativo y la influencia docente. *Revista Franz Tamayo*. 6(15), 51-69. https://revistafranztamayo.org/index.php/franztamayo/article/view/1225/2652

Villarraga, B., Rojas, O. y Sigarreta, J. (2020). Metodología para la formación de conceptos asociados con las funciones de variable compleja. *Revista Espacios*. 41(6), 1-24. https://www.revistaespacios.com/a20v41n06/a20v41n06p24.pdf

Villacis Villacis, F. B. (2020). La comprensión del problema matemático en la ejecución del plan de resolución en estudiantes de enseñanza general básica. Conrado, 16(73), 81-90. http://scielo.sld.cu/pdf/rc/v16n73/1990-8644-rc-16-73-81.pdf

ZillyDewar.(2012).Álgebra, trigonometría y geometría analítica, tercera edición. McGrawHill. https://www.academia.edu/41184910/_Zill_Dewar_Algebra_trigonometria_y_geometria_analitica

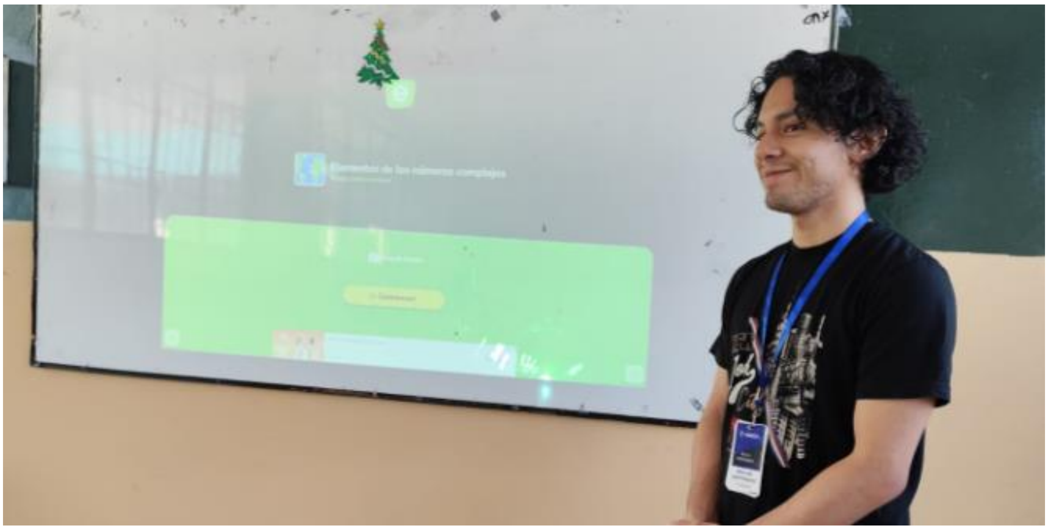
Anexos

Anexo 1:

Implementación de la primera clase 1 que es recuento histórico de los números complejos

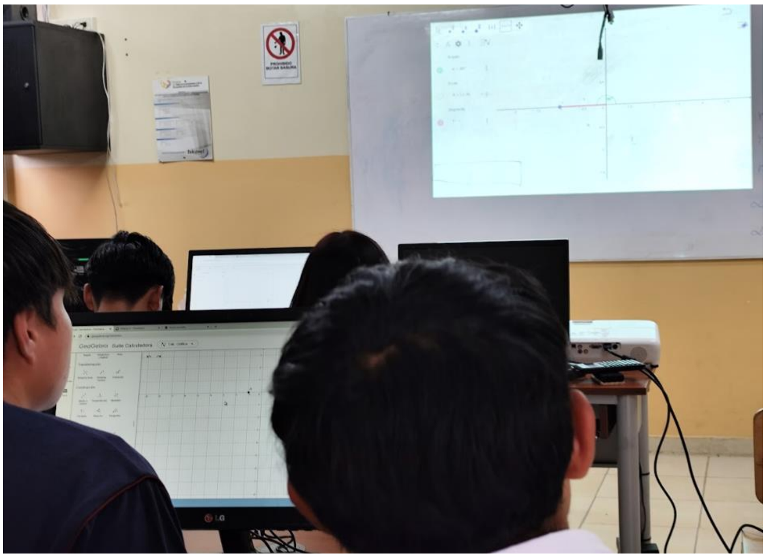
Anexo 2:

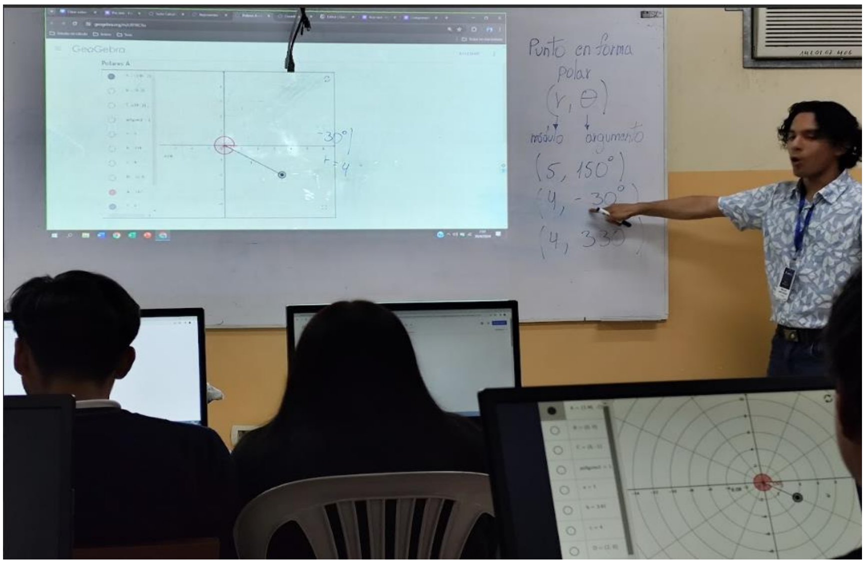
Implementación de la segunda clase 2 sobre elementos y propiedades de los números complejos

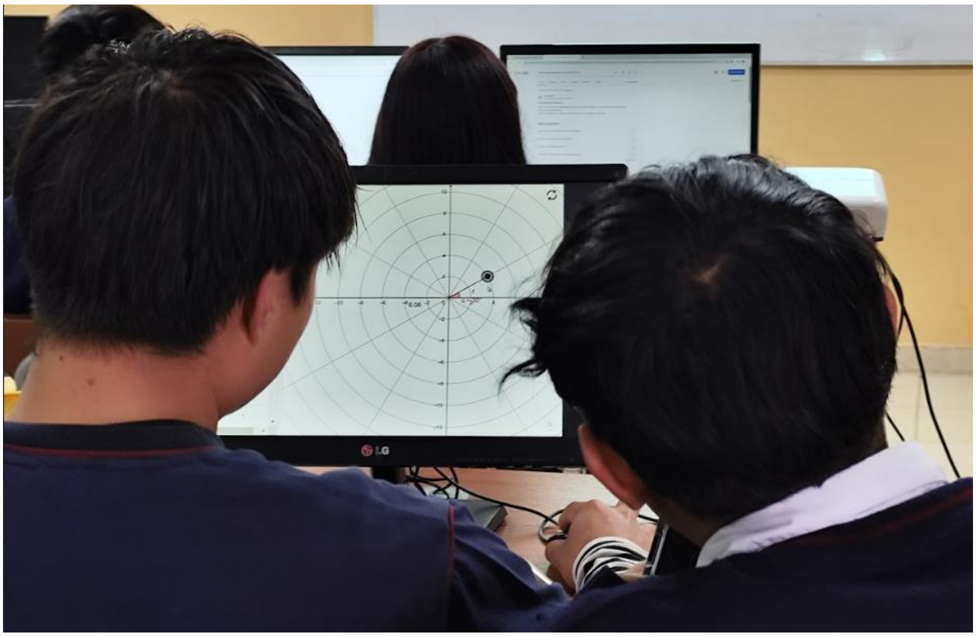


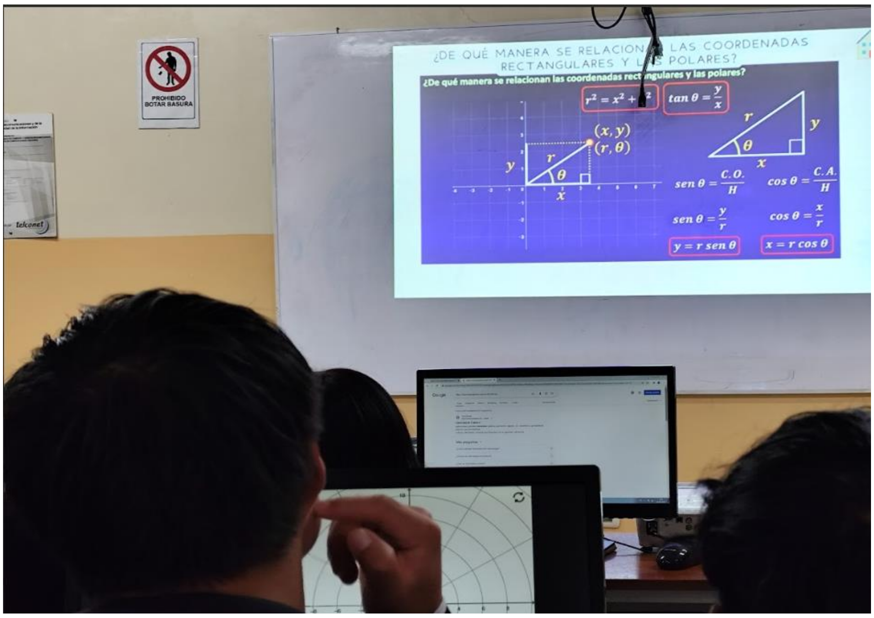
Anexo 3:

Implementación de la clase 3 sobre operaciones, formas de representación de números complejos




Punto en forma polar
(r, θ)
módulo
argumento
(5, 150°)




PROHIBIDO BOTAR BASURA
$\tan\theta = \frac{y}{x}$
(x, y)
(r, θ)
$sen\ \theta = \frac{C.O.}{H}$
$\cos\theta = \frac{C.A.}{H}$
$sen\ \theta = \frac{y}{r}$
$\cos\theta = \frac{x}{r}$
$y = r\ sen\ \theta$
$x = r\cos\theta$

Anexo 4: Ficha de observación de primera clase

Implementación de la propuesta

Ficha de Observación de la primera clase

Investigadores Principales: Joseph Borja y Tabata Chuisaca

Fecha: 9/04/2024

Tiempo de duración: 1 hora

Primera Clase: Recuento Histórico de los números complejos.

Destrezas a alcanzar:

- I.ONCDM.5.1.1. Define un número complejo y opera aplicando las propiedades de la adición y multiplicación con el conjunto de los números complejos. (I.1.) (I.4.)
- I.ONCDM.5.1.2. Analiza y representa la estructura de un número complejo de forma binómica, geométrica y polar en la resolución de ejercicios varios. (I.3.) (I.4.) (J.4.)

Resumen:

Se dio a conocer a los estudiantes el recuento histórico de los números complejos en donde se da a conocer las preguntas retos que son (¿Qué son los números complejos y cuáles son sus propiedades?). A la vez que se informaban las reglas del juego y las diferentes estaciones que contiene el proyecto, desde sus raíces hasta su aplicación en la actualidad, para posterior a ello realizar un trabajo colaborativo estableciendo nosotros el orden en el que los grupos serán conformados. A través de las fases de exploración, ejecución y socialización, los estudiantes construyen sus conocimientos sobre la historia de los números complejos, sino que también desarrollaron habilidades para resolver problemas y colaborar en un entorno de aprendizaje.

Resultados obtenidos mediante la implementación realizada

Conclusiones y Recomendaciones:

- Se tendrá en cuenta para la siguiente a aplicación armar grupos más pequeños y que se por afinidad de los chicos
- Se evidencia que los estudiantes no se sintieron a gusto con la actividad ya que no veían contentos lo que ocasionó que la actividad se extienda más tiempo
- Tenemos proponer ejercicios y asignar roles a los grupos para una mayor eficiencia

Observaciones de la docente

- No se alcanzó la etapa de socialización como estaba pronosticado en la planificación inicial por lo que en la siguiente sesión se terminará dicho tema con la socialización de los resultados en el que los estudiantes expondrán sus hallazgos en torno a las preguntas reto.
- En palabras de la docente “las actividades lúdicas no siempre son buenas en todos los contextos áulicos” lo cual nos motivó a considerar lo anteriormente dicho en las conclusiones

Anexo 5: Ficha de observación de la segunda clase

Implementación de la propuesta

Ficha de Observación de la segunda clase

Investigadores principales: Joseph Borja y Tabata Chuisaca

Fecha:16/04/2024

Segunda Clase: Elementos y propiedades de los números

Tiempo de duración de la clase: 1 hora

Destrezas a alcanzar:

- ONCE.5.1.5. Representar y resolver operaciones con un número complejo en forma Binómica, Geométrica y Polar

Resumen:

Se dio a conocer a los estudiantes los elementos y propiedades de los números en donde se da a conocer las preguntas retos que son (¿Qué son los números complejos y cuáles son sus propiedades?). A la vez que se reforzaba el conocimiento con presentación interactiva en el que los estudiantes ponen a prueba el conocimiento adquirido esta es la segunda estación que contiene el proyecto. Para concluir esta clase de se realizó una socialización de la temática en la que los estudiantes explican mediante los ejercicios las propiedades que utilizaron para resolvernos. A través de las fases de exploración, ejecución y socialización, los estudiantes mejoran la comprensión de sus conocimientos sobre las propiedades de los números complejos, sino que también desarrollaron habilidades para resolver problemas y colaborar en un entorno de aprendizaje.

Resultados obtenidos mediante la implementación realizada

Conclusiones y Recomendaciones:

- Podemos concluir que los estudiantes realizaron resolución de problemas prácticos que requieren el uso de propiedades de los números complejos.
- Aplicaron las operaciones aprendidas para resolver problemas matemáticos específicos.
- Se planteó ejercicios variados para practicar y consolidar el conocimiento adquirido.
- Se enfatizó la importancia de la precisión en los cálculos y la comprensión de los resultados obtenidos.

Anexo 6: Ficha de observación de la tercera clase

Implementación de la propuesta

Ficha de Observación de la tercera clase.

Investigadores principales: Joseph Borja y Tabata Chuisaca

Fecha ;23/04/2024

Tercera Clase: Operaciones, formas de representación de números complejos

Tiempo de duración de la clase: 1 hora

Destrezas a alcanzar:

ONCDM.5.1.5. Representar y resolver operaciones con un número complejo en forma Binómica, Geométrica y Polar.

Resumen:

En esta clase se inició recordando las operaciones para posterior a ello proceder a dar a conocer el tema de clase mediante la pregunta reto (¿Cuál es la diferencia entre la forma binómica y la forma polar de representación? y ¿Qué utilidad tienen los números complejos en la vida real?), en donde los estudiantes mediante una lluvia de ideas recordaban las operaciones básicas y proponen ejemplos además de que se hizo uso del laboratorio para emplear software matemático GeoGebra para ejecutar actividades interactivas que permiten explorar las operaciones y formas de representación de los números complejos como por ejemplo Convertir entre las diferentes formas de representación (binómica, polar, trigonométrica, exponencial). Explorar propiedades geométricas de los números complejos, como el módulo y el argumento.

Resultados obtenidos mediante la implementación realizada

Conclusiones y Recomendaciones:

- La implementación fue exitosa al integrar una variedad de ejemplos y aplicaciones prácticas sugeridas por los estudiantes, los cuales ilustraron cómo los números complejos se aplican en situaciones reales. Esto permitió a los estudiantes vincular la teoría con la práctica y comprender su utilidad en diversos contextos.
- Además, la clase promovió un enfoque centrado en la resolución de problemas al desafiar a los estudiantes con preguntas y desafíos que requerían un uso creativo y sistemático de las operaciones con números complejos. Esto fomenta el desarrollo de habilidades críticas de pensamiento y análisis matemático.
- Se recomienda incorporar tecnologías digitales y software matemático para facilitar cálculos y visualizaciones complejas y sobre todo ampliar el enfoque en la conexión entre la teoría de números complejos y otras ramas de las matemáticas y ciencias.

Anexo 7: Encuesta a los estudiantes

Encuesta a los Estudiantes

El motivo de la siguiente encuesta es conocer tu opinión respecto a la comprensión de los temas impartidos en matemática superior relacionados con Números Complejos. La información se utilizará para fines académicos, por lo que sus respuestas son totalmente confidenciales.

Agradecemos su colaboración

Correo Electrónico:

____

Género:

- Masculino
- Femenino
- Otro

Edad:

____

¿Considera que la asignatura de matemática superior es interesante? ¿Por qué?

____

¿Considera usted que la temática de números complejos está relacionada con las actividades de la vida cotidiana? ¿Por qué?

____

¿Cree usted que los números complejos contribuyen al desarrollo de la sociedad? ¿Por qué?

____

¿Qué tan difíciles son para usted los temas impartidos en matemática superior relacionados con números complejos? ¿Por qué?

____

De las siguientes opciones ¿cuál considera usted que sería la mejor opción para la compresión de números complejos?

- Resolución de ejercicios y problemas
- Uso de softwares matemáticos (GeoGebra, Wolfram Alpha, Photomath, etc.)
- Presentación de diapositivas
- Ejemplos en su entorno

¿Qué herramientas tecnológicas (TICs) usa la docente para abordar los temas de números complejos?

____

¿Qué herramientas o sitios web crees sean útiles para abordar los temas de números complejos?

____

¿Qué tema de números complejos de los que has visto se te dificulta comprender? y ¿Por qué?

____

Anexo 8: Entrevista a la docente

Entrevista a la docente

Esta entrevista tiene como objetivo identificar los desafíos en la enseñanza y el aprendizaje de números complejos desde la perspectiva del docente que imparte la temática de " Números Complejos " en el tercero de Bachillerato "B" de la Unidad Educativa Roberto Rodas en la sección matutina.

Nota: La presente entrevista no perjudica su vida laboral ya que los resultados de las mismas nos servirán para avanzar con la investigación. Gracias por su aporte.

Nombre y Apellido: ____

Años de experiencia laboral impartiendo las clases de matemática superior:

____

¿Cuáles fueron los desafíos que enfrentamos durante la implementación de la estrategia didáctica?

____

¿Qué diferencias percibes en la efectividad de la estrategia didáctica basada en problemas y las clases teóricas tradicionales para comprender los números complejos?

____

¿Qué aspectos de la estrategia didáctica te resultaron más útiles para la comprensión de los números complejos?

____

¿Cómo describes tu percepción hacia los números complejos en comparación con antes y después de implementar la estrategia didáctica?

____

¿Qué cambios sugerirías para mejorar la efectividad de la estrategia didáctica?

Anexo 9: Instrumento pretest aplicado a los estudiantes

UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN **UNIDAD EDUCATIVA “ROBERTO RODAS”**		
Nivel: Bachillerato	**Asignatura:** Matemáticas Superior	**Año Lectivo:** 2023-2024
Curso: Tercero BGU	**Quimestre:** Primer Quimestre	
Practicantes: Joseph Borja y Tabata Chuisaca		**Unidad Curricular:** Eje temático 1: Números complejos
Estudiante:		
Fecha:		**Paralelo:** “B”
Criterio de evaluación: (*Ref.*ONCDM.5.1./I.ONCDM.5.1.2. ONCDM.5.1.1. Analizar la construcción histórica de los números complejos y los aportes a la matemática I.ONCDM.5.1.2. Analiza y representa la estructura de un número complejo de forma binómica, geométrica y polar en la resolución de ejercicios varios. (I.3.) (I.4.) (J.4.)		**Calificación** **/10**
Destreza con criterios de desempeño	**ITEMS**	**VALOR**
(Ref.ONCDM.5.1.1.) Analizar la construcción histórica de los números complejos y los aportes a la matemática. **(Ref.ONCDM.5.1.2.)**	**1. ¿Qué es un número complejo? (1p)** a. Un número complejo es un número que puede expresarse en la forma $a + bi$, donde “a” es una función y “bi” una matriz. b. Un número complejo es un número que puede expresarse en la forma $a + bi$, donde “a” es un triángulo rectángulo y “bi” el plano complejo. c. Un número complejo es un número que puede expresarse en la forma $a + bi$, donde “a” es un número real y “bi” un número imaginario. d. Un número complejo es un número que puede expresarse en la forma $a + bi$, donde “a” representa las	___/1P

Definir un número complejo como la combinación de dos componentes llamadas: parte real y parte imaginaria.	razones trigonométricas y “bi” el teorema de Pitágoras.	
	2. Elija cómo se expresa un número complejo en su forma estándar o común (1p) a. $a + bi$; 3+6i b. $a - bi$; 7-(5i) c. $a * bi$; $5 * 5i$ d. a/bi; $7/7i$	___/1P
(ONCDM.5.1.3.) Comprender y aplicar propiedades algebraicas de las operaciones de adición y producto en cálculos con números complejos, en la resolución de ejercicios numéricos y problemas de aplicación. .	**3. Seleccione, la parte real de un número complejo del siguiente ejemplo: $Z_1 = 9i$ (1p)** a. 9 b. $9i$ c. i d. 0	___/1P
	4. ¿Cómo se representa la unidad imaginaria de un número complejo? (1p) a. Se representa con la letra “i”. b. Se representa con la letra “x”. c. Se representa con un número irracional d. Se representa con un número entero.	___/1P
	5. Seleccione el proceso correcto de la suma de dos números teniendo en cuenta $z_1 = a + bi$ y $z_2 = c + di$ (1p) a. La suma de dos números complejos $z_1 = (a + bi)$ y $z_2 = (c + di)$ es igual a $(a + c) + (b + d)i$. b. La suma de dos números complejos $z_1 = (a + bi)$ y $z_2=(c + di)$ es igual a $(a + c) - (b + d)i$. c. La suma de dos números complejos $z_1=(a + bi)$ y $z_2=(c + di)$ es igual a $(a - c) + (b - d)i$. d. La suma de dos números complejos $z_1 = (a + bi)$ y $z_2 = (c + di)$ es igual a $(a - c) - (b - d)$.	___/1P
	6. Seleccione el proceso correcto de la resta de dos números complejos	____/1P

	teniendo en cuenta que $\boldsymbol{Z_1 = a + bi}$ y $\boldsymbol{Z_2 = c + di}$ (1p) a. La resta de dos números complejos $z_1 = (a + bi)$ y $z_2 = (c + di)$ es igual a $(a + bi) - (c + di)$ donde los elementos de z_2 cambian de signo aplicando la propiedad distributiva en el signo menos. b. La resta de dos números complejos $z_1 = (a + bi)$ y $z_2 = (c + di)$ es igual a $(a + bi) - (c + di)$ donde los elementos de z_2 no cambian de signo por la propiedad distributiva. c. La resta de dos números complejos $z_1 = (a + bi)$ y $z_2 = (c + di)$ es igual a $(a + bi)(c + di)$ y se aplica la propiedad distributiva. d. La resta de dos números complejos $z_1 = (a + bi)$ y $z_2 = (c + di)$ es igual a $(a + bi)/(c + di)$	
	7. Seleccione qué ejercicio está aplicando la propiedad conmutativa (1P) a. $(218 + 99i) + [(2 + 3i) + (4 + 5i)] = [(218 + 99i) + (2 + 3i)] + (4 + 5i)$ b. $(61 + 16i) + (84 + 48i) = (84 + 48i) + (61 + 16i)$ c. $(9 + 8i)\ x\ 1 = 1\ x\ (9 + 8i) = 9 + 8i$ d. $(3 + 3i)[(32 + 23i) + (47 + 74i)] = (3 + 3i)(32 + 23i) + (3 + 3i)(47 + 74i)$	___/1P
	8. Seleccione qué ejercicio está aplicando la propiedad distributiva (1P) a. $(2 + 2i)[(9 + 9i) + (10 + 10i)] = (2 + 2i)(9 + 9i) + (2 + 2i)(10 + 10i)$ b. $(20 + 5i) + [(33 + 7i) + (10 + 2i)] = [(20 + 5i) + (33 + 7i)] + (10 + 2i)$ c. $(90 + 88i) + (66 + 77i) = (66 + 77i) + (90 + 88i)$ d. $(44 + 123i) + 0 = 0 + (44 + 123i) = 44 + 123i$	___/1P

(ONCDM.5.1.5). Representar y resolver operaciones con un número complejo en forma Binómica, Geométrica y Polar.	**9. ¿Cómo se representa un número complejo en el plano complejo? (1P)** a. Se representa utilizando un sistema de coordenadas donde el eje "x" representa la parte real y el eje "y" la parte imaginaria del número complejo. b. Se representa dibujando una matriz en el plano complejo. c. Se representa dibujando una elipse en el plano complejo. d. Se representan dibujando una parábola en el plano complejo.	___/1P
	10. ¿Cómo se expresa la forma polar de un número complejo? (1P) a. La forma polar de un número complejo se representa como z= $r(sin(\theta)$+i*$cos(\theta))$ donde r es el módulo y theta un ángulo. b. La forma polar de un número complejo se representa como z= $r(sin(\theta)$ +i*$cos(\theta))$ donde r es el ángulo y theta el módulo. c. La forma polar de un número complejo se expresa de la forma $Z = a + bi$ donde "a" y "b" son números reales e "i" es la unidad imaginaria. d. La forma polar de un número complejo se expresa de la forma $Z = a + bi$ donde "a" es un número complejo y "bi" un número real.	___/1P
	TOTAL	____/10

Anexo 10: Instrumento postest aplicado a los estudiantes

UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN

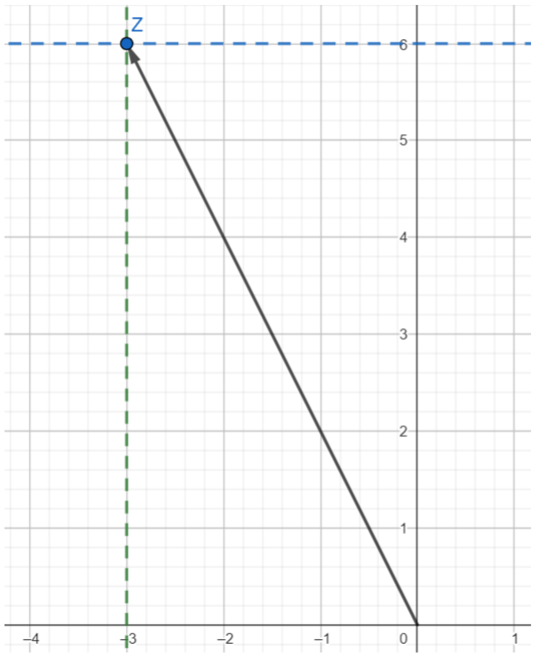
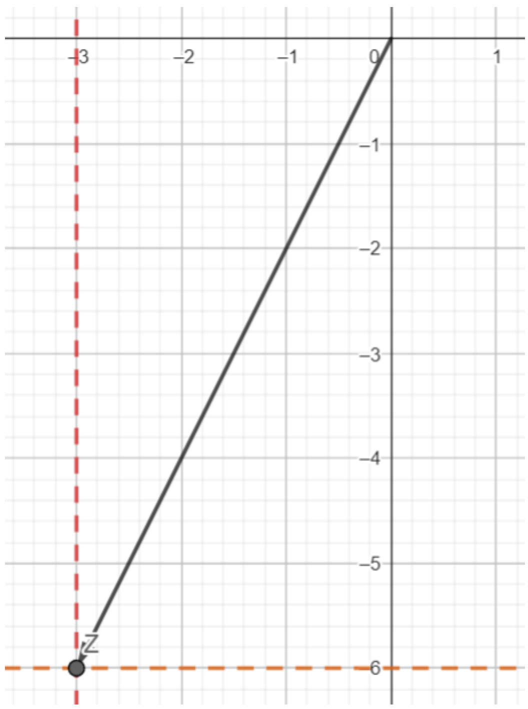
UNIDAD EDUCATIVA "ROBERTO RODAS"

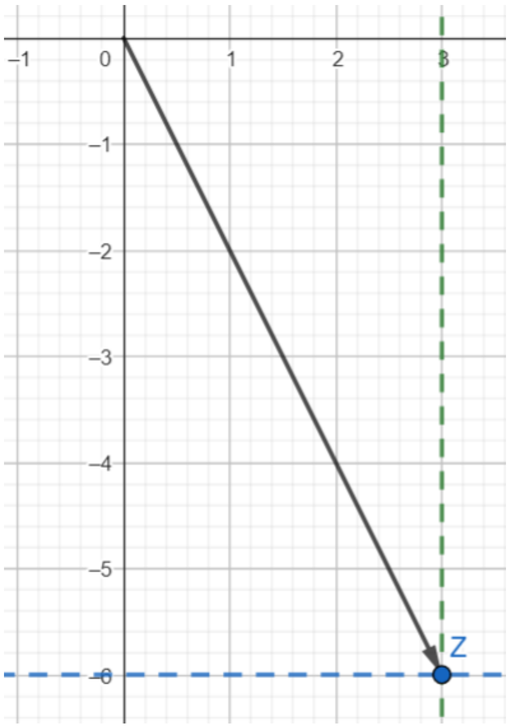
Nivel: Bachillerato	**Asignatura:** Matemáticas Superior	**Año Lectivo:** 2023-2024
Curso: Tercero BGU	**Quimestre:** Primer Quimestre	
Practicantes: Joseph Borja y Tabata Chuisaca		**Unidad Curricular:** Eje temático 1: Números complejos
Estudiante:		
Fecha:		**Paralelo:** "B"
Criterio de evaluación: (*Ref.*ONCDM.5.1./I.ONCDM.5.1.2. ONCDM.5.1.1. Analizar la construcción histórica de los números complejos y los aportes a la matemática I.ONCDM.5.1.2. Analiza y representa la estructura de un número complejo de forma binómica, geométrica y polar en la resolución de ejercicios varios. (I.3.) (I.4.) (J.4.)		**Calificación** **/10**
Destreza con criterios de desempeño	**ITEMS**	**VALOR**
(Ref.ONCDM.5.1.1.) Analizar la construcción histórica de los números complejos y los aportes a la matemática.	**1. Determine si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas (2p)** a. Todo número real se puede escribir como un número complejo. (__) b. El 0 no pertenece a los números complejos. (__) c. El conjunto de los números complejos no es infinito. (__) d. Existen las nociones de sucesor y antecesor en el conjunto C. (__)	___/2P

<table>
<tr><td>(Ref.ONCDM.5.1.2..
)
Definir un número complejo como la combinación de dos componentes llamadas: parte real y parte imaginaria.</td><td>e. Los números complejos se grafican en el plano de Argand. (__)

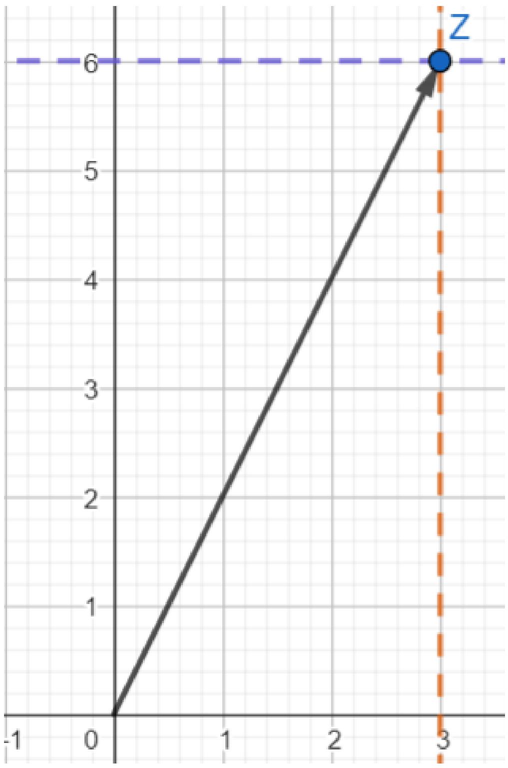
f. Toda ecuación tiene Solución en Campo de los Números Complejos. (__)

g. Los números complejos surgieron para abarcar raíces cuadradas de números negativos. (__)</td><td></td></tr>
<tr><td>(ONCDM.5.1.3.)
Comprender y aplicar propiedades algebraicas de las operaciones de adición y producto en cálculos con números complejos, en la resolución de ejercicios numéricos y problemas de aplicación.</td><td>2. Desarrolle el ejercicio y marque la opción correcta (2p)
a. $Sea\ Z1 = (4 + 3i)\ y\ Z2 = (2 + 5i)$, realice $Z1 + Z2$ (______________)
b. $Sea\ Z1 = (4 - 2i)\ y\ Z2 = (2 - 5i)$, realice Z1-Z2 (______________)
c. Sea $Z1 = (2 + 6i)\ y\ Z2 = (3 + 5i)$, realice Z1*Z2 (______________)
d. Sea $Z1 = (4 + 5i)\ y\ Z2 = (2 - 3i)$, realice $Z1/Z2$ (______________)</td><td>___/2P</td></tr>
<tr><td>(ONCDM.5.1.5).
Representar y resolver operaciones con un número complejo en forma Binómica, Geométrica y Polar.</td><td>3. Seleccione a qué propiedad pertenece cada ejercicio (2P)
<table>
<tr><th>Filas</th><th>Columnas</th></tr>
<tr><td>1. $(5 + 25i)\ x\ 1 = 1\ x\ 5 + 25i) = 5 + 25i$</td><td>○ Conmutativa</td></tr>
<tr><td>2. $(44 + 4i) + (11 + 12i) = (11 + 12i) + (4 + 44i)$</td><td>○ Distributiva</td></tr>
<tr><td>3. $(1 + 3i) + [(5 + 3i) + (7 + 5i)] = [(1 + 3i) + (5 + 3i)] + (7 + 5i)$</td><td>○ Asociativa</td></tr>
<tr><td>4. $(1 + i)[(2 + 2i) + (4 + 4i)] = (1 + i)(2 + 2i) + (1 + i)(4 + 4i)$</td><td>○ Identidad</td></tr>
<tr><td>5. $(7 + 14i) + 0 = 0 + (7 + 14i) = 7 + 14i$</td><td></td></tr>
</table></td><td>___/2P</td></tr>
</table>

	4. Sea Z=-3+6i. ¿Cuál es su representación gráfica en el plano complejo? (2P) **a.**   **b.**	____/2P



c.



d.

	5. ¿Calcule la forma polar del siguiente número complejo Z=5+8i a. $9.43cos(57.99°) + isin(57.99°)$ b. $9.43(cos(60.99°)) + isin(60.99°))$ c. $9.53(cos(57.99°) + isin(57.99°))$ d. $9.53(cos(60.99°) + isin(60.99))$	___/2P
TOTAL		____/10

UNIVERSIDAD
NACIONAL DE
EDUCACIÓN

DECLARATORIA DE PROPIEDAD INTELECTUAL Y CESIÓN DE DERECHOS DE PUBLICACIÓN PARA EL TRABAJO DE INTEGRACIÓN CURRICULAR

DIRECCIONES DE CARRERAS DE GRADO PRESENCIALES - DIRECCIÓN DE BIBLIOTECA

Yo, *Tabata Paola Chuisaca Mendez*, portador de la cedula de ciudadanía nro. *0107291965*, estudiante de la carrera de Educación en Ciencias Experimentales en el marco establecido en el artículo 13, literal b) del Reglamento de Titulación de las Carreras de Grado de la Universidad Nacional de Educación, declaro:

Que, todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en el trabajo de Integración curricular denominada *Estrategia didáctica basada en problemas para contribuir a la comprensión de los números complejos en el tercero de BGU paralelo B* son de exclusiva responsabilidad del suscribiente de la presente declaración, de conformidad con el artículo 114 del Código Orgánico de la Economía Social de los Conocimientos, Creatividad e Innovación, por lo que otorgo y reconozco a favor de la Universidad Nacional de Educación - UNAE una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra con fines académicos, además declaro que en el desarrollo de mi Trabajo de Integración Curricular se han realizado citas, referencias, y extractos de otros autores, mismos que no me tribuyo su autoría.

Asimismo, autorizo a la Universidad Nacional de Educación - UNAE, la utilización de los datos e información que forme parte del contenido del Trabajo de Integración Curricular que se encuentren disponibles en base de datos o repositorios y otras formas de almacenamiento, en el marco establecido en el artículo 141 Código Orgánico de la Economía Social de los Conocimientos, Creatividad e Innovación.

De igual manera, concedo a la Universidad Nacional de Educación - UNAE, la autorización para la publicación de Trabajo de Integración Curricular denominado *Estrategia didáctica basada en problemas para contribuir a la comprensión de los números complejos en el tercero de BGU paralelo B* en el repositorio institucional y la entrega de este al Sistema Nacional de Información de la Educación Superior del Ecuador para su difusión pública respetando los derechos de autor, como lo establece el artículo 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Ratifico con mi suscripción la presente declaración, en todo su contenido.

Azogues, 20 de agosto de 2024

Tabata Paola Chuisaca Mendez
C.I.: *0107291965*

UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN

DECLARATORIA DE PROPIEDAD INTELECTUAL Y CESIÓN DE DERECHOS DE PUBLICACIÓN PARA EL TRABAJO DE INTEGRACIÓN CURRICULAR
DIRECCIONES DE CARRERAS DE GRADO PRESENCIALES - DIRECCIÓN DE BIBLIOTECA

Yo, *Joseph Francisco Borja Lapo*, portador de la cedula de ciudadanía nro. *0706524782*, estudiante de la carrera de Educación en Ciencias Experimentales en el marco establecido en el artículo 13, literal b) del Reglamento de Titulación de las Carreras de Grado de la Universidad Nacional de Educación, declaro:

Que, todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en el trabajo de Integración curricular denominada *Estrategia didáctica basada en problemas para contribuir a la comprensión de los números complejos en el tercero de BGU paralelo B* son de exclusiva responsabilidad del suscribiente de la presente declaración, de conformidad con el artículo 114 del Código Orgánico de la Economía Social de los Conocimientos, Creatividad e Innovación, por lo que otorgo y reconozco a favor de la Universidad Nacional de Educación - UNAE una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra con fines académicos, además declaro que en el desarrollo de mi Trabajo de Integración Curricular se han realizado citas, referencias, y extractos de otros autores, mismos que no me tribuyo su autoría.

Asimismo, autorizo a la Universidad Nacional de Educación - UNAE, la utilización de los datos e información que forme parte del contenido del Trabajo de Integración Curricular que se encuentren disponibles en base de datos o repositorios y otras formas de almacenamiento, en el marco establecido en el artículo 141 Código Orgánico de la Economía Social de los Conocimientos, Creatividad e Innovación.

De igual manera, concedo a la Universidad Nacional de Educación - UNAE, la autorización para la publicación de Trabajo de Integración Curricular denominado *Estrategia didáctica basada en problemas para contribuir a la comprensión de los números complejos en el tercero de BGU paralelo B* en el repositorio institucional y la entrega de este al Sistema Nacional de Información de la Educación Superior del Ecuador para su difusión pública respetando los derechos de autor, como lo establece el artículo 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Ratifico con mi suscripción la presente declaración, en todo su contenido.

Azogues, 20 de agosto de 2024

Joseph Francisco Borja Lapo
C.I.: *0706524782*

UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN

CERTIFICACIÓN DEL TUTOR PARA
TRABAJO DE INTEGRACIÓN CURRICULAR
DIRECCIONES DE CARRERAS DE GRADO PRESENCIALES

Carrera de: Educación en Ciencias Experimentales

Yo, Vásquez Bernal Marco Vinicio, tutor del Trabajo de Integración Curricular de Carreras de Grado de Modalidad Presencial denominado “Estrategia didáctica basada en problemas para contribuir a la comprensión de los números complejos en el tercero de BGU paralelo B” perteneciente a los estudiantes: (Joseph Francisco Borja Lapo con C.I. 0706524782, Tabata Paola Chuisaca Mendez con C.I. 0107291965). Doy fe de haber guiado y aprobado el Trabajo de Integración Curricular. También informo que el trabajo fue revisado con la herramienta de prevención de plagio donde reportó el 8 % de coincidencia en fuentes de internet, apegándose a la normativa académica vigente de la Universidad.

Azogues, 20 de agosto 2024

Firmado electrónicamente por:
MARCO VINICIO
VASQUEZ BERNAL

Docente tutor/a
Vásquez Bernal Marco Vinicio

C.I: 0102046984