UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN

Maestría en Educación

“Fortalecimiento del aprendizaje de las funciones trigonométricas principales en estudiantes de primer año de bachillerato de una Unidad Educativa Fiscal en Lago Agrio, Sucumbíos, en el año lectivo 2025-2026”

Trabajo de Titulación previo a la obtención del título de Magíster en Educación

Autor/a:

Wilson Geovanny Quinto Cedeño

Tutor/a:

Paúl Andrés Guevara Buestan

Azogues - Ecuador

Marzo, 2026

UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN

Trabajo de Titulación

Tesis como forma de socialización de la investigación básica y/o aplicada

Autor (maestrante)	Wilson Geovanny Quinto Cedeño
CÓDIGO ORCID	https://orcid.org/0009-0000-5994-0847

Docente tutor/a	Paúl Andrés Guevara Buestan
CÓDIGO ORCID	https://orcid.org/0000-0002-2959-8726

UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN

Toda la información contenida en el presente trabajo de titulación es de exclusiva responsabilidad del maestrante y su tutor/a, y dispone de la autorización correspondiente para su publicación.

DEDICATORIA

Dedico el presente trabajo de titulación, en primer lugar, a Dios, por haberme concedido la vida, la salud, la sabiduría y la fortaleza necesarias para superar cada uno de los desafíos presentados a lo largo de este proceso académico.

A mis seres queridos, quienes con su apoyo incondicional, comprensión y constantes palabras de aliento han sido el pilar fundamental en mi formación personal y profesional. Su confianza en mis capacidades ha sido un motor esencial para continuar y no rendirme ante las dificultades.

A quienes, de manera directa o indirecta, han formado parte de este camino, brindándome su respaldo y motivación en los momentos más exigentes, contribuyendo así al cumplimiento de esta meta tan significativa en mi vida.

AGRADECIMIENTO

Expreso mi más profundo y sincero agradecimiento a Dios por guiar cada uno de mis pasos, iluminar mi camino y brindarme la perseverancia y determinación necesarias para culminar con éxito esta etapa académica.

A los docentes de la institución, quienes, a través de sus conocimientos, experiencia y compromiso con la educación, han contribuido de manera significativa en mi formación profesional, inculcando valores y competencias esenciales para el desarrollo académico y humano.

De manera especial, agradezco a mi tutor de tesis, por su orientación constante, paciencia, dedicación y valiosos aportes durante el desarrollo de este trabajo de investigación. Su guía ha sido fundamental para el fortalecimiento de este estudio.

Asimismo, extiendo mi agradecimiento a todas las personas e instituciones que colaboraron directa o indirectamente en la realización de esta investigación, ya sea a través de su apoyo, conocimientos o facilidades brindadas, los cuales fueron determinantes para la culminación de este proyecto.

Finalmente, agradezco a todos quienes formaron parte de este proceso académico, ya que cada aporte, por pequeño que haya sido, contribuyó de manera significativa al logro de este objetivo.

RESUMEN

El estudio presente se refiere a la mejora de enseñanza y aprendizaje de las razones trigonométricas principales en alumnos de primer año de bachillerato de una Unidad Educativa Fiscal de Lago Agrio, en el periodo 2025–2026. La investigación evidencia en los estudiantes el entendimiento conceptual, en la implementación de contenidos y desmotivación hacia la trigonometría, generadas por la utilización de formulaciones tradicionales fundamentadas en la adquisición de memoria de fórmulas. El objetivo general fue fortalecer el aprendizaje mediante el diseño y la puesta en práctica de una propuesta pedagogía basada en estrategias activas, recursos manipulativos y que utilice entre otros, la herramienta GeoGebra. El estudio se ejecución bajo el paradigma socio-crítico. Con enfoque cualitativo junto con método de investigación-acción, aplicándose en una muestra intencional de estudiantes. El diagnóstico indica que los estudiantes tienen un conocimiento medio sobre conceptos trigonométricos en un promedio aceptable. Después de que se llevó a cabo la intervención pedagógica, el desempeño académico mejoró, así como la participación de los educandos y su actitud hacia la materia. Como resultado se concluye que la inclusión de estrategias didácticas activas, la utilización de recursos tecnológicos y la contextualización de los contenidos resultarían en favorecer a la enseñanza y al aprendizaje significativo de la trigonometría. Se sugiere a los educadores la innovación de sus prácticas pedagógicas, la promoción del aprendizaje interactivo y el fortalecimiento del uso de TIC para la mejora de la comprensión matemática en el nivel bachillerato.

PALABRAS CLAVES: funciones trigonométricas; estudiantes; comprensión conceptual; inclusión; estrategias didácticas activas

ABSTRACT

The study refers to the enhancement of the learning of the main trigonometric functions in first-year high school students from a fiscal educational unit in Lago Agrio in the period 2025-2026. The research demonstrates that students have conceptual understanding, application of contents, and disinterest towards trigonometry, which is generated by the use of traditional formulations based on memorization of formulas. The general objective of the present study was to strengthen learning through the design and implementation of a didactic proposal based on active strategies, manipulative resources and that uses among others, the tool GeoGebra. The research is being carried out under the socio-critical paradigm. A qualitative approach and research- action methodology was applied to a convenience sample of students. The diagnosis shows that the students have an average knowledge of Trigonometric concepts with an acceptable average. After the pedagogical intervention, the academic performance improved, as well as the participation of the students and their attitude towards the subject. It can be inferred that the incorporation of active didactic strategies, the use of technological resources and the contextualization of the contents would favour the meaningful learning of trigonometry. It is suggested to the educators the innovation of their pedagogical practices, the promotion of interactive learning, as well as the strengthening of the use of TIC for the improvement of the mathematical understanding at high school level.

KEYWORDS: trigonometric functions; students; conceptual comprehension; inclusion; active didactic strategies.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN

Índice

ÍNDICE DE TABLAS 12

ÍNDICE DE FIGURAS 13

ÍNDICE DE ANEXOS 14

CAPITULO 1 15

1. Planteamiento del problema 15

1.1. Pregunta de investigación 18

1.2. Justificación de la investigación 19

1.3. Objetivos 20

1.3.1. Objetivo general: 20

1.3.2. Objetivos específicos: 20

CAPITULO 2 21

2. Marco teórico referencial 21

2.1. Antecedentes investigativos 22

2.1.1. Antecedentes investigativos internacionales 22

2.1.2. Antecedentes investigativos nacionales 26

2.2. Marco teórico categorial 30

2.3. Fundamentos epistemológicos del aprendizaje matemático 31

2.3.1. Naturaleza del conocimiento matemático 31

2.3.2. Construcción del conocimiento matemático 33

2.3.3. Pensamiento abstracto y formal en bachillerato 33

2.3.4. Representaciones matemáticas y comprensión conceptual 33

2.3.5. Comparación entre comprensión conceptual vs aprendizaje procedimental 34

2.4. Enfoque y teorías del aprendizaje 35

2.4.1. Enfoque constructivista del aprendizaje 35

2.4.2. Teoría del aprendizaje significativo (Ausubel) 35

2.4.3. Teoría sociocultural (Vygotsky) 35
2.4.4. Desarrollo cognitivo y abstracción (Piaget) 35
2.4.5. Aprendizaje experiencial y activo 36
2.4.6. Modelo de aprendizaje concreto, pictórico y simbólico 36
2.5. Didáctica de la matemática en educación 36
2.5.1. Didáctica de la matemática: enfoques actuales 37
2.5.2. Obstáculos epistemológicos en el aprendizaje matemático 37
2.5.3. Visualización y modelización matemática 38
2.5.4. Rol del docente como mediador del aprendizaje 38
2.6. Enseñanza y aprendizaje de las funciones trigonométricas 39
2.6.1. Fundamentos conceptuales de las funciones trigonométricas 40
2.6.2. Razones trigonométricas y circunferencia unitaria 42
2.6.3. Tipo de razones trigonométricas 42
2.6.4. Representaciones gráficas y funcionales 43
2.6.5. Interpretación de parámetros (amplitud, período, frecuencia) 44
2.7. Tecnología educativa y recursos digitales en matemáticas 44
2.7.1. Concepto de tecnología educativa 44
2.7.2. Integración de TIC en el aprendizaje matemático 45
2.7.3. Recursos digitales interactivos en matemáticas 45
2.7.4. Ventajas pedagógicas de los recursos digitales 46
2.7.5. Estrategias comunes para la implementación de tecnología educativa 46
2.8. Material digital para la enseñanza de trigonometría 47
2.8.1. Software matemático dinámico 47
2.8.2. Geometría dinámica 48
2.8.3. Plataformas interactivas de aprendizaje matemático 48
2.8.4. Geogebra 48

2.9. Estrategias didácticas mediadas por tecnología 50
2.9.1. Secuencias didácticas con recursos digitales 50
2.9.2. Aprendizaje interactivo y exploratorio 51
2.9.3. Aprendizaje basado en simulación 51
2.9.4. Resolución de problemas con apoyo digital 52
2.9.5. Aprendizaje híbrido y aula invertida 52
CAPITULO 3 53
3. Referente metodológico 53
3.1. Paradigma 53
3.2. Enfoque 53
3.3. Tipo de investigación 54
3.4. Fases de la investigación-Acción 55
3.4.1. Fase 1- reflexión inicial 55
3.4.2. Fase 2 – planificación 55
3.4.3. Fase 3 – acción 56
3.4.4. Fase 4 – reflexión 56
3.5. Categoría de análisis 56
3.6. Técnicas e instrumentos de recolección 57
3.6.1. Encuesta 57
3.6.2. Pruebas pedagógicas 58
CAPITULO 4 60
4. Propuesta 60
4.1. Título: 60
4.2. Introducción 60
4.3. Objetivo de la propuesta 61
4.3.1. Objetivo general de la propuesta 61

4.3.2. Objetivos específicos de la propuesta 61
4.4. Método de trabajo 61
4.5. Secuencia de enseñanza-aprendizaje 61
4.5.1. Etapa 1: Diagnóstico. 61
4.5.2. Etapa 2: Exploraciones con GeoGebra. 62
4.5.3. Etapa 3: Ejecución 70
4.5.4. Etapa 4: Valoración 78
4.6. Materiales didácticos 78
4.7. Estrategias de enseñanza 79
CAPITULO 5 81
5. Análisis de resultados 81
5.1. Análisis de la encuesta – Anexo A (20 estudiantes) 81
5.2. Análisis de la Prueba diagnóstica de Trigonometría – Anexo B (20 estudiantes). 88
5.3. Análisis de la Prueba final de Trigonometría – Anexo C (20 estudiantes). .. 91
5.4. Comparación entre la prueba de diagnóstico (pretest) y la prueba final de Trigonometría (post test). 93
CAPITULO 6 97
6. Conclusiones y recomendaciones 97
6.1. Conclusiones 97
6.2. Recomendaciones 98
Referencias bibliográficas 99
Anexos…. 110

UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 Comparación entre comprensión conceptual vs aprendizaje procedimental 34

Tabla 2 Contenidos específicos vinculados con la trigonometría 41

Tabla 3 Estadísticos descriptivos 81

Tabla 4 Frecuencias de la dimensión de trigonometría 82

Tabla 5 Frecuencias de la dimensión de pedagogía 84

Tabla 6 Frecuencias de la dimensión de motivación 85

Tabla 7 Frecuencias de la dimensión de evaluación de aprendizaje 86

Tabla 8 Frecuencias de la encuesta total 87

Tabla 9 Estadística de fiabilidad Alfa de Cronbach 88

Tabla 10 Comparación cualitativa del pretest vs el post test 93

UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 Enfoques actuales 37

Figura 2 Circunferencia unitaria 42

Figura 3 Razones trigonométricas en el triángulo rectángulo 43

Figura 4 Representación gráfica de las funciones trigonométricas 43

Figura 5 Representación de parámetros de amplitud, periodo y frecuencia 44

Figura 6 Simulaciones en GeoGebra de las razones trigonométricas 49

Figura 7 Fases de la Investigación-Acción 55

Figura 8 Elaboración del triángulo rectángulo 62

Figura 9 Identificación de catetos e hipotenusas 63

Figura 10 Utilización del deslizador para variar el ángulo 64

Figura 11 Vinculación entre el ángulo y los lados 65

Figura 12 Representación de seno, coseno y tangente en triángulo rectángulo 66

Figura 13 Utilización del deslizador para modificar el ángulo 67

Figura 14 Variación dinámica de valores de tipo trigonométricos 68

Figura 15 Representación del círculo trigonométrico 69

Figura 16 Relación entre ángulo y coordenadas 70

Figura 17 Gráficas de seño, coseno y tangente 71

Figura 18 Amplitud de la función seno 72

Figura 19 Periodo de la función = 2π 73

Figura 20 Transformaciones de funciones trigonométricas 74

Figura 21 Comportamiento de la función tangente 75

Figura 22 Determinación de la altura de un árbol 76

Figura 23 Determinación de la altura del edificio en función de la distancia mediante trigonometría 77

UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN

ÍNDICE DE ANEXOS

Anexo 1. Cuestionario de encuesta..... 110

Anexo 2. Formato de la prueba de diagnóstico 112

Anexo 3. Formato de la prueba final 114

Anexo 4. Consentimiento 117

CAPITULO 1

1. Planteamiento del problema

La relevancia de las matemáticas en la evaluación educativa de todo el mundo se debe al desarrollo de las competencias de lógica deductiva, la construcción de abstracciones, el pensamiento analítico junto con la resolución de cuestiones que promueven. Por ello, la trigonometría es especialmente importante, ya que, además de servir como una de las bases para el conocimiento de la ingeniería, la física y la arquitectura que son disciplinas científicas, tiene muchas aplicaciones en la vida cotidiana, como la construcción de tecnologías, el diseño de estructuras, así como la estimación de longitudes y elevaciones. No obstante, a pesar de su gran importancia, su enseñanza continua siendo uno de los grandes retos en la educación de bachillerato (Zambrano et al., 2025).

A nivel matemático, un contenido específico que resulta ser de importancia es la trigonometría, que es la investigación de las conexiones entre los ángulos y los costados de un triángulo, además de las distintas razones trigonométricas que estudian fenómenos que se repiten en intervalos regulares. Este tipo de enseñanza permite que los estudiantes comprendan y modelen situaciones del entorno en las que hay medidas indirectas, orientación espacial y variaciones cíclicas, constituyéndose en un componente clave para el desarrollo del razonamiento matemático y de la aplicación de conceptos geométricos a la práctica (Imbaquingo et al., 2024).

Las investigaciones en educación indican que los alumnos tienen problemas para entender los fundamentos de la trigonometría. Los problemas se vinculan a la mecánica de la enseñanza de las fórmulas sin un real entendimiento, la falta de recursos didácticos así como el vínculo débil con la realidad cotidiana y pocas estrategias de contextualización (Vitola, 2023). Estos factores fomentan la apatía, la ansiedad hacia la materia teniendo consecuencias negativas en el rendimiento académico de los estudiantes, así como en las habilidades necesarias para sus futuros esfuerzos académicos y profesionales (Delgado et al., 2025).

A nivel internacional, la enseñanza así como el aprendizaje la trigonometría en alumnos de bachillerato ha sido motivo de muchas investigaciones, por los problemas que

los alumnos tienen para entender los conceptos más esenciales. Varios estudios en países como México, Indonesia, Nepal, Ghana y Australia consideran que es una de las ramas más complicadas de las matemáticas, debido a la mezcla de razonamientos geométricos, algebraicos y funcionales. Para muchos estudiantes, la trigonometría se reduce a una colección de fórmulas y, por lo tanto, no logran hacer relaciones entre los conceptos, las representaciones gráficas y las aplicaciones en la vida diaria (Dhungana et al., 2023).

A juicio de Vitola (2023) la forma de enseñar la trigonometría ha ido teniendo un desarrollo diferente según el país. Un ejemplo es la Francia de finales de siglo XIX la cual integra de una forma sistemática. Mientras que en Alemania se fomentó la realización de programas en dónde se aplicaba la trigonometría a problemas de astronomía y navegación. En Inglaterra, en particular, se difundió libros que presentaban métodos sistemáticos para utilizar tablas trigonométricas y resolver triángulos. Esto desempeñó un papel didáctico en un país de habla inglesa que resultó eficaz.

Las recientes investigaciones en América Latina sobre el aprendizaje de la trigonometría en la educación de bachillerato señalan la existencia de dos fenómenos. Por un lado, las dificultades a nivel conceptual y procedimental han persistido a través de los años. Por otro lado, en los casos donde se hace contextualización y se utilizan tecnologías interactivas, los aprendizajes son notoriamente mejores. Como un estudio de Colombia que reporta unas ganancias positivas cuando la instrucción se fundamenta en la solución de problemas genuinos culturalmente relevantes con lo cual aumenta la motivación y el aprendizaje característico de las funciones trigonométricas. Además, revisiones regionales recientes sintetizan que los enfoques que emplean múltiples representaciones, proyectos aplicados y evaluación formativa son más efectivos que la enseñanza que se basa únicamente en la exposición directa (Orozco et al., 2025).

En tanto que Scholz & Montiel (2017), durante las últimas décadas, en el contexto de Latinoamérica, la investigación en la didáctica de la trigonometría ha presentado un crecimiento sostenido, con un enfoque en la comprensión de las dificultades de los estudiantes y en la formulación de propuestas de estrategias de enseñanza más relevantes. Diversas publicaciones académicas y documentos de la región señalan que los problemas cíclicos se refieren al movimiento de la geometría variacional, la comprensión de las

funciones o razones trigonométricas y la eventual llegada a las funciones trigonométricas, así como las conexiones entre las diversas representaciones (triángulo rectángulo, círculo unitario, gráficos y lenguaje algebraico).

A pesar de los logros en otros países, en Ecuador se observa que los resultados todavía evidencian una falencia significativa en la comprensión de los contenidos trigonométricos, sobre todo en las instituciones fiscales de la zona amazónica.

El Ecuador respecto a la educación a nivel bachillerato presenta un profundo déficit en matemática. Eso requiere atención inmediata con un enfoque creativo y activo con nuevas posibles soluciones (Aray et al., 2020). Particularmente en Lago Agrio, en la provincia de Sucumbíos, los alumnos de primer año de bachillerato parecen tener dificultades con el ya complejo campo de la trigonometría. Desde un enfoque curricular, el Currículo Unificado de Educación General, así como el Currículo de Educación de Bachillerato, enfatiza la necesidad de que los alumnos avancen más allá de la memorización de pseudocódigo hacia el logro del razonamiento lógico, la esolución de problemas y la implementación del conocimiento en situaciones del mundo real. Los docentes mencionan, que aunque los estudiantes logran retener varios procedimientos con relativa facilidad, tienen dificultades con las aplicaciones prácticas del aprendizaje. Esto refleja la brecha entre el aprendizaje esperado por el currículo centrado en el desarrollo de destrezas específicas y el aprendizaje que realmente se logra en el aula.

Por esta razón, esta situación demuestra una falta de comprensión genuina y de capacidad para transferir esta información a situaciones auténticas, como lo requiere el currículo nacional, que tiene como objetivo formar estudiantes capaces de vincular conocimientos matemáticos con fenómenos del mundo real y con cuestiones de su entorno sociocultural.

Este estudio se refiere a los alumnos de primer año de la educación de bachillerato de una Unidad Educativa Fiscal de Lago Agrio para el año escolar 2025-2026, que presentan dificultades permanentes con la comprensión de conceptos y las aplicaciones de las razones trigonométricas principales.

También, se encontró que, al nivel académico, la enseñanza está desconectada de los estudiantes y hace que perciban la trigonometría, destacando las principales funciones trigonométricas, como un tema de estudio excesivamente difícil y, en gran medida, no pertinente. La enseñanza sin motivación lleva a resultados educativos insatisfactorios y a una perspectiva negativa hacia la materia. Todo lo anterior convierte en necesario repensar la enseñanza de la trigonometría, no tanto como un requisito curricular, sino más bien como una posibilidad de profundización del aprendizaje significativo, mediante el cual los estudiantes pueden realizar conexiones entre los conceptos y su sociedad, cultura e industria en la cual viven (Montalván & Quezada, 2025).

Como consecuencia de esto, se necesitan estrategias a implementar en el aula que refuercen el conocimiento de las principales operaciones trigonométricas en los alumnos de bachillerato. Esta forma de trabajar está impulsada por un inconveniente que afecta al desempeño escolar de los alumnos y su capacitación integral. En la actualidad, las Matemáticas deben cumplir con las exigencias de una sociedad globalizada y tecnológica.

En esta línea, se pretende diseñar una intervención didáctica en base a materiales manipulativos, representaciones y actividades de indagación, que busquen profundizar en el entendimiento de las razones trigonométricas principales, así como en su aplicación y fundamentación en contextos de aprendizajes reales.

Además, no existen investigaciones que apoyen de manera concreta la implementación del procedimiento de la enseñanza-aprendizaje de las funciones trigonométricas principales en una Unidad Educativa Fiscal de Lago Agrio y en qué medida las experiencias de los estudiantes se ven impactadas por las estrategias pedagógicas que se utilizan.

1.1. Pregunta de investigación

La formulación del problema de investigación es:

¿Cómo reforzar el aprendizaje de las operaciones trigonométricas principales en los alumnos de primer año de formación de bachillerato de una Unidad Educativa Fiscal de Lago Agrio, Sucumbíos, en el transcurso del año escolar 2025-2026?

1.2. Justificación de la investigación

Es fundamental reforzar el conocimiento de las operaciones trigonométricas básicas en el primer curso de bachillerato, ya que esto les permitirá abordar y resolver problemas de forma abstracta y más compleja. Un dominio de este pensamiento lógico influye de forma positiva en el desarrollo educativo y personal del alumno. Por todo esto, hay que aceptar el impacto que tiene el estudio de la trigonometría en el pensamiento lógico.

Por lo que este proyecto busca fomentar habilidades para “Aprender a Aprender” y “Aprender a Razonar”, por lo que se centrará en la elaboración de diversos recursos educativos manipulables que incentiven el aprendizaje de los alumnos del primer año de bachillerato de una Unidad Educativa Fiscal de Lago Agrio”, dado que se ha evidenciado el reto que enfrentan para comprender los conocimientos en trigonometría, en particular durante la era virtual. Es importante destacar que al ser una entidad situada en el área rural, no poseen los medios tecnológicos requeridos ni el entendimiento informático básico, por lo que trabajar con recursos tangibles (Guerrero et al., 2025).

El enfoque educativo del proyecto se fundamenta en la “percepción constructivista del aprendizaje, ya que motiva al alumno a construir y reconstruir los conocimientos mediante una actividad mental que conlleva la elección, organización y cambio de la información con el fin de establecer vínculos con sus conocimientos anteriores y otorgar significado al nuevo saber. Por lo tanto, la doctrina nueva se vincula de manera sustancial con la ya presente en la estructura mental siempre que el estudiante tenga una actitud positiva. Además, es importante subrayar que el recurso nuevo posee un sentido lógico y el alumno es el encargado de darle una interpretación psicológica” (Vivanco et al., 2025).

Si bien existen investigaciones previas sobre dificultades en trigonometría (Castro y Cárcamo, 2023), se identifica un vacío respecto a estudios aplicados específicamente a instituciones fiscales del sector urbano amazónico, lo cual justifica la pertinencia local de este trabajo. En cuanto a la factibilidad, se cuenta con acceso directo al entorno educativo, disponibilidad de tiempo, apertura institucional y acompañamiento académico, lo que garantiza el desarrollo adecuado del estudio durante el periodo de titulación.

Es de vital importancia el seguir desarrollando esta línea de investigación, dado que la optimización del aprendizaje de las funciones trigonométricas principales, constituye un aspecto central no solo en el ámbito pedagógico, sino también en el ámbito metodológico didáctico. Además, se espera que esto mejore la enseñanza y el aprendizaje de las razones trigonométricas principales como asignatura en el primer año de bachillerato, particularmente mediante la aplicación de materiales manipulativos, enfoques pedagógicos constructivistas que enfatizan el aprendizaje práctico y actividades orientadas a los procesos lógicos y la participación activa. La intención, en estas actividades, es romper las barreras del aprendizaje que han dificultado el aprendizaje de muchos estudiantes, es decir, abordar el conocimiento abstracto, hacia un elemento de aprendizaje.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo general:

Fortalecer el aprendizaje de las funciones trigonométricas en estudiantes de primer año de bachillerato de una Unidad Educativa Fiscal en Lago Agrio, Sucumbíos, en el año lectivo 2025-2026.

1.3.2. Objetivos específicos:

- Diagnosticar el nivel de conocimientos previos y las principales dificultades que presentan los estudiantes en el aprendizaje de las funciones trigonométricas principales.
- Analizar los contenidos y habilidades con el criterio de rendimiento en el Currículo Nacional de Matemáticas relacionado con la trigonometría en función de las razones trigonométricas principales y los enfoques pedagógicos de los aprendizajes que deben desarrollarse en los estudiantes.
- Desarrollar recursos educativos que sean digitales, interactivos y manipulativos que ayuden con las comprensiones conceptuales y procedimentales de las funciones trigonométricas principales.

CAPITULO 2

2. Marco teórico referencial

La trigonometría, es parte de la geometría que se encarga de las vinculaciones entre los costados situados a los lados y ángulos de un triángulo, es primordial en el aprendizaje de la matemática del nivel bachillerato porque el dominio de los conceptos que se presentan en esta materia permite la aplicación en física, ingeniería y arquitectura. Como señala Vitola (2023), el estudio sobre las razones trigonométricas requiere de un desplazamiento de la manipulación de fórmulas hacia la construcción de significado, quizás el paso más complejo de los que se presentan, y que requiere el diseño de nuevas estrategias didácticas que sean activas y estén contextualizadas.

El aprendizaje de la teoría de la trigonometría puede ser examinado a través del constructivismo de Piaget, segura que el aprendiz construye conocimiento empleando una vinculación con el entorno, y a través de la teoría sociocultural de Vygotsky, que postula que las herramientas culturales mediadas y la interacción social sustentan el aprendizaje. Usar estas teorías en una clase de trigonometría sería facilitar la participación activa, promover el trabajo colaborativo, y el uso de recursos físicos o digitales que ayuden a los estudiantes a visualizar las relaciones entre figuras geométricas (Prakash, 2023).

El aprendizaje también requiere el fortalecimiento del rol del profesor como intermediario de saberes. Donde Ausubel en el año de 1983, sostiene que tanto al enseñanza como el aprendizaje significativo ocurre cuando los contenidos nuevos se articulan claramente con los saberes previos del alumnado. De allí la importancia de diagnosticar los conocimientos erróneos y elaborar actividades que generen fundamentalmente conflictos cognitivos positivos. En el caso de la enseñanza de la trigonometría, esto significa identificar los errores más frecuentes, tales como confundir seno y coseno o el mal uso de los ángulos y, a partir de allí, proponer acciones didácticas que los encaminen a la corrección a través del razonamiento, ya sea gráfico o simbólico (Pinzón, 2024; Bryce & Blown, 2024).

Por lo que se observa, el marco teórico menciona la relevancia de la valoración formativa y tecnología interactiva en el reforzamiento de enseñanza de las funciones

trigonométricas principales. Dentro de entornos digitales, se manipulan parámetros, se observan cambios y se estudia el período de funciones trigonométricas, de forma que se favorezca la autonomía, el razonamiento y el espíritu crítico. En este sentido, mejorar el aprendizaje de las razones de tipo trigonométricas en la Unidad Educativa Fiscal de Lago Agrio requiere la integración de teoría, práctica y tecnología, dentro de un enfoque fundamentado en el alumno que tenga como objetivo la construcción de competencias en alfabetización matemática, científica y digital.

2.1. Antecedentes investigativos

Los antecedentes históricos dentro del marco teórico de un trabajo de investigación, refieren a estudios relevantes, previos y hechos sobre el tema a desarrollar que, en este trabajo, se refiere a la pedagogía de la trigonometría en nivel medio y permite contextualizar, fundamentar y justificar el estudio que se entiende escribir. Por lo que estos son:

2.1.1. Antecedentes investigativos internacionales

En Querétaro, México; Díaz y Hernández (2025), según el experimento efectuado, los chicos de bachillerato obtuvieron un mayor rendimiento en la solución de los problemas vinculadas con la creación de gráficos de una función trigonométrica mediante la interacción con el programa GeoGebra. El hecho de que se hiciera de manera presencial el que más dedicación se dio a las actividades. En contraposición con el grupo de LAD, quienes mostraron resistencia y poco interés. La educación de trigonometría puede mejorar si se incluye la tecnología según la propuesta didáctica. Se sugiere la realización de más tareas en GeoGebra, así como la creación de una comunidad de maestros, para facilitar la adquisición y el uso de nociones matemáticas en situaciones de su vida real, con el debido reconocimiento a sus autores.

En tanto que en Nagara, Indonesia, Tien et al. (2025), indican que para que los alumnos de noveno grado mejoren su capacidad para resolver problemas en trigonometría y su comprensión, el estudio presenta un método novedoso denominado “RME-GBL”, que combina la Educación Realista de Matemáticas (RME) con el Método Basado en Juegos (GBL). Se constató, mediante un estudio con un grupo controlado, que los alumnos (N=30) que tomaron parte en el enfoque RME-GBL tuvieron progresos significativos al ser

comparados con los métodos convencionales; entre estos avances se incluye una mayor motivación, confianza y entendimiento conceptual. El aprendizaje fue más sencillo gracias a la sinergia entre las habilidades de interpretación de GeoGebra y los elementos que motivan el GBL, lo que indica que los componentes tecnológicos y lúdicos son fundamentales para el aprendizaje de las matemáticas. Los estudios futuros deben examinar el uso práctico del enfoque en otros campos de las matemáticas y su efecto a largo plazo.

De igual manera en Mallorca, España, se tiene el artículo de Mosimege y Egara (2023), dicen los alumnos que se instruyeron mediante el empleo de la metodología de aprendizaje basada en juegos mostraron un rendimiento superior en trigonometría, comparado con el método tradicional, como lo demuestra el promedio más elevado del grupo experimental. No se hallaron diferencias importantes entre los triunfos de alumnos y alumnas. Este es el primer análisis que explora cómo la enseñanza y el aprendizaje fundamentado en juegos, afectando los resultados de los alumnos secundarios en trigonometría dentro del Área de Gobierno Local de Udenu, Enugu. De esta manera, aporta al progreso de la educación matemática y plantea que esa forma puede ayudar a entender mejor la disciplina. El estudio resalta que la trigonometría es una instrumento esencial en la vida diaria, sugiriendo que el uso de materiales asequibles y de visualización ayuda a comprenderla. Entre esas recomendaciones los docentes de matemáticas aplican esta práctica, donde los ministerios organicen seminarios para proponerlo en el aula.

En la investigación de Adu et al. (2024)**,** la propuesta se estructuró en fases que iniciaron con la aplicación de ejercicios trigonométricos como instrumento diagnóstico, a manera de prueba escrita o cuestionario académico, para identificar los errores frecuentes, seguida de un análisis de contenido donde se clasificaron las fallas en errores de transformación, procesamiento y comprensión, determinando que el 80% de los estudiantes presentaban dificultades asociadas al uso incorrecto de fórmulas, problemas de interpretación, desatención y baja motivación; esta metodología descriptiva con enfoque analítico se justificó porque el análisis de errores permite comprender los procesos cognitivos implicados y fundamentar decisiones pedagógicas basadas en evidencia. La técnica empleada fue el análisis sistemático de errores en resoluciones escritas, complementado con la recomendación del uso de enseñanza inductiva, ejemplos

concretos, materiales manipulativos y apoyo tecnológico como estrategia de intervención, estructurada en exploración guiada, identificación de fallas, construcción progresiva del concepto y generalización de fórmulas. Este antecedente sustenta mi propuesta metodológica para fortalecer el aprendizaje de las funciones trigonométricas principales en primer año de bachillerato, ya que orienta la aplicación de un diagnóstico inicial (pretest), el diseño de estrategias inductivas apoyadas en recursos tecnológicos como GeoGebra, el acompañamiento docente en la prevención de errores y la evaluación posterior (postest), estructurando la intervención en fases similares y combinando el análisis de errores con estrategias activas contextualizadas a la realidad educativa.

En la investigación desarrollada en New York por Toledo y Juárez (2024)**,** su propuesta se estructuró como una secuencia didáctica orientada a transformar la comprensión instrumental en comprensión relacional, tomando como fundamento teórico a Skemp (2006), quien plantea que la comprensión relacional implica establecer conexiones significativas entre conceptos matemáticos; el estudio siguió un diseño cuasi experimental con grupo experimental y grupo de control, aplicando un pretest y un postest como instrumentos de evaluación, cuyos resultados fueron analizados mediante la prueba estadística no paramétrica de Wilcoxon, evidenciando diferencias significativas en el grupo experimental (Z = -4,45) y no significativas en el grupo de control (Z = 0,26), lo que justificó la eficacia de la intervención. La técnica empleada fue la aplicación de una secuencia pedagógica que se contextualiza en vectores de movilidad, donde se promovió la aplicación de las operaciones trigonométricas en circunstancias reales, favoreciendo la conexión entre conceptos y su utilidad práctica; esta metodología se justificó por su capacidad de promover aprendizaje significativo y relacional mediante actividades aplicadas y contextualizadas. Este antecedente fortalece mi propuesta de investigación sobre el reforzamiento de la educación de las operaciones trigonométricas fundamentales, ya que respalda la aplicación de una intervención estructurada con diagnóstico previo y evaluación posterior, el uso de estrategias contextualizadas y tecnológicas, y el tránsito de un aprendizaje memorístico hacia uno comprensivo, integrando así el análisis de errores y la enseñanza inductiva con una secuencia didáctica que promueva conexiones conceptuales en el alumnado de primer año de bachillerato.

En la investigación realizada en Ifrane, Marruecos, por Razzaq et al. (2020), indica que la propuesta se estructuró bajo un diseño experimental aleatorizado supervisado con 243 alumnos de décimo y undécimo grado, en el que se compararon dos condiciones: actividades con retroalimentación diferida y actividades con retroalimentación inmediata, con el propósito de analizar cómo el aprendizaje apoyado en dispositivos computacionales influía en el rendimiento matemático; el análisis del contenido se centró en la comparación cuantitativa de los resultados académicos entre los dos grupos, permitiendo medir el impacto de la variable independiente (tipo de retroalimentación) sobre el desempeño, lo cual justificó el empleo de una metodología experimental, ya que esta permite establecer relaciones causa-efecto con mayor rigor científico. La técnica utilizada fue la implementación de actividades digitales con retroalimentación automática e inmediata, aplicada mediante plataformas computacionales que proporcionaban correcciones instantáneas tras cada respuesta, favoreciendo la autorregulación y la mejora continua, especialmente en estudiantes con bajos conocimientos previos, quienes mostraron avances significativos. Este antecedente fortalece mi propuesta metodológica sobre el fortalecimiento del aprendizaje de las funciones trigonométricas principales, ya que respalda la incorporación de recursos tecnológicos y retroalimentación inmediata como estrategia para reducir errores y mejorar el rendimiento; en mi investigación, esta evidencia orienta la estructuración de una intervención con diagnóstico inicial, aplicación de actividades interactivas con apoyo tecnológico (por ejemplo, GeoGebra o plataformas digitales con retroalimentación automática), acompañamiento docente y evaluación final, combinando así el análisis de errores y la enseñanza inductiva con estrategias de retroalimentación inmediata para potenciar el aprendizaje significativo en alumnos de primer año de bachillerato.

Finalmente, en Brasil, da Silva et al. (2024), estructuraron su propuesta metodológica a partir de un diseño de intervención pedagógica basado en tareas experimentales aplicadas al estudio de las conexiones trigonométricas en triángulos rectángulos, organizando el proceso en fases de exploración práctica, desarrollo de actividades guiadas, aplicación de ejercicios contextualizados y evaluación mediante postest; el análisis del contenido se centró en la comparación de resultados académicos antes y después de la intervención, evidenciando un 85,71% de respuestas correctas en el

post test, lo que permitió valorar cuantitativamente la mejora en el desempeño. La estrategia propuesta se fundamentó en el ámbito de la actividad experimental estructurada, a partir de la cual fue creado el taller como instancia que permite al estudiante manipular, observar y relacionar las partes del triángulo rectángulo y sus razones trigonométricas. Fue evaluada considerando un grupo de 30 estudiantes, identificando como limitaciones la baja incorporación tecnológica así como la consideración de factores emocionales. Este antecedente contribuye eficazmente a mi propuesta sobre el reforzamiento tanto de la enseñanza como del aprendizaje de las principales funciones trigonométricas, ya que sugiere la utilización de actividades prácticas y contextualizadas como vía para el mejoramiento del rendimiento. Asimismo, orienta nuestro estudio a la organización de una intervención con diagnóstico inicial, realización de tareas experimentales de aprendizaje apoyadas con tecnología, retroalimentación alguna y evaluación final. Todo esto vendría a conllevar la experimentación con innovación tecnológica a fin de superar las limitaciones detectadas y potenciar el aprendizaje significativo del alumnado de primer año de bachillerato.

2.1.2. Antecedentes investigativos nacionales

En tanto que en Santo Domingo, Ecuador, Escudero et al. (2024), se menciona que el grupo que utilizó la herramienta GeoGebra logró un mayor rendimiento académico, según el estudio. Para obtener resultados óptimos es fundamental averiguar el grado de conocimiento previamente adquirido por los alumnos. La figura del maestro es fundamental para guiar a los alumnos hacia una comprensión adecuada, en el cual la preparación del procedimiento educativo es clave. Para que los estándares de educación se cumplan, hay que dejar los métodos atrás y poner en su lugar nuevas alternativas que fomenten la formación. La actividad del profesor es esencial. El aprovechamiento y el sentido de fondo de cuerpos y herramientas. No obstante, la limitación económica afecta el acceso a suministros educativos. Esto indica, en consecuencia, que la hipótesis del equipo que realizó la investigación era cierta, lo que demuestra la diferencia significativa en las notas y la comprobación estadística de la prueba U de Mann-Whitney.

En tanto que Azogues, Ecuador, Naula (2025) dice que el trabajo de investigación estudia el procedimiento de aprendizaje de 24 educandos de bachillerato que emplean

GeoGebra en vez de métodos convencionales. Se hicieron algunos avances en el entendimiento de las operaciones trigonométricas así como en los indicadores académicos en los alumnos a partir de una combinación de resultados cualitativos y cuantitativos. GeoGebra hizo de las clases teóricas un juego adecuado de interacción de los estudiantes, logrando que mejorara el rendimiento escolar y el razonamiento lógico-matemático. No solo eso, este programa ha demostrado la capacidad de los alumnos para ser capaces de ilustrar funciones y a adquirir un aprendizaje activo e interactivo en el ámbito de las matemáticas.

Mientras que en Quito, Ecuador; Tipán (2024), dice que la investigación ofrece una guía metodológica con el fin de instruir el círculo trigonométrico a través de GeoGebra en la Institución Educativa Fiscal “Quito”. Se descubrió que los profesores apoyan métodos interactivos mediante un estudio de campo con diez maestros relacionados con las matemáticas de primer año de bachillerato, lo cual indica una buena acogida de la guía. Se pone de relieve lo crucial que son las TIC en la enseñanza contemporánea y al adoptar instrumentos tecnológicos. En conclusión, GeoGebra ayuda a la instrucción de ideas abstractas, optimiza el intercambio en el salón de clases y favorece el desempeño académico en trigonometría, convirtiéndose así en una guía indispensable para afrontar los retos educativos actuales.

En Manta, Ecuador, Cholota et al. (2024)**,** estructuraron su propuesta mediante un diseño cuasi experimental con 100 estudiantes, aplicando pretest y postest como instrumentos de medición para valorar el aprendizaje fundamentado en la experiencia sobre la comprensión trigonométrica; el análisis del contenido se realizó a través de comparaciones estadísticas entre los resultados iniciales y finales, demostrando avances importantes en el conjunto experimental, especialmente en la solución de triángulos, identidades y razones trigonométricas, lo que permitió determinar que la comprensión conceptual profunda supera la simple memorización de fórmulas. La metodología se justificó por su enfoque experiencial, orientado a promover aprendizaje significativo mediante actividades prácticas, generando la solución de problemas contextualizados y participación activa del alumno; la técnica empleada consistió en el desarrollo de actividades vivenciales estructuradas que permitían aplicar los conceptos trigonométricos en situaciones reales, reforzadas con evaluación comparativa de resultados. Este antecedente aporta directamente a mi propuesta de fortalecimiento del aprendizaje de las

funciones trigonométricas principales, ya que respalda la implementación de estrategias activas centradas en la comprensión conceptual, estructurando mi investigación en fases de diagnóstico inicial, aplicación de actividades experienciales apoyadas en recursos didácticos y tecnológicos, y evaluación final de resultados, combinando así el enfoque experiencial con el análisis de errores y estrategias inductivas para aumentar el desempeño de los alumnos en primer año de bachillerato.

Mientras que en Manta, Ecuador, Acaro et al. (2025), estructuraron su propuesta a partir de un enfoque cualitativo de tipo bibliográfico y descriptivo, analizando la utilización de aplicaciones móviles como GeoGebra 3D y recursos con realidad aumentada para la instrucción de funciones trigonométricas; el análisis del contenido se realizó mediante la revisión e interpretación de experiencias educativas y ejemplos interactivos que incorporaban animaciones y situaciones del entorno cotidiano para hacer que conceptos abstractos sean más fáciles de entender, justificándose esta metodología por su pertinencia para explorar el potencial pedagógico de herramientas tecnológicas innovadoras en contextos reales de aprendizaje. El análisis de documentos fue la técnica utilizada y la sistematización de experiencias didácticas con aplicaciones móviles, aplicadas a través de simulaciones, visualizaciones dinámicas y representaciones tridimensionales que permiten relacionar las funciones trigonométricas con fenómenos físicos y espaciales. Este antecedente fortalece la propuesta metodológica para reforzar el aprendizaje de las operaciones trigonométricas fundamentales, ya que respalda la integración de tecnologías móviles y software interactivo como estrategia para hacer el aprendizaje más dinámico, visual y significativo; por ello, en mi investigación se plantea estructurar la intervención en fases de diagnóstico inicial, aplicación de actividades con GeoGebra u otras herramientas digitales con apoyo visual y contextualizado, retroalimentación continua y evaluación final, combinando así el enfoque tecnológico con estrategias inductivas y experienciales para potenciar el entendimiento en alumnos de primer grado de bachillerato.

De igual manera, en Guayaquil, Ecuador**,** Romero et al. (2025), estructuraron su propuesta bajo un diseño cuasi experimental orientado a valorar el impacto de la gamificación en el aprendizaje matemático, aplicando una intervención didáctica basada en actividades gamificadas y evaluando los resultados antes y después de su implementación; el análisis del contenido se realizó mediante la comparación de desempeños académicos y

niveles de dedicación estudiantil, evidenciando una mejora notable en el rendimiento tras aplicar la estrategia, lo que justificó el uso de esta metodología al permitir medir cambios concretos generados por la intervención. La técnica utilizada fue la gamificación como estrategia motivacional, aplicada mediante el empleo de plataformas digitales como GeoGebra y Kahoot, donde los alumnos participaron en actividades dinámicas, ejercicios interactivos y evaluaciones tipo juego que reforzaron el aprendizaje mediante retos y retroalimentación inmediata. Este antecedente resulta fundamental para la propuesta en torno a la consolidación del aprendizaje de las operaciones trigonométricas principales, ya que demuestra que integrar herramientas tecnológicas y dinámicas gamificadas incrementa la motivación y mejora el rendimiento académico; por ello, en mi investigación se plantea estructurar una propuesta metodológica similar basada en diagnóstico inicial, aplicación de actividades gamificadas en trigonometría con recursos digitales, acompañamiento docente y evaluación final, combinando lo expuesto en el antecedente con estrategias activas que faciliten que los alumnos de primer año pertenecientes al bachillerato entiendan y apliquen mejor las funciones trigonométricas.

En Guayaquil, Ecuador, Maya (2020), estructuró su propuesta a partir del diseño y aplicación de una guía didáctica organizada progresivamente en contenidos y actividades para mejorar el aprendizaje trigonométrico en el alumnado de segundo año de bachillerato, fundamentándose en teorías del aprendizaje orientadas al desarrollo de la autodisciplina y el fortalecimiento de capacidades intelectuales; el análisis del contenido se realizó mediante la revisión de sílabos y el estudio de los aspectos curriculares vinculados con la trigonometría, determinando que la comprensión mejora cuando el aprendizaje se presenta de forma gradual y estructurada. La metodología justificada por su carácter aplicado y pedagógico, se presenta con el fin de llevar a cabo el diseño de un recurso concreto que posibilite robustecer el proceso de enseñar y aprender. Técnica Análisis documental del currículo y medición cuantitativa de resultados mediante el coeficiente de correlación de Pearson. A una muestra de 66 alumnos. Se logró un índice 0,89 que evidencia una relación positiva fuerte entre el uso de la guía y el rendimiento académica. Este antecedente es relevante para la propuesta sobre el reforzamiento de la enseñanza de las operaciones trigonométricas fundamentales porque se demuestra que una guía didáctica bien fundamentada y teórica mejora el rendimiento del estudiante, por lo cual, en esta

investigación se propone diseñar fases organizadas (diagnostico, desarrollo de actividades progresivas, práctica guiada y evaluación) que contemple estrategias activas y tecnológicas que propicien el aprendizaje significativo del primero año de bachillerato.

Finalmente, en Cuenca, Ecuador, López y Espinoza (2023), estructuraron su propuesta a partir de un enfoque mixto, aplicando encuestas y entrevistas a educadores y educandos para identificar obstáculos en el proceso de aprendizaje y analizar los pros y contras de la ludificación, lo que constituyó la fase diagnóstica y el análisis de contenido; esta metodología se justificó porque permitió combinar datos cualitativos y cuantitativos para comprender tanto el rendimiento académico como los factores metodológicos que inciden en la motivación y participación estudiantil. La técnica que se utilizó fue la formulación de una propuesta didáctica activa, basada en estrategias lúdicas, actividades contextualizadas y estructuración microcurricular e implementada por medio de dinámicas participativas que fomentan la atención, el interés y el aprendizaje constructivista; se evidencia que el uso de recursos didácticos novedosos es limitado, esto motivó la implementación de esta intervención. Este antecedente es relevante para el fortalecimiento del aprendizaje de las funciones trigonométricas principales. Se trata del diseño de una propuesta activa y motivadora, basada en el diagnóstico de una situación. Está estructurada en fases de identificación de dificultades, luego aplicación de estrategias dinámicas y por último evaluación de resultados. Todo ello, mediante la ludificación, el uso de herramientas tecnológica y una planificación microcurricular, con el fin de optimizar el rendimiento y la comprensión de los alumnos del primer año de bachillerato.

2.2. Marco teórico categorial

Esta investigación permitirá estructurar, definir y explicar las bases sobre las cuales se estudia. Estas categorías y conceptos que emanan del problema, de los objetivos, así como también de las variables planteadas, servirán de base para el análisis teórico y práctico que se hará en la investigación. Su objetivo fundamental consiste en afinar y establecer con precisión los elementos que permiten comprender de forma exacta las ideas que serán utilizadas a lo largo del trabajo.

En el ámbito de los conceptos se observan las subcategorías que son aspectos que provocan un uso dentro del contexto a investigar. Donde para cada una de estas categorías se da una definición teórica que tenga en cuenta la bibliografía más reciente y una definición operacional que ilumine el contexto del estudio en el que se usa o se mide.

El marco teórico categorial, por último, establece los vínculos entre sus categorías indicando como se relacionan entre sí para dar sentido al fenómeno. Esto colabora para la elaboración de una guía de interpretación de resultados y para la integración del conjunto del proyecto (teoría, metodología y objetivos) en un marco conceptual. En síntesis, el marco tiene un carácter integrador, ya que lo teórico se convierte en algo aplicable y observable en la investigación.

2.3. Fundamentos epistemológicos del aprendizaje matemático

Los fundamentos epistemológicos son las bases que sirven para entender cómo se produce el aprendizaje matemático y cómo cambia el conocimiento matemático. No sólo pretenden saber qué es la matemática, sino a comprender un proceso que lleva a una persona a aprenderla, y a qué procesos mentales intervienen en ese paso, y a la validación de lo que es verdadero en ella. Desde esta óptica, aprender matemáticas no se reduce a memorizar fórmulas, sino que requiere construir significados, resolver problemas y participar de procesos de argumentación que les da sentido (Rosero, 2024).

2.3.1. Naturaleza del conocimiento matemático

Se refiere cual es el conocimiento de la matemática, cuál es su origen y cómo se justifica que sea válida. La matemáticas son conocidas por ser un saber, a diferencia de otros que se obtienen por observación, que es abstracto, lógico y deductivo, ya que se construyen a partir de definiciones, axiomas y demostraciones. Su validez no se aferra a la experimentación física, sino a su coherencia interna y a su rigoroso razonamiento (Marco & Stylianides, 2025).

Desde el enfoque epistemológico, según Marco y Stylianides (2025) hay diferentes posturas sobre la matemática que son:

a) **Platonismo.** Según el enfoque de Platón, las verdades de las matemáticas forman una realidad independiente del ser humano. De acuerdo con esta visión, números, figuras y relaciones matemáticas no son inventados, sino descubiertos. El conocimiento, según el matemático, no se crea, sino que es encontrado a partir de la razón. Las verdades en matemáticas son universales, eternas, inmutables. El contexto cultural o histórico de una sociedad no cambia el hecho.

b) **Formalidad.** Es un conjunto de símbolos y reglas. Se preocupa más por la lógica interna del modelo que por el existencialismo de los objetos que incorpora. Siguiendo este razonamiento se podría decir que hacer matemáticas es mucho más que operar signos siguiendo unas reglas lógicas. La verdad matemática se halla en la consistencia del sistema formal y en el uso correcto de sus reglas.

c) **Logicismo.** El logicismo defiende que la matemática es lógica en esencia. Una de las concepciones filosóficas acerca de la matemática radica en que cada uno de sus principios o fundamentos son lógicos. La matemática, entonces, se considera como una simple prolongación de la lógica. El conocimiento matemático vale como conocimiento porque es lógico.

d) **Intuicionismo.** El intuicionismo establece que los objetos matemáticos no existen fuera del sujeto y son pura creación del sujeto. Según este enfoque, para que una afirmación matemática sea cierta, ha de ser construible o demostrable. Responde la aceptación como válida de alguna otra prueba indirecta como la que permite la construcción concreta del objeto matemático.

e) **Constructivismo.** Desde una óptica más psicológica y educativa, el constructivismo sostiene que el conocimiento matemático se va construyendo por el sujeto en su interacción con el medio. No se trata del simple descubrimiento, ni un mero juego formal de símbolos, sino que resulta de procesos cognitivos que se desarrollan según los niveles del psiquismo. Según esta postura, el aprendiz juega un rol activo en la construcción de conceptos matemáticos.

2.3.2. Construcción del conocimiento matemático

El progreso del entendimiento matemático en la administración curricular constituye un proceso activo que exige el involucramiento personal y social de los alumnos. Los formadores tienen que ofrecer métodos dinámicos para que los alumnos puedan construir significado. La idea de “edificio” se menciona también en matemáticas, refiriéndose a una estructura que comprende elementos de distintas banderas, planos visibles sin límites y espacios equidistantes de Riemann (Hernández et al., 2020).

2.3.3. Pensamiento abstracto y formal en bachillerato

El pensamiento abstracto constituye una técnica analítica que requiere analizar información compleja acerca de las posibles conexiones entre ideas y distinguir problemas ocultos. En resumen, la lógica abstracta se enfoca más en las generalizaciones y en significados más profundos que en los hechos concretos y superficiales (Peñarreta-Aldaz et al., 2025).

El pensamiento formal es una abstracción que posibilita el acceso a las concepciones, que son la representación de propiedades o conexiones tomadas de lo real. El lenguaje es el medio por el cual se expresa el pensamiento (Peñarreta-Aldaz et al., 2025).

2.3.4. Representaciones matemáticas y comprensión conceptual

Las representaciones matemáticas son distintas maneras de expresar y comunicar, lo que se considera una actividad esencial en el proceso matemático. Un mismo objeto matemático puede ser representado de manera diferente, por otros símbolos, gráficos, tablas, expresiones verbales, materiales concretos, etc.; y son todas formas de ese objeto. Las representaciones son esenciales en el aprendizaje ya que ayudan en la interpretación, relación y transformación de información matemática y en la construcción de significados así como en la resolución de problemas (Vanegas et al., 2022).

La comprensión conceptual, es la parte esencial que los alumnos entiendan las ciencias matemáticas como una red de nociones entrelazados. Se dice que se deben describir las conexiones entre estos términos y sus procedimientos relacionados,

enfatizando el entendimiento conceptual que facilita el uso del conocimiento en varios contextos. Una función de compresión, además, constituye una herramienta matemática en el campo de la informática que disminuye el tamaño de los datos sin alterar su equilibrio entre distorsión y capacidad (Vanegas et al., 2022).

2.3.5. Comparación entre comprensión conceptual vs aprendizaje procedimental

Esta comparación entre estos puntos es:

Tabla 1
Comparación entre comprensión conceptual vs aprendizaje procedimental

Descripción	**Compresión conceptual**	**Aprendizaje procedimental**
Definición	Manipular y comprender el significado del concepto y su relación.	Recurrir a procedimientos, reglas y algoritmos para resolver problemas.
Enfoque	Se centra en por qué y el para que.	Se refiere al manejo.
Lección de saber	Potente y conectivo.	Responsable de asistencia técnica y operativa.
Descomposición de la capacidad.	Ayuda a razonar y validar resultados.	Sugiere que su aplicación es auto explicativa.
Extendido a nuevos ámbitos.	Se entendió muy bien, por lo tanto, se informó bien.	No está claro si no se entiende el concepto.
Ejemplo matemático	Entender porque funciona la fórmula del área del triángulo.	$A = \frac{b * h}{2}$
Beneficio	Colabora con el desarrollo de la capacidad de razonamiento y resolución de problemas.	Su uso reduce los errores y ahorra tiempo.

Nota: En la tabla esta una comparación que se diferencia entre el entendimiento teórico y el aprendizaje de procedimientos. Tomado de (Vivanco, 2024; Romero et al., 2025).

2.4. Enfoque y teorías del aprendizaje

2.4.1. Enfoque constructivista del aprendizaje

Es una tendencia pedagógica que proporciona a los alumnos instrumentos para desarrollar su conocimiento personal y vincularlo con su medio ambiente. Se basa en la concepción de que el proceso educativo es un proceso activo que se lleva a cabo mediante experiencias y reflexiones, remarcando la interacción entre el ser humano y su entorno como fundamental para que el aprendizaje progrese (Gortaire et al., 2023).

2.4.2. Teoría del aprendizaje significativo (Ausubel)

Se enfoca en la manera en que los individuos consiguen grandes volúmenes de conocimiento verbal significativa dentro de ambientes educativos. Según su teoría, la información se organiza de manera jerárquica y se aprende más eficazmente cuando se puede vincular con lo que ya se conoce (Bryce & Blown, 2024).

2.4.3. Teoría sociocultural (Vygotsky)

Es la teoría esencial en el análisis del aprendizaje y desarrollo cognitivo, que establece que este proceso tiene lugar dentro de un entorno cultural y social. Se resalta el desarrollo del conocimiento a través de la interacción, en la que entra a jugar el lenguaje. Introduce términos como la zona de desarrollo próximo (ZDP) y andamiaje que muestran la distinción en relación con lo que un individuo puede alcanzar solo y lo que es capaz de lograr con apoyo. Las herramientas culturales ordenan el pensamiento y modifican el funcionamiento de la consciencia. Su visión ha transformado el desarrollo de materiales, la enseñanza que promueve la cooperación e instrucción dirigida, se ha convertido en un nombre destacado en psicología del desarrollo y pedagógica (Prakash, 2023).

2.4.4. Desarrollo cognitivo y abstracción (Piaget)

El desarrollo cognitivo, según Piaget es la evolución de las habilidades mentales en los infantes, que incluye atributos como atención, memoria y percepción, esenciales para el proceso de aprendizaje. De acuerdo con Piaget, este progreso se distingue por una reestructuración gradual de las funciones mentales que es influenciada tanto por el

desarrollo biológico como por la experiencia del entorno. Esto posibilita que los niños tengan un entendimiento del universo que contrasta con diversas experiencias (Peñarreta-Aldaz et al., 2025).

Según Piaget, las abstracciones son acciones que posibilitan la reconstrucción del discernimiento de la realidad. En otras palabras, desde una edad temprana, se construirá la realidad por medio de abstracciones relacionadas con distinciones, composiciones y generalizaciones (Prakash, 2023).

2.4.5. Aprendizaje experiencial y activo

El aprendizaje experiencial es una metodología activa que permite a los alumnos aprender a partir de su experiencia, con el apoyo del análisis crítico y la reflexión. Incluye actividades como proyectos de servicio y prácticas profesionales y fomenta las preguntas en vez de sólo anteponerse a las respuestas. Los estudiantes reportan haber aprendido más y entendido mejor su entorno. Sin embargo, la experiencia no garantiza ningún aprendizaje por sí misma, será necesario reflexionar para poder comprender esquemas y expresiones del mundo real (Cholota et al., 2024).

2.4.6. Modelo de aprendizaje concreto, pictórico y simbólico

En esta fase, los alumnos manipulan objetos físicos o materiales didácticos, como bloques, a modo de ficha o figura, para experimentar y llegar a apropiarse directamente de un concepto. A nivel pictórico, el estudiante representa esas experiencias mediante dibujos, esquemas o gráficos, que permite pasar de lo concreto a lo abstracto. Finalmente, las nociones se expresan en el modo simbólico mediante números, letras y signos matemáticos. Este modelo sostiene que avanzar paso a paso a través de estas etapas permite comprender de un modo más sólido y significativo, dado que el estudiante va construyendo los conocimientos desde la experiencia a la matemática (Torre, 2021).

2.5. Didáctica de la matemática en educación

Esta didáctica establece un campo de conocimiento que abarca tanto teoría como práctica, cuyo propósito es el aprendizaje y la enseñanza de esta pauta. Desde su origen,

considera las cualidades epistemológicas de dicho contenido y se centra en investigar aspectos concretos de su instrucción (Chele et al., 2025).

2.5.1. *Didáctica de la matemática: enfoques actuales*

La Didáctica de la Matemática en la actualidad se apoya en diversos enfoques que buscan comprender cómo se enseña y cómo se aprende matemáticas desde perspectivas cognitivas, sociales y culturales (Monroy & Marroquín, 2020).

Los actuales enfoques más relevantes son:

Figura 1

Enfoques actuales



Nota: En la figura están los enfoques actuales que se emplean en la actualidad. Tomado de Monroy y Marroquín (2020)

2.5.2. *Obstáculos epistemológicos en el aprendizaje matemático*

Los obstáculos epistemológicos en el aprendizaje de las matemáticas según Rojas-Sandoval et al. (2021) son:

a) **Un impedimento para la experiencia directa.** Confía en exceso en la intuición o en lo que “parece lógico”.
b) **Limitación del raciocinio.** Es complicado lograr vivir en un mundo ideal.
c) **Barrera del lenguaje matemático.** El lenguaje simbólico confunde.
d) **Obstáculo de la sobre generalización.** Utilizar normas ya no funcionales aplicado a un nuevo contexto.
e) **Obstáculo aritmético.** Cuello de botella para aprendizajes futuros.
f) **Dificultad epistémica histórica.** Ciertas nociones matemáticas fueron complicadas incluso en la historia de la ciencia, y esos mismos inconvenientes reaparecen en los alumnos.

2.5.3. Visualización y modelización matemática

La visualización matemática es un tipo concreto de visualización científica. Se refiere a procesos y habilidades específicas vinculadas con la representación, que tienen como finalidad la adquisición de conocimientos en el área de matemáticas. Como tal, es un objeto de investigación de la matemática pedagógica (Guerrido-Tumbaco et al., 2025).

La modelización matemática constituye una estrategia pedagógica y didáctica que considera la actividad matemática en calidad de un procedimiento interminable de solución de problemas enmarcados en situaciones reales, lo cual facilita, además, la fusión de diversas tareas en función de las necesidades educativas del alumnado (Guerrido-Tumbaco et al., 2025).

2.5.4. Rol del docente como mediador del aprendizaje

Dado que el papel de cada docente es ser un mediador para generar oportunidades educativas, estas implican considerar no solo las demandas, intereses, ritmos y aspiraciones de cada alumno, sino también el ambiente emocional creado en el aula (Achina et al., 2025).

Según Coaguila et al. (2025) dentro de estas funciones, las más significativas son las siguientes:

- Planifican el proceso educativo: el educador prepara actividades y selecciona estrategias y recursos proporcionales a los requerimientos e intereses de los alumnos.
- Fomentan que el aprendiz se involucre con el conocimiento de manera significativa: el educador promueve el entendimiento, la reflexión y el uso práctico de lo aprendido mientras previene el aprendizaje mecánico.
- Dirigen e inspiran: el educador estimula la participación del aprendiz, la curiosidad y la voluntad de aprender mientras crea un ambiente de aprendizaje respetuoso y cohesivo.
- Innovan: el educador integra metodologías activas, herramientas digitales y estrategias creativas que promueven el aprendizaje autodirigido y cooperativo.
- Modifica las metodologías y materiales teniendo en cuenta la flexibilidad que requieren las diversas capacidades, las motivaciones y los contextos culturales, dentro de la desigualdad que se pueda presentar en las oportunidades.
- Promover la interacción estudiantil a través de actividades cooperativas, proyectos en grupo, debates y otras actividades colaborativas destinadas a desarrollar habilidades sociales y de comunicación.
- Comunica valores como la responsabilidad, la empatía, la honestidad y el respeto, formando así integralmente a los estudiantes y creando un entorno de convivencia saludable.

2.6. Enseñanza y aprendizaje de las funciones trigonométricas

La geometría conforma una disciplina matemática que investiga las propiedades, relaciones y distancias de líneas, formas, espacios, ángulos y puntos. A lo largo de ese lapso, tienes un papel en la solución de problemas prácticos, como medir longitudes, superficies y volúmenes o trazar límites en la tierra. Asimismo, tiene un rol fundamental en el progreso de la geografía, la astronomía y la arquitectura. Se trata de una rama de la matemática que estudia las características de las formas geométricas en el espacio o el

plano, tales como: planos, rectas, puntos, curvas, polígonos, poliedros, superficies, paralelas, perpendiculares y otras (Sánchez et al., 2023).

La trigonometría constituye una disciplina matemática que investiga los temas asociados a la medición de los componentes constitutivos de triángulos, instaurando una conexión entre las métricas que se pueden medir en línea y las angulares mediante el uso de fórmulas trigonométricas. Por lo tanto, las propiedades trigonométricas abarcan: Motivos trigonométricos. Factores inversos de la trigonometría. Otras operaciones trigonométricas. Funciones trigonométricas recíprocas. Funciones trigonométricas inversas iguales (Imbaquingo et al., 2024).

La dificultad de la trigonometría sería capaz de variar en función de la persona, de su experiencia previa en matemáticas y de su capacidad general en esta materia. Sin embargo, para la mayoría de las personas, tiende a ser gestionable. La trigonometría, en esencia, se centra en la relación que existe entre las dimensiones de los lados y los ángulos de los ángulos triangulares (Torres & Montiel, 2021).

El aprendizaje sobre la trigonometría dentro del nivel medio tiene diversos retos, por lo que este estudio se sitúa dentro de un enfoque pedagógico enfocado en el alumno, en el cual los conocimientos no se transfieren de manera pasiva, sino que se edifican a partir de la relación entre los saberes anteriores, el entorno y las estrategias utilizadas por el maestro (Chipana, 2022).

2.6.1. Fundamentos conceptuales de las funciones trigonométricas

Para estudiar fenómenos periódicos, como la corriente alterna eléctrica y el movimiento ondulatorio, las funciones trigonométricas resultan esenciales. Su investigación tiene su origen en el círculo y se centra en la dominación de los números reales. Las funciones fundamentales son el seno, coseno y tangente. De estas, se desprenden otras funciones relevantes, como la cosecante, cotangente y secante. Para aprender trigonometría, es necesario entender estas operaciones y sus respectivas fórmulas (da Silva et al., 2024).

Los contenidos trigonométricos en el currículo nacional ecuatoriano son:

Tabla 2

Contenidos específicos vinculados con la trigonometría

Contenido	Descripción
Razones trigonométricas de ángulos especiales.	El seno, el coseno y la tangente de los ángulos 30°, 45° y 60°.
Funciones trigonométricas.	Se especificarán todas y cada una de las siguientes funciones: seno, coseno, tangente (y posiblemente la secante, la cosecante y la cotangente), así como su dominio, rango y regularidad.
Círculo trigonométrico.	Representación de ángulos en el círculo unitario. Correspondencia entre ángulo en grados o radianes y coordenadas.
Identidades trigonométricas fundamentales.	Identidad pitagórica ($sen^2 + cos^2 = 1$), relaciones entre funciones, identidades recíprocas, etc.
Cuadrantes y ángulos de referencia.	Signos de las operaciones en cada cuadrante, ángulos suplementarios y complementarios.
Transformaciones de ángulos	Ángulo doble, ángulo medio, suma y resta de ángulos (posiblemente)
Solución de triángulos.	Determinar los lados e inclinaciones de triángulos oblicuángulos y rectángulos mediante el uso de las operaciones seno, coseno y tangente.
Aplicaciones.	Problemas geométricos, problemas del mundo real, aplicaciones en otros temas, relación con funciones y gráficos.
Gráficas de funciones trigonométricas.	En este lugar se examinan los gráficos de las operaciones seno, coseno y tangente, así como la manera en que se comportan sus transformaciones.

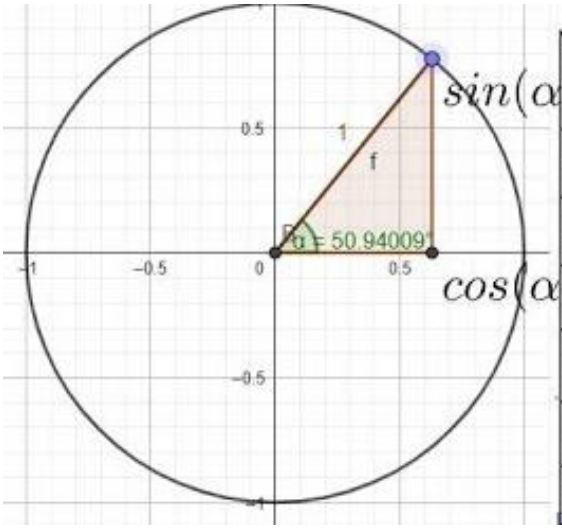
Nota: En la tabla están contenidos específicos relacionados con la trigonometría. Tomado de (Ministerio de Educación del Ecuador, 2016)

2.6.2. Razones trigonométricas y circunferencia unitaria

Es un círculo de radio uno enfocado en el origen que recorre todas las vinculaciones triangulares de 30-60-90 y 45-45-90. Es muy útil con el fin de evaluar expresiones como cuando se memorizan $\cos\ (135°)$ o $\sin\ (-\frac{5\pi}{3})$. Además, ayuda a generar las gráficas de seno y coseno en términos parentales (López & Espinoza, 2023).

Figura 2

Circunferencia unitaria



cuadrante / razones	I	II	III	IV
Seno	+	+	−	−
Coseno	+	−	−	+
Tangente	+	−	+	−
Cotangente	+	−	+	−
Secante	+	−	−	
Cosecante	+	+	−	−

Nota: En la figura esta la circunferencia unitaria y las razones trigonométricas. Tomadas de (López & Espinoza, 2023).

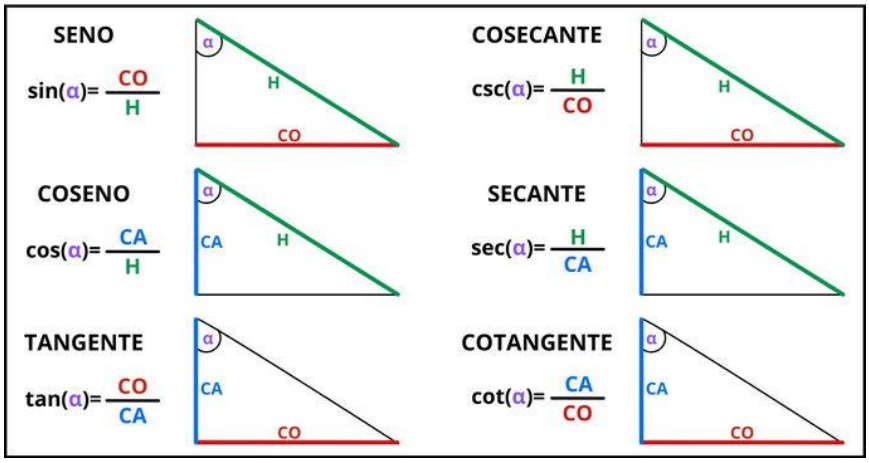
2.6.3. Tipo de razones trigonométricas

Las seis razonamientos trigonométricas en el triángulo rectángulo según López-García et al. (2023) son:

- Razones principales: seno, coseno y tangente.
- Razones reciprocas: secante, cosecante y cotangente.

Figura 3

Razones trigonométricas en el triángulo rectángulo

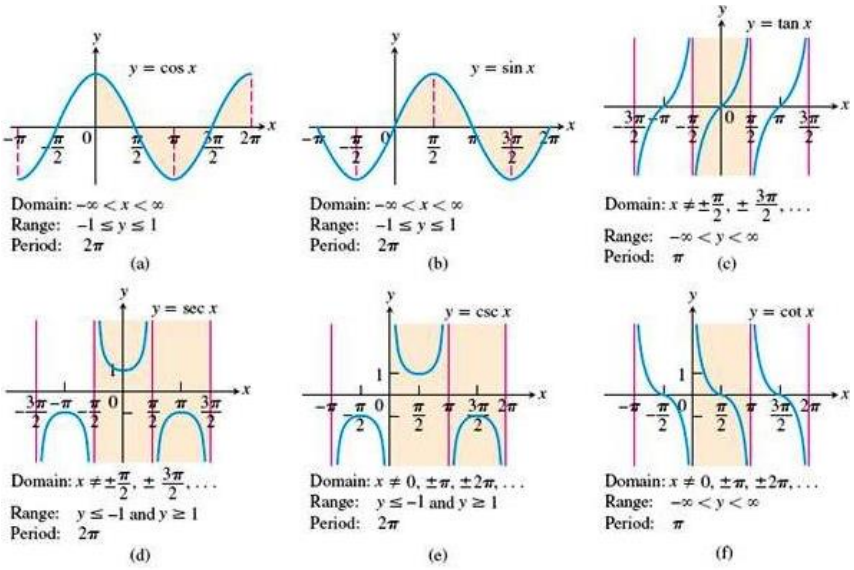


Nota: En la figura están las razones trigonométricas que se dan en el triángulo rectángulo. Tomadas de (López-García et al., 2023).

2.6.4. Representaciones gráficas y funcionales

Figura 4

Representación gráfica de las funciones trigonométricas

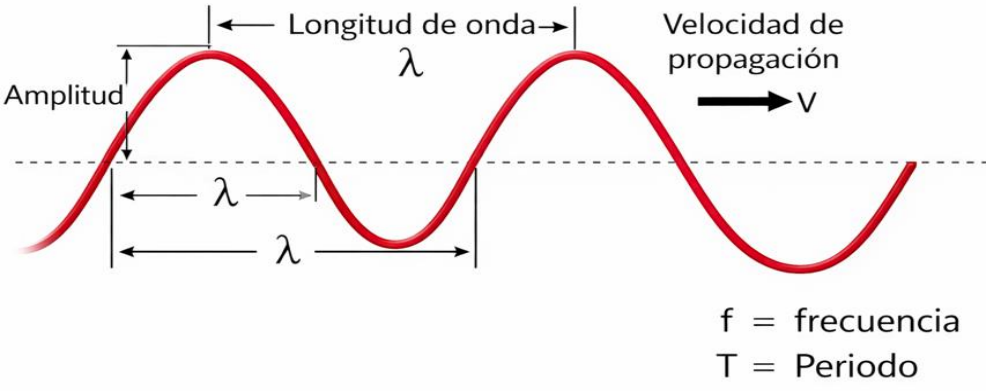


Nota: En la figura están las representaciones gráficas de las funciones trigonométricas. Tomado de (Gadvay-Yambay & Guerrero-Alcívar, 2025).

2.6.5. Interpretación de parámetros (amplitud, período, frecuencia)

Figura 5

Representación de parámetros de amplitud, periodo y frecuencia



Nota: En la figura están las representaciones que se dan de la amplitud, periodo y frecuencia. Tomado de (Morales & Bowers, 2022)

Por lo que frecuencia constituye una cantidad que mide las repeticiones de cualquier evento periódico por unidad de tiempo. Para calcularla, se considera la cantidad de veces que sucede el evento mencionado en un intervalo temporal y luego se divide esta cantidad entre el tiempo transcurrido. La medida de la frecuencia se realiza en hercios (Hz) (Morales & Bowers, 2022).

Mientras que período, es la duración de una onda, que suele ser representada con la letra “T”, es el tiempo que pasa entre dos puntos iguales de la misma (Morales & Bowers, 2022). La amplitud de movimiento en términos de oscilación, onda o señal electromagnética se refiere a la máxima fluctuación de la distancia u otra cantidad física que cambia de manera periódica o cuasi periódica a lo largo del tiempo. Es la distancia que existe entre el punto más remoto de una señal y el punto medio o de equilibrio (Morales & Bowers, 2022).

2.7. Tecnología educativa y recursos digitales en matemáticas

2.7.1. Concepto de tecnología educativa

Las herramientas en el aula y las pizarras digitales son solo una parte de la tecnología educativa. Se trata de emplear herramientas innovadoras para optimizar los

procedimientos de instrucción y aprendizaje, adecuándolos a las transformaciones que trae consigo nuestra era digital. Esta tecnología intenta que el aprendizaje sea una experiencia más asequible, inclusiva y eficaz para los estudiantes y los docentes, desde métodos pedagógicos en línea hasta programas interactivas y modelizaciones en realidad virtual (Tixi, 2024).

2.7.2. Integración de TIC en el aprendizaje matemático

Utilizar las TIC para aprender matemáticas de manera significativa brinda a los alumnos diversión y satisfacción, lo que les permite experimentar motivación, incrementar su creatividad y trabajar en equipo, lo cual constituye uno de los desafíos educativos actuales.

La utilización de la TIC en la enseñanza de matemáticas implica que el docente integre diversas herramientas innovadoras. Esto permite que los alumnos puedan fortalecer sus aprendizajes de manera amena, motivadora y lúdica. Todo ello hará que la enseñanza de la materia sea más sencilla y divertida. Se considera que la utilización de las dinámicas de tecnología permite ver gráficos, simular situaciones o experimentar con patrones (tales como situaciones que se problematizan), verificar resultados al instante, entre otros. Todo esto permite construir significados y desarrollar el pensamiento crítico. Así mismo, promueve metodologías más activas y colaborativas donde el estudiante experimenta, investiga y modela problemas reales, convirtiéndose en el protagonista de su aprendizaje (Maya, 2020).

2.7.3. Recursos digitales interactivos en matemáticas

Los recursos digitales en matemáticas más comunes según Cáceres-Mesa et al. (2025) son:

- Software de matemáticas: Desmos, GeoGebra.
- Plataformas educativas en línea: edX, Khan Academy y Coursera.
- Aplicaciones para dispositivos móviles: Photomath, Microsoft Math Solver.
- Juegos de aprendizaje: Kahoot, Prodigy Math.
- Instrumentos de cooperación: Google Classroom, Padlet.

- Simuladores y espacios virtuales: Simulaciones interactivas de PhET, Wolfram Alpha.
- Materiales en video: YouTube.
- Ambientes de programación: Scratch.

2.7.4. Ventajas pedagógicas de los recursos digitales

Según Zambrano-Rodríguez y Tejeda-Díaz (2025) estas ventajas son:

- Acceso a recursos e información: Khan Academy y YouTube Education son ejemplos de plataformas que brindan clases sin costo, facilitando el ingreso a contenidos de calidad a estudiantes a nivel global y democratizando la educación.

- Desarrollo de competencia digitales: El uso de los instrumentos tecnológicos estimula a los alumnos a cooperar y comunicarse digitalmente.

- Fomentar la capacidad de pensar críticamente: La utilización de instrumentos digitales permite el acceso a diversos puntos de vista, lo que potencia un aprendizaje que resulta de indagar y de analizar críticamente la información.

- Más interacción: La utilización de herramientas como las pantallas digitales y los programas de administración del aprendizaje (LMS) transforma la formación en una experiencia dinámica, al hacer que el alumno participe en tareas prácticas y cooperativas.

2.7.5. Estrategias comunes para la implementación de tecnología educativa

Según Ramos y Cárdenas (2025) estas estrategias son:

- Establecer metas educativas específicas: Es fundamental definir, antes de empezar, objetivos concretos acerca de cómo la tecnología respaldará el aprendizaje. Esto podría abarcar desde el impulso del involucramiento de los alumnos, hasta promover capacidades para pensar críticamente o hacer más sencillo el acceso a materiales complementarios.

- Iniciar de manera progresiva: La adopción de los avances tecnológicos no tiene que ser completa desde el principio. Se aconseja comenzar con herramientas o actividades que faciliten que los alumnos y los profesores se familiaricen gradualmente. Conforme todos se perciben más a gusto, es posible extender la utilización de la tecnología a otros ámbitos y proyectos más complicados.

- Seleccionar instrumentos apropiados y sencillos de manejar: Desde plataformas de colaboración hasta aplicaciones educativas, hay muchas alternativas tecnológicas disponibles. Es crucial elegir las que concuerden con los objetivos establecidos, la capacidad de los alumnos y el contexto del salón de clases.

- Formar al personal que enseña: Para que la implementación tenga éxito, es fundamental que los profesores reciban formación de manera continua. La gestión de las herramientas se ve mejorada y la adopción de prácticas adecuadas se promueve cuando se brindan talleres, recursos formativos en línea y entornos para que los docentes colaboren entre sí. El impacto de la innovación digital en el sector educativo puede ser optimizado por un personal bien capacitado.

- Analizar el efecto en el aprendizaje: Evaluar de qué manera la tecnología ayuda al aprendizaje es posible si se hace un seguimiento continuo. Esto podría incluir evaluaciones del rendimiento, encuestas y entrevistas con el propósito de conseguir la experiencia de los alumnos y modificar el método según los resultados. Este paso contribuye a maximizar el empleo de la innovación y asegura que sus ventajas se conserven en el tiempo.

2.8. Material digital para la enseñanza de trigonometría

2.8.1. Software matemático dinámico

Este programa está compuesto por ambientes y herramientas que respaldan el razonamiento matemático. Estos brindan la posibilidad de redefinir las matemáticas básicas a través de representaciones matemáticas diversas y conectadas, que son accesibles para alumnos de distintos niveles (Armas-Real, 2025).

2.8.2. Geometría dinámica

Es un enfoque de enseñanza-aprendizaje de la geometría que plugins de software inmersivo 3D para poder “construir” y manipular figuras en tiempo real (on-line), para notar cómo sus características se alteran cuando se cambian ciertos elementos. Mediante la utilización de programas como GeoGebra o Cabri, los alumnos pueden desarrollar relaciones geométricas, formular conjeturas y comprobar propiedades de forma visual y experimental, que favorece una comprensión más profunda y significativa de conceptos como congruencia, semejanza, simetría y transformaciones (Zabala-Villarreal et al., 2025).

Es una metodología apoyada en tecnología que permite a los alumnos, mediante el uso de computador, transformar y mover figuras geométricas en un entorno digital. Mientras mueve elementos de la figura, esta va a conservar sus propiedades matemáticas . A diferencia de lo que ocurre con el papel, cuando se trabaja en papel se puede alterar la geometría, ya que se puede mover un punto, cambiar la medida y ver cómo se conservan o no las propiedades. Esta promueve el razonamiento, la elaboración de hipótesis y la comprensión conceptual mediante la experimentación visual y táctil (Muscio, 2020).

2.8.3. Plataformas interactivas de aprendizaje matemático

Estos son entornos digitales que proporcionan recursos y actividades para enseñar y aprender matemáticas. Se caracterizan por permitir realizar ejercicios auto evaluables. También pueden incluir simulaciones o recursos multimedia. Estos portales educativos ofrecen una opción diferente a las convencionales. Además, los softwares educativos han tomado mayor protagonismo, ofreciendo un gran número de recursos para las matemáticas. También suelen incorporar una instrumentación para que el docente realice la evaluación y seguimiento que le permita mayor acompañamiento y con ello promover un aprendizaje más personalizado, activo y participativo (Camacho-Torres et al., 2025).

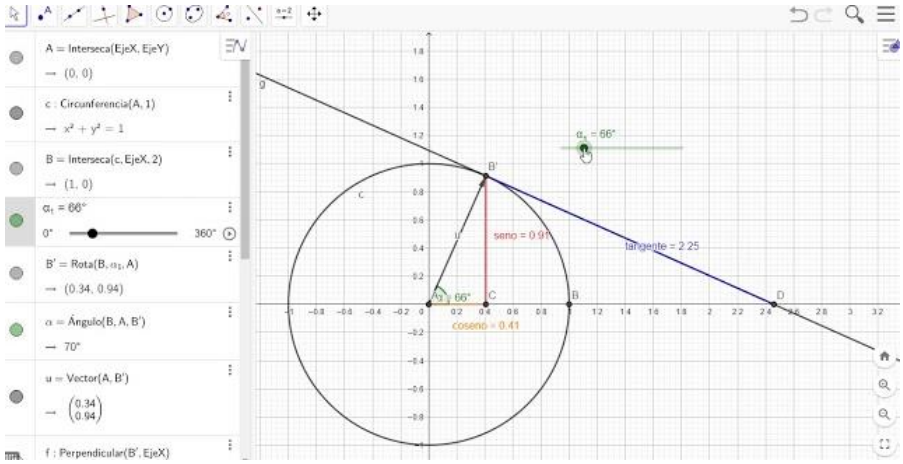
2.8.4. Geogebra

GeoGebra es un programa dinámico de matemáticas, el cual integra geometría, álgebra, cálculo integral, estadística, diagramas y hojas de cálculo. Está pensado para ser utilizado en cada nivel de educación. Proporciona una plataforma en línea, GeoGebra

Classroom, que cuenta con cerca de 1 millón de materiales educativos sin costo, y permite el seguimiento, en tiempo real, del avance académico de los alumnos. GeoGebra es una comunidad que cuenta con millones de usuarios a nivel global y es líder en el campo del software matemático, brindando apoyo a la instrucción STEM. GeoGebra se incorporó a BYJU'S en el año 2021, conservando la independencia de sus operaciones y la disponibilidad gratuita de sus herramientas y aplicaciones educativas (Cedeño-Alcívar & Rivadeneira-Loor, 2023).

Figura 6

Simulaciones en GeoGebra de las razones trigonométricas



Nota: En la figura esta un simulación de las diferentes funciones trigonométricas. Tomado de Cedeño-Alcívar y Rivadeneira-Loor (2023)

Según Villacis-Montoya et al. (2023), es posible con GeoGebra:

- Representar gráficamente funciones, ecuaciones, superficies y curvas en dos y además tres dimensiones.
- Crear tablas de valores.
- Despejar ecuaciones.
- Calcular integrales y derivadas .
- Usar deslizadores para examinar transformaciones.
- Señalar componentes específicos de las operaciones, como son las intersecciones, extremos relativos y raíces .
- Analizar regresiones de diversas clases.

- Crear figuras geométricas en dos junto con tres dimensiones.
- Calcular áreas, perímetros y distancias.
- Analizar huellas de puntuaciones y lugares geométricos .
- Examinar las conexiones entre puntos, funciones, deslizadores y figuras geométricas.
- Investigar los pasos de un proyecto de construcción para entenderlo a fondo.
- Realizar cálculos de reparticiones de probabilidad y dirigir pruebas estadísticas.
- Cambiar de manera natural entre las representaciones gráficas, geométricas, calculadoras 3D, CAS y de probabilidades.
- Dentro de dicha aplicación, busca recursos educativos que no tengan costo.
- Conserva tus resultados y compártelos con otros.

2.9. Estrategias didácticas mediadas por tecnología

Constituyen todas las actitudes y tareas que el profesor planea para que sus alumnos aprendan; estas varían según el tema, el grado educativo y la filosofía del centro. Es esencial mantener la motivación de los estudiantes para el procedimiento de enseñanza-aprendizaje (Chonata, 2023).

2.9.1. Secuencias didácticas con recursos digitales

Es un conjunto de contenidos y prácticas dispuestos de manera ordenada, los cuales están orientados a cumplir con unos objetivos didácticos que han sido decididos previamente. Asimismo, abarca toda la información requerida para establecer con éxito las reuniones de aprendizaje en relación a un asunto o tema (Araujo-Chavarro et al., 2024).

Los beneficios de generar una secuencia didáctica según Araujo-Chavarro et al. (2024) son:

a) Tendrá en un solo lugar todos los materiales didácticos relacionados con un tema, concepto o tópico.
b) Generará ahorro en una gran cantidad de tiempo con el fin de planificar tus clases.

c) Los alumnos participarán más activamente en su propio procedimiento de aprendizaje.
d) Tendrá la capacidad de modificarla y ajustarla a las necesidades futuras.
e) Permitirá generar una evaluación más sencilla.

2.9.2. Aprendizaje interactivo y exploratorio

Una de las estrategias más eficaces para el crecimiento del trabajador es el aprendizaje interactivo. Alude a cómo interactúan, cooperan y se involucran activamente en el procedimiento de aprendizaje en línea los estudiantes y los docentes (Chowdhury-Samanta & Soulé, 2025).

El aprendizaje exploratorio es un enfoque académico que pone al alumno en el centro del proceso de experimentación y descubrimiento. Se motiva al alumno a que participe en prácticas relacionados con la vida real y se relacione con el entorno y la comunidad, en vez de recibir con frecuencia el entendimiento de los documentos de texto (Chowdhury-Samanta & Soulé, 2025).

2.9.3. Aprendizaje basado en simulación

Es una metodología académica que brinda un entorno supervisado con el fin de que los participantes integren y desarrollen habilidades, métodos y rutinas fundamentales que pueden aplicarse a situaciones de la vida real. Este método resulta de gran utilidad en sectores como la salud, el orden público y la atención a emergencias, pues es fundamental prepararse ante eventuales circunstancias de riesgo alto. La formación por simulación permite a los sujetos aprender a razonar de forma crítica, a solucionar problemas y a trabajar en grupo sin las consecuencias directas de los fracasos de la vida real al generar un ambiente seguro que simula las dificultades de la vida real (Levi-Keren et al., 2024).

Según Díaz-Guio et al. (2024) se analiza cuán efectivas son las simulaciones como método educativo. A pesar de que los académicos discuten su habilidad para pronosticar el desempeño de los alumnos bajo presión, estas vivencias son apreciadas por estudiantes y docentes. Para que un modelo sea exitoso es indispensable una preparación adecuada, que contemple directrices claras y anticipación de preguntas. Hay que establecer

calendarios, manteniendo en cuenta el periodo de las actividades y los intervalos de descanso. Los facilitadores deben alentar la participación y observar la postura de los participantes durante la simulación a fin de evaluar su nivel de inconveniente y compromiso. Estos elementos permiten que los facilitadores puedan optimizar las simulaciones en el futuro.

2.9.4. Resolución de problemas con apoyo digital

Es una estrategia que emplea instrumentos tecnológicos tales como, software matemático, aplicaciones interactivas, calculadoras gráficas o plataformas virtuales, para analizar y resolver situaciones problemático. Este enfoque permite hacer los cálculos fáciles, pero además ver el gráfico, simular, ordenar los datos, y comprobar el resultado inmediatamente. De esta manera, la tecnología se convierte en una herramienta que ayuda para razonar, explorar y tomar decisiones potenciando la comprensión y el pensamiento crítico en la enseñanza y el aprendizaje matemáticos (Guzmán-Peralta et al., 2025).

2.9.5. Aprendizaje híbrido y aula invertida

Aprendizaje híbrido es un enfoque pedagógico en el que parte de los alumnos asiste a un taller o seminario de manera presencial, como siempre, y otros lo hacen desde casa de forma virtual se conoce como enseñanza híbrida. En consecuencia, los docentes dictan clases presenciales y a distancia al mismo tiempo, empleando herramientas digitales como Teams o Zoom, así como todos los recursos disponibles (Vitola, 2023).

Mientras que el aula invertida es un modelo educativo que propone la importancia de trasladar parcialmente el proceso de aprendizaje y enseñanza fuera del salón con el objetivo de aprovechar el tiempo en clase para llevar a cabo procesos cognitivos más complejos que propicien un aprendizaje significativo (Delgado et al., 2025).

CAPITULO 3

3. Referente metodológico

En este capítulo se exponen “la estrategia, el tipo y el nivel de estudio, técnicas y herramientas con el fin de recolectar datos. De igual manera, se describe la población y muestra sujeta a estudio, así como la metodología empleada para la elaboración de la propuesta que tiene como objetivo optimizar el proceso de educación-aprendizaje de las operaciones trigonométricas principales”.

3.1. Paradigma

El paradigma socio-crítico es un enfoque teórico que se utiliza en la investigación y que destaca lo importante que es vincular teoría y práctica, fomentando cambios sociales mediante la activa participación de las comunidades. Se fundamenta en el análisis social y la reflexión personal, sosteniendo que la comprensión se genera mediante las exigencias de los colectivos. La incorporación de valores, acción y conocimiento, así como los procedimientos para tomar decisiones consensuadas, son principios fundamentales. En el ámbito educativo, se resalta una perspectiva democrática y global del saber, destacando la relevancia de las comunidades en calidad de espacios de involucramiento para encontrar soluciones a los conflictos sociales (Álvarez et al., 2023).

En este estudio se empleará el paradigma socio-crítico, ya que no solo se enfoca en describir los problemas que enfrentan los alumnos en su aprendizaje de trigonometría, sino que también busca examinar, pensar y cambiar la realidad de los estudiantes del primer año de educación secundaria de la Unidad Educativa Fiscal de Lago Agrio. Este paradigma posibilita interrogar las prácticas presenciales y al mismo tiempo mejorar el aprendizaje de las operaciones trigonométricas principales en los alumnos de primer curso de bachillerato de la Unidad Educativa Fiscal, ubicada en Lago Agrio, Sucumbíos, durante el año académico 2025-2026.

3.2. Enfoque

Las técnicas cualitativas se emplean para adquirir datos que caractericen y reconozcan las propiedades del sujeto de estudio. La recolección de información

documental, la entrevista, la observación, el grupo de discusión, el grupo focal y la historia de vida son los métodos más utilizados. Este enfoque es fundamental en varias disciplinas porque se enfoca en entender las experiencias y los significados de la gente dentro de sus contextos naturales, tomando como punto de partida una condición subjetiva y dinámica que se basa en el análisis detallado sobre los significados intersubjetivos (Calle, 2023).

En el presente estudio, el investigador utilizará el enfoque cualitativo, porque persigue realizar un análisis enriquecedor sobre el fortalecimiento del aprendizaje de las funciones trigonométricas, ofreciendo una compresión completa gracias a las precepciones que tienen los estudiantes, contribuyendo a un procedimiento de enseñanza – aprendizaje. De esta manera, se podrá conocer el grado cualitativo en que se dominan los contenidos de las funciones trigonométricas principales, para comparar con los conocimientos a los que se llegaron en otros años y el impacto en el aprendizaje de las estrategias pedagógicas aplicadas durante el 2025–2026, garantizando así unos resultados verificables, fiables y generalizables.

3.3. Tipo de investigación

El tipo de investigación aplicado es la Investigación-Acción, que mejora el proceso educativo mediante el análisis y la reflexión sobre la práctica del docente. Su implementación, pese a las críticas sobre su duración y sus métodos, mejora la observación y la formulación de objetivos para optimizar el aprendizaje. Para detectar problemas y estimular a los alumnos, es fundamental planificar las clases en diferentes fases. Cada fase debe estar bien delimitada en cuanto a contenido y tiempo, centrándose en la evaluación y la práctica de la comunicación. La expansión posibilita que se pongan en práctica los conocimientos fuera del aula, completando de esta manera el ciclo educativo (González & Trujillo, 2023).

La investigación–acción se emplea en este estudio para reforzar el entendimiento acerca de las funciones trigonométricas esenciales mediante la implementación de métodos educativos en el aula. Esta metodología facilita al docente reconocer las adversidades que presentan los estudiantes de primer año de bachillerato en el análisis de la trigonometría, utilizar medidas o planes para incrementar el aprendizaje, analizar los logros alcanzados y reflexionar sobre la eficiencia de dichas acciones. De este modo, el estudio se lleva a cabo

en el entorno real del aula, con la finalidad de optimizar la práctica pedagógica y el desempeño académico de los alumnos.

3.4. Fases de la investigación-Acción

Figura 7

Fases de la Investigación-Acción



Nota: En la figura están las fases que se dan en la investigación – acción. Tomado de González y Trujillo (2023).

Las fases a emplear en este tipo de investigación son:

3.4.1. Fase 1- reflexión inicial

Esta etapa se dedica a examinar la situación problemática que existe en el aula. Se determinan los retos a los que se enfrentan los estudiantes de primer año pertenecientes al bachillerato en la comprensión de las operaciones trigonométricas básicas. Se pueden utilizar para ello observaciones, pruebas diagnósticas o análisis de resultados educativos, con el objetivo de entender los motivos del conflicto y el requerimiento de intervenir pedagógicamente.

3.4.2. Fase 2 – planificación

En esta fase se modelan las tácticas pedagógicas que se emplearán con el fin de optimizar el desarrollo educativo de los alumnos. Se planifican tareas, recursos, materiales

y métodos que permitan mejorar el entendimiento sobre las funciones trigonométricas. Se establecen, además, los instrumentos para la evaluación con los que se podrá estimar los logros de la intervención.

3.4.3. Fase 3 – acción

En esta fase se pone en marcha la planificación realizada. El profesor utiliza en la clase los métodos, actividades y recursos que ha preparado con el fin de optimizar el entendimiento sobre las funciones trigonométricas. En este proceso, se lleva a cabo la intervención educativa y se recoge información sobre el rendimiento y colaboración de los alumnos.

3.4.4. Fase 4 – reflexión

Por último, se analizan y valoran los resultados logrados después de implementar las estrategias. Se piensa en la eficacia de las acciones implementadas, para determinar si estas han contribuido a mejorar el progreso educativo de los alumnos. Desde esta reflexión es posible sugerir ajustes o mejoramientos para futuras intervenciones pedagógicas.

3.5. Categoría de análisis

La fase inicial del estudio se refiere a las operaciones trigonométricas fundamentales, que examina el grado de comprensión que tienen los alumnos sobre los principios trigonométricos abordados en el primer año de educación secundaria. Esta categoría posibilita la revisión de los conocimientos previos, la comprensión conceptual de las funciones o razones trigonométricas, el dominio de procedimientos y la habilidad para utilizar dichos saberes en la solución de problemas. Por medio de esta categoría, se evalúa el desempeño académico de los alumnos antes y después del tratamiento educativo.

La segunda categoría de análisis está relacionada con las estrategias pedagógicas que el docente empleó para mejorar el aprendizaje de las funciones trigonométricas principales. Es un conjunto de métodos, actividades y recursos didácticos. Esta categoría permite revisar el uso de metodologías activas y otros recursos, así como la organización

de actividades en el aula, además del grado de participación de estudiantes, en la actividad instruccional.

La tercera categoría hace referencia a la actitud y motivación hacia el aprendizaje de las funciones trigonométricas principales. Esta es una categoría que se refiere a los aspectos afectivos y actitudinales que inciden en el aprendizaje. Esta categoría permite conocer el interés que los alumnos tienen en la materia, cómo ven la dificultad que presentan los contenidos, la confianza en resolver los ejercicios y la predisposición a realizar actividades propuestas. Los resultados de los ítems que forman parte de esta categoría se obtienen fundamentalmente a través de una encuesta.

Al final, la categoría de evaluación del aprendizaje está orientada a evaluar los resultados alcanzados durante el proceso investigativo. Esta categoría facilita comparar la información que arrojan las pruebas diagnósticas y las evaluaciones finales, con el fin de ver avances, mejoras y limitaciones en el aprendizaje de la trigonometría. El análisis de los resultados cuantitativos facilita la comprobación del cumplimiento de los objetivos planteados y la valoración de la efectividad de la metodología.

3.6. Técnicas e instrumentos de recolección

Como técnicas a emplear serían:

3.6.1. Encuesta

Es un método de estudio cuantitativo en el que se recopila información a través de un cuestionario anteriormente diseñado, sin alterar el ambiente ni el fenómeno en el que se obtiene la información, ya sea para presentarla gráficamente, por escrito, en una tabla o como tríptico (Aspeé & González, 2024).

La encuesta a aplicar, sería la técnica de recolección de información en esta investigación porque permite obtener datos objetivos, cuantificables y sistemáticos, sobre las percepciones, actitudes, motivación y dificultades que presentan los alumnos, sobre el aprendizaje de la trigonometría. Esta técnica permite conocer, analizar y valorar con preguntas cerradas a un grupo de estudiantes en particular. Esta información permite

conocer y analizar tendencias con el interés, el conocimiento y el valor de las estrategias pedagógicas que se usan. Por lo demás, la encuesta es apta para el enfoque cuantitativo de la investigación, dado que sus resultados se pueden organizar y analizar por procedimientos estadísticos.

3.6.2. Pruebas pedagógicas

Son un instrumento fundamental para establecer lo que cada alumno sabe con anterioridad. No se trata de evaluar con una calificación, sino de determinar las fortalezas y necesidades a partir de la experiencia previa en función de los objetivos básicos de cursos anteriores (Castro-Castro et al., 2023).

Las pruebas pedagógicas se utilizan como técnica principal porque permiten medir de forma directa el aprendizaje y rendimiento académico del estudiante en los contenidos de trigonometría. Este planteo resulta fácil y funcional por medio de una prueba diagnóstica para evaluar saberes previos y una prueba final que evalúa los aprendizajes alcanzados, así se comparan los resultados antes y después de la intervención pedagógica. Por consiguiente, las pruebas pedagógicas permiten obtener información que se pueden verificar, en esta línea, se puede información que se expresa y, además, medible en torno a la eficacia de las estrategias implementadas a lo largo de la investigación.

Como instrumentos se emplearían:

Cuestionarios

Es un documento compuesto por una serie de preguntas que deben estar escritas de manera coherente, ordenadas, secuenciadas y estructuradas según una planificación específica, con el objetivo de que sus respuestas nos brinden toda la información requerida (Rodríguez, 2023).

El cuestionario se utiliza como instrumento de recolección de información porque permite obtener datos estructurales y así cuantificables sobre las percepciones, actitudes, motivación y dificultades que presentan los estudiantes frente al aprendizaje de la trigonometría. El cuestionario está todo conformado por preguntas cerradas y escalas, lo

que facilitará la obtención sistemática de las respuestas de la totalidad de los sujetos de la muestra. De igual forma presente herramienta se acomoda con el enfoque cuantitativo de la investigación pues los datos obtenidos se pueden organizar, tabular y procesar a través de técnicas estadísticas, lo cual permite una interpretación objetiva.

Prueba de diagnóstico

Además, las pruebas diagnósticas se utilizan para crear un tratamiento, evaluar la efectividad de un tratamiento y realizar una predicción. Existen numerosos tipos de evaluaciones diagnósticas (Rendón-Macías & Villasís-Keever, 2021).

Se emplea la prueba diagnóstica como instrumento ya que permite reconocer el nivel inicial de conocimientos así como las principales dificultades que poseen los estudiantes con respecto a los contenidos de funciones trigonométricas principales. Esta herramienta es muy importante porque permite establecer una línea base del aprendizaje, lo que le da un sentido a la situación real de los alumnos antes de la aplicación de la intervención pedagógica. Los resultados de las pruebas diagnósticas ayudan a planificar las estrategias metodológicas, así como verificar que lo que se haga atienda a los requerimientos reales del grupo.

Prueba final

Es la evaluación final de un curso, donde se incorporan todos los saberes obtenidos a lo largo del mismo (Rendón-Macías & Villasís-Keever, 2021).

En cuanto a la prueba final, ésta se utiliza como herramienta para valorar los aprendizajes adquiridos por los estudiantes luego de implementar las estrategias pedagógicas. Este instrumento facilita evaluar el nivel de logro de las actividades que se imparten durante el aprendizaje de las operaciones trigonométricas y evaluar lo obtenido con los datos correspondientes a la prueba diagnóstica. Así, la prueba final fomenta la comprobación de la eficacia de la metodología empleada y el cumplimiento de las metas de la investigación, proporcionando evidencia cuantitativa acerca del reforzamiento de la adquisición de conocimiento de la trigonometría, resaltando la utilización de las razones trigonométricas.

CAPITULO 4

4. Propuesta

4.1. Título:

Propuesta didáctica fundamentada en estrategias activas y uso de herramientas tecnologías, para la enseñanza y el fortalecimiento de las funciones trigonométricas, en estudiantes de primer año de bachillerato.

4.2. Introducción

Esta sección busca dar a conocer la propuesta didáctica que se ha elaborado con la intención de fortalecer el aprendizaje de las operaciones trigonométricas de los estudiantes de primer año de bachillerato. Esta propuesta se origina de los resultados obtenidos del diagnóstico aplicado donde se encontró dificultades en el entendimiento conceptual, aplicación de las razones trigonométricas y la solución de problemas contextualizados, así como la tendencia a un aprendizaje memorístico.

En esta línea, la propuesta se basa en el aprendizaje activo, el constructivismo y el aprendizaje relevante de Ausubel, que promueven la creación del conocimiento mediante la experiencia, la participación y la contextualización.

En este sentido, se plantea una intervención pedagógica con estrategias activas, recursos interactivos y herramientas innovadoras como GeoGebra, que posicione un aprendizaje activo y contextualizado. Con esta propuesta se pretende que los alumnos sean sujetos activos de su proceso de aprendizaje, facilitando de esta manera el desarrollo del saber mediante la experiencia, la indagación y la relación con el entorno.

Los métodos de enseñanza tradicionales pueden ser más innovadores y participativos gracias a un enfoque constructivista y un aprendizaje activo que se defiende en este recurso. Por lo tanto, se busca no solamente influir en el rendimiento académico de los estudiantes, sino también en su motivación y actitud hacia la matemática.

Por último, la propuesta se divide en el diagnóstico, construcción conocimiento, aplicación y evaluación, que ayudarán a fortalecer el aprendizaje en trigonometría.

4.3. Objetivo de la propuesta

4.3.1. Objetivo general de la propuesta

Fortalecer el aprendizaje de las funciones trigonométricas a partir de la utilización de estrategias didácticas activas, en contextos que sean significativos y apoyadas en recursos manipulativos y tecnologías.

4.3.2. Objetivos específicos de la propuesta

- Optimizar el entendimiento conceptual de las razones trigonométricas.
- Desarrollar la habilidad de la trigonometría a una situación real.
- Incrementar la motivación y la participación de los alumnos.
- Disminuir los frecuentes errores al utilizar seno, coseno y tangente.

4.4. Método de trabajo

- Aprendizaje interactivo.
- Aprendizaje exploratorio.
- Utilización de TIC.
- Solución de problemas.
- Trabajo en equipo.

4.5. Secuencia de enseñanza-aprendizaje

La secuencia de la enseñanza y aprendizaje se va dando en etapas, las cuales son:

4.5.1. Etapa 1: Diagnóstico.

- Aplicación de prueba previa (Pretest)
- Localización de errores conceptuales.
- Básico uso de GeoGebra

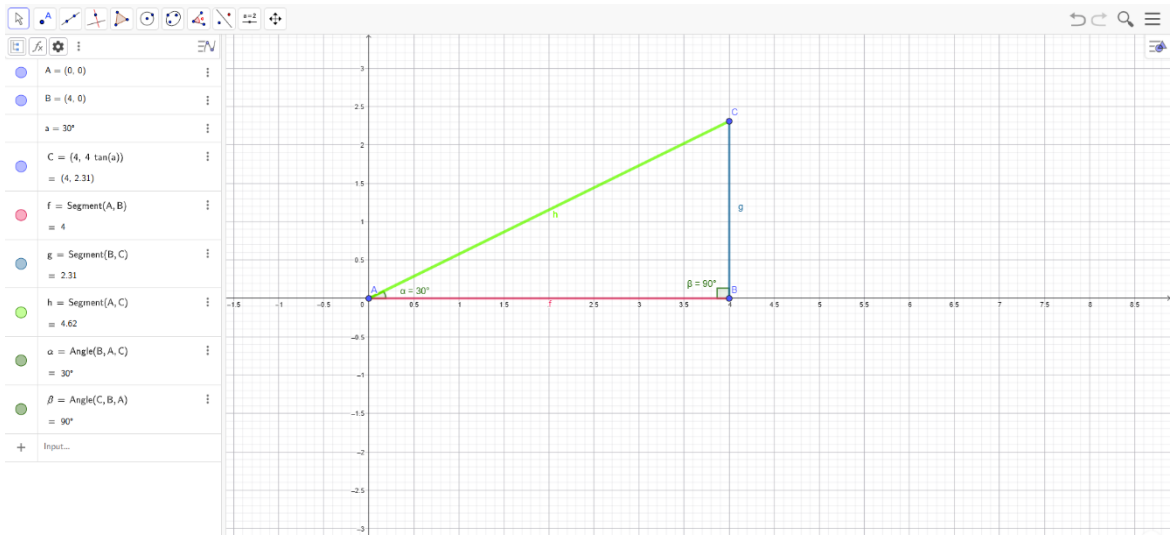
4.5.2. Etapa 2: Exploraciones con GeoGebra.

Sesión 1: Triángulo rectángulo interactivo.

- GeoGebra para la construcción de un triángulo.
- Identifica los catetos y la hipotenusa.
- Relación que forma un ángulo.

Figura 8

Elaboración del triángulo rectángulo

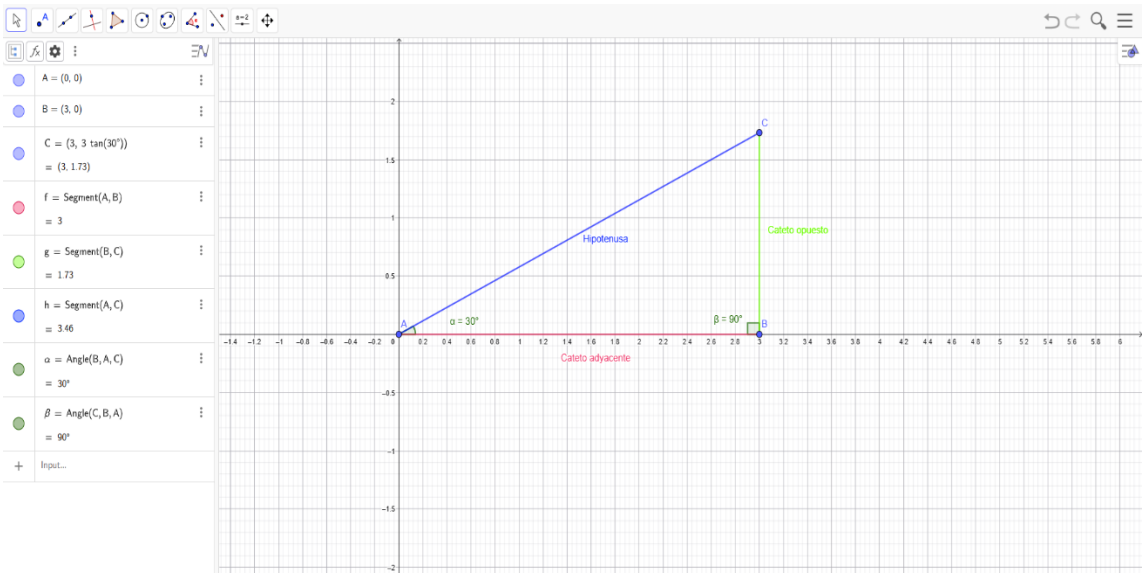


Nota: En la figura está construido el triángulo rectángulo

Para realizar la figura 8, en Geogebra primero se debe abrir la vista gráfica y en la barra de entrada escribe A =(0,0) y luego B =(4,0) para crear los puntos sobre el eje x; seguido de la definición del ángulo escribiendo a = 30° y crea el punto C usando la relación trigonométrica con C =(4, 4 tan (a)), donde 4 se ubicará el punto verticalmente desde B; luego usando la herramienta “Segmento entre dos puntos” une A con B, B con C y A con C, formando el triángulo; finalmente, se puede utilizar la herramienta “Ángulo” y marcar el ángulo a 30° en A y el ángulo de 90° en B y de esta manera llegar al triángulo rectángulo debidamente medido.

Figura 9

Identificación de catetos e hipotenusas



Nota: En la figura se identifican los catetos e hipotenusas

Para llevar a cabo esta construcción en GeoGebra se debe abrir la vista gráfica y en la barra de entrada escribir A = (0,0) y luego B = (3,0) para ubicar la base del triángulo sobre el eje x; luego se debe definir el ángulo escribiendo α = 30° y para crear el punto C, se recomienda utilizar la relación trigonométrica C = (3, 3 tan(α)); de esta forma se coloca el punto por encima de B formando el cateto opuesto; a continuación se utiliza la herramienta "Segmento entre dos puntos" para unir A con B, B con C y A con C y así formar el triángulo; por último, se puede utilizar la herramienta "Ángulo" para marcar el de 30º en A y el de 90ª en B y si se desea en añadir textos para identificar el cateto adyacente, el cateto opuesto, y la hipotenusa.

Figura 10

Utilización del deslizador para variar el ángulo



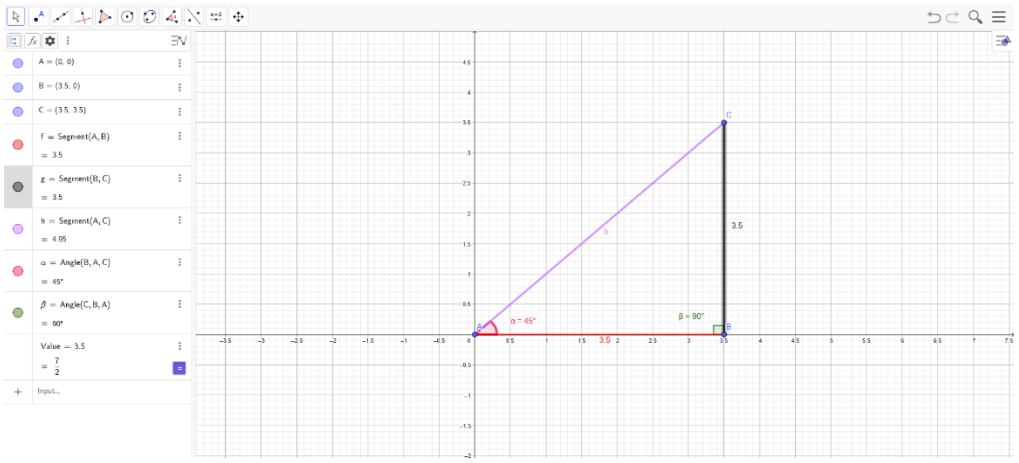
Nota: En la figura esta como se emplea el deslizador

Para crear la figura 10, en GeoGebra a través de un deslizador, primero se crea un deslizador desde la herramienta correspondiente y nómbralo, por ejemplo, α. También se configura su intervalo (de 0° a 90° por ejemplo); Luego se escribe en la barra de entrada A = (0,0) y B = (4,0) para fijar la base del triángulo, después se debe definir el punto C mediante la expresión C = (4, 4 tan(α)), de modo que su altura cambia automáticamente al mover el deslizador; a continuación hacemos clic en la herramienta “Segmento entre dos puntos” unimos A con B, B con C y A con C formando el triángulo.

Finalmente se puede hacer uso de la herramienta “Ángulo” para ver los ángulos y colocar textos para definir el cateto adyacente, el opuesto y la hipotenusa, notando como todo se ajusta automáticamente al variar el deslizador.

Figura 11

Vinculación entre el ángulo y los lados



Nota: En la figura esta como se vincula el ángulo con los lados del triángulo

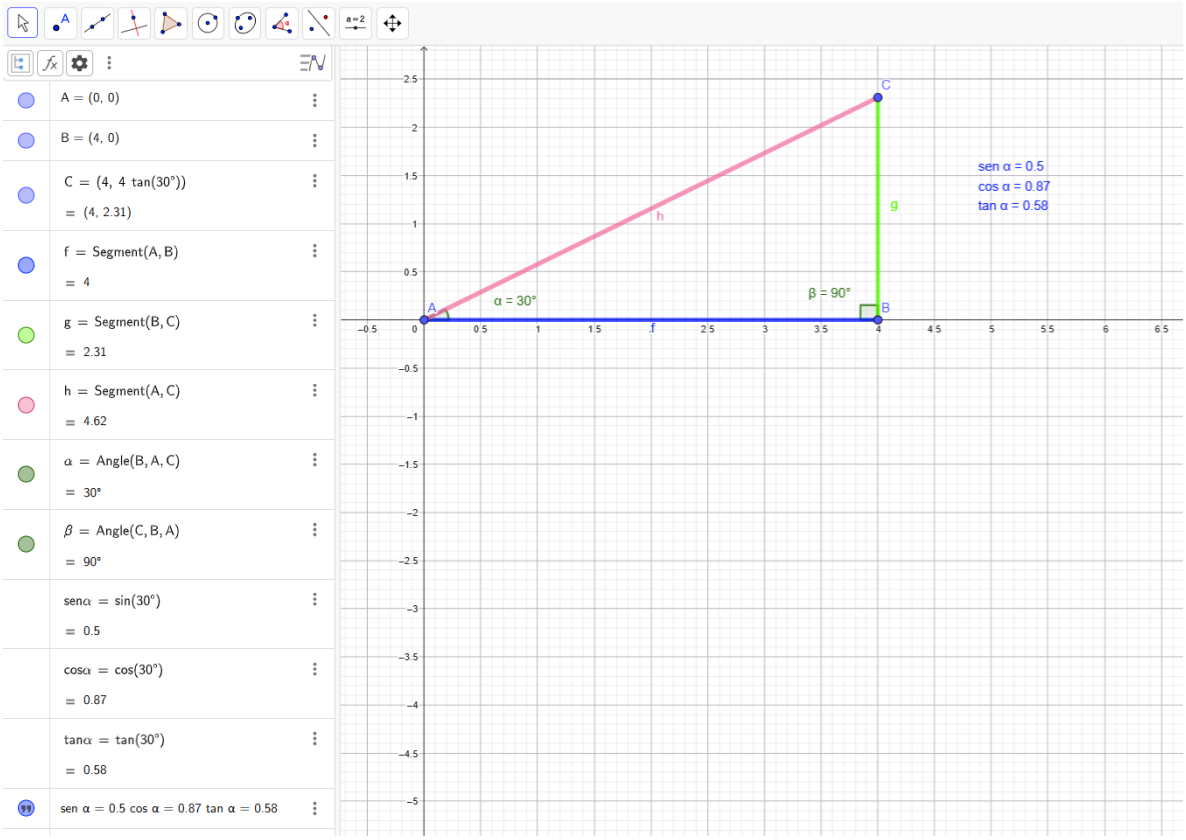
Para elaborar la figura 11, esta construcción en GeoGebra y mostrar la vinculación de un ángulo y los lados de un triángulo, primero hay que crear un deslizador llamado α con un rango, por ejemplo, de 0º a 90º; luego se ingresan A = (0,0) y B = (5,0) para establecer el cateto adyacente fijo; después se define C = (5, 5 tan (α)), de esta manera la altura (cateto opuesto) dependerá del ángulo; a continuación se hace uso de la herramienta “Segmento entre dos puntos” para conectar A con B, B con C y A con C construyendo el triángulo; y finalmente se utiliza la herramienta “Ángulo” para mostrar el ángulo en A, observando que al mover el deslizador las longitudes de los lados cambian automáticamente, existiendo una relación trigonométrica entre el ángulo y los catetos.

Sesión 2: Construcción de funciones seno, coseno y tangente.

- Uso de deslizadores en GeoGebra.
- Vigilancia de cómo escalan las causas.
- Funciones comparativas.

Figura 12

Representación de seno, coseno y tangente en triángulo rectángulo

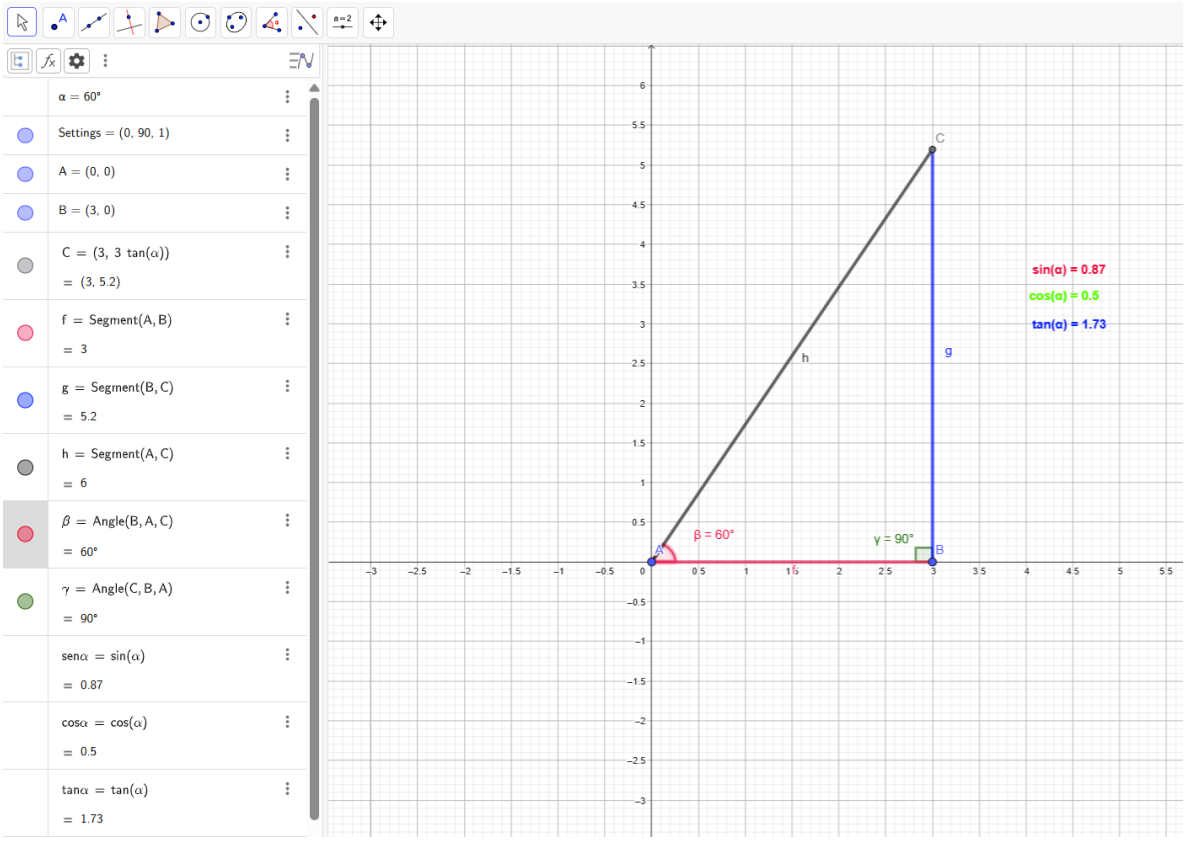


Nota: En la figura está la representación de seno, coseno y tangente del triángulo rectángulo

Para construir la figura 12, en GeoGebra y poder representar seno, coseno y tangente, primero se ingresan los puntos A = (0,0) y B = (4,0) para fijar la base del triángulo. Luego se define el ángulo al escribir α = 30° y se crea el punto C con C = (4, 4 tan(α)) para obtener el cateto opuesto. Luego se usa la herramienta “Segmento entre dos puntos” para que se una A con B, B con C y A con C, formando el triángulo rectángulo. Ahora se usa “ángulo” para marcar el ángulo en A y el de 90° en B. Y en la barra de entrada se definen las razones trigonométricas escribiendo senα = sin(30°), cosα = cos(30°) y tanα = tan(30°). Finalmente, se debe poner un texto dinámico mostrando esos valores.

Figura 13

Utilización del deslizador para modificar el ángulo

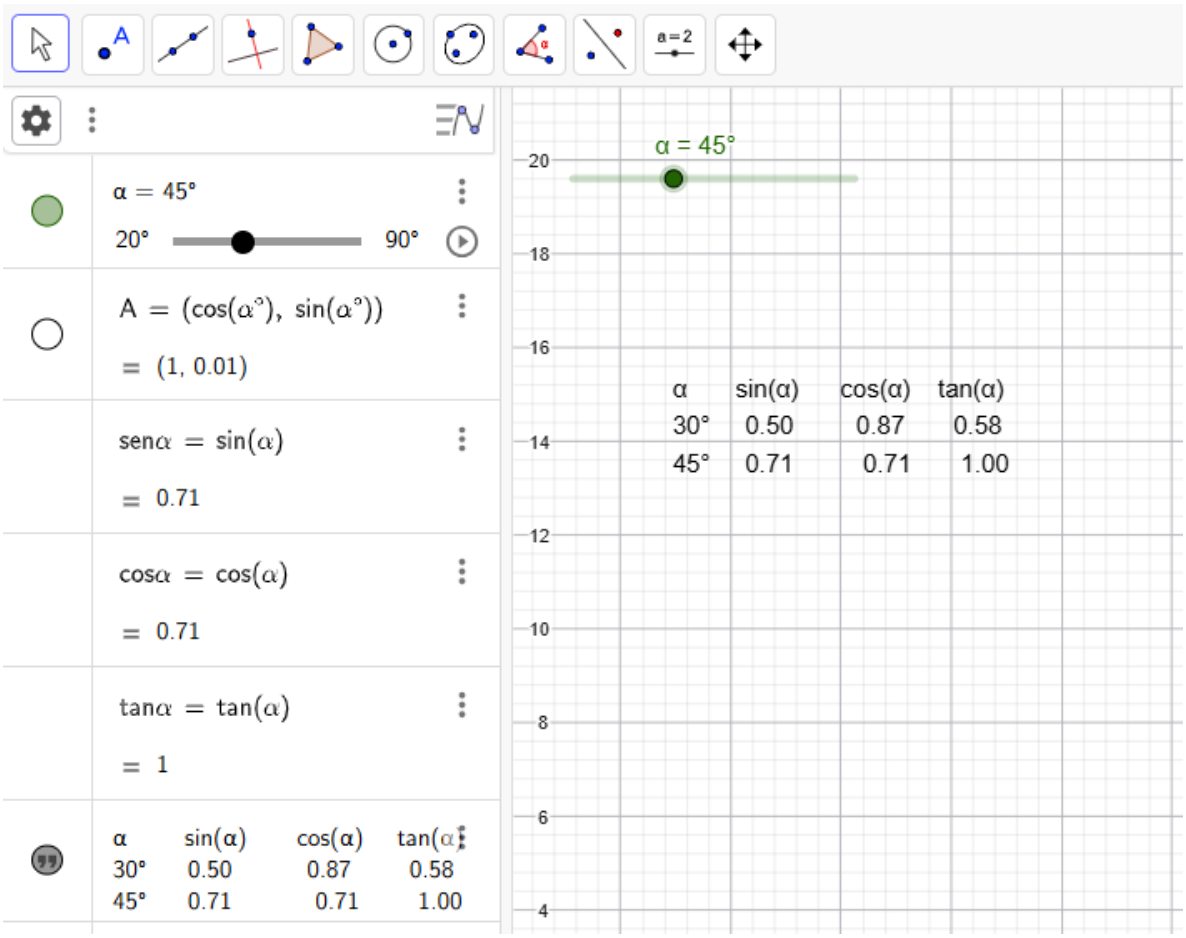


Nota: En la figura está la utilización del deslizador para poder modificar el ángulo

Para construir la figura 13, en GeoGebra mediante un deslizador que modifique el ángulo y las razones trigonométricas, primero se debe crear un deslizador llamado α (por ejemplo, de 0° a 90°); luego ingresar los puntos A = (0,0) y B = (3,0) para definir la base del triángulo, después crear el punto C con la expresión C = (3, 3 tan(α)), de modo que su altura cambie dinámicamente al mover el deslizador; a continuación se usa la herramienta "Segmento entre dos puntos" para unir A con B, B con C y A con C formando el triángulo rectángulo, y utiliza la herramienta "Ángulo" para mostrar el ángulo en A y el ángulo recto en B; finalmente, en la barra de entrada se debe definir senα = sin(α), cosα = cos(α) y tanα = tan(α), y añade un texto dinámico para visualizar estos valores, observando cómo cambian automáticamente al mover el deslizador.

Figura 14

Variación dinámica de valores de tipo trigonométricos



Nota: En la figura está la variación dinámica de valores de tipo trigonométricos

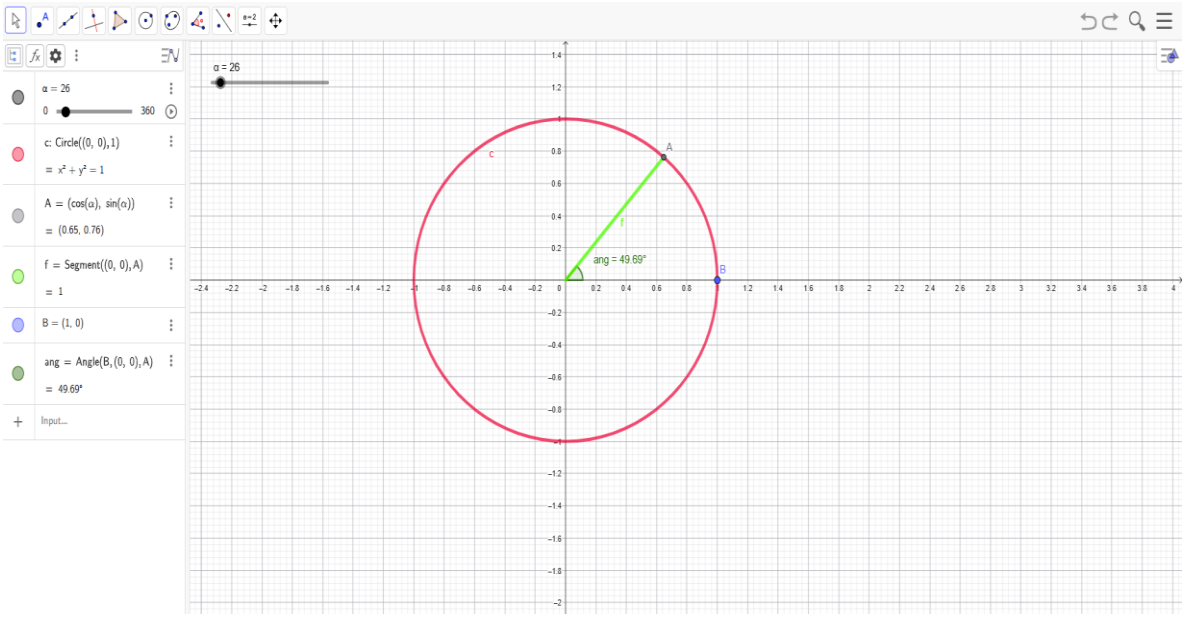
Para crear la figura 14, en GeoGebra e ir observando de forma dinámica el seno, coseno y tangente, primero se debe crear un deslizador llamado α, que por ejemplo tome un rango de 20° a 90°. Luego se debe definir un punto en la circunferencia unitaria escribiendo A = (cos(α), sin(α)), a fin de ver cómo cambian sus coordenadas al variar el ángulo. Posteriormente, en la barra de entrada define las funciones senα = sin(α), cosα = cos(α) tanα = tan(α) para observar la evolución de sus valores. Luego, con la herramienta de texto o de tabla puedes mostrar estos valores en pantalla (los puedes escribir a mano o hacer un texto dinámico que los incluya). Por último, al mover el deslizador notarás cómo cambia de forma simultánea el punto y los valores trigonométricos.

Sesión 3: Circulo trigonométrico

- Representación en GeoGebra
- Coordenadas como función del ángulo.
- Entendimiento visual del seno y el coseno.

Figura 15

Representación del círculo trigonométrico

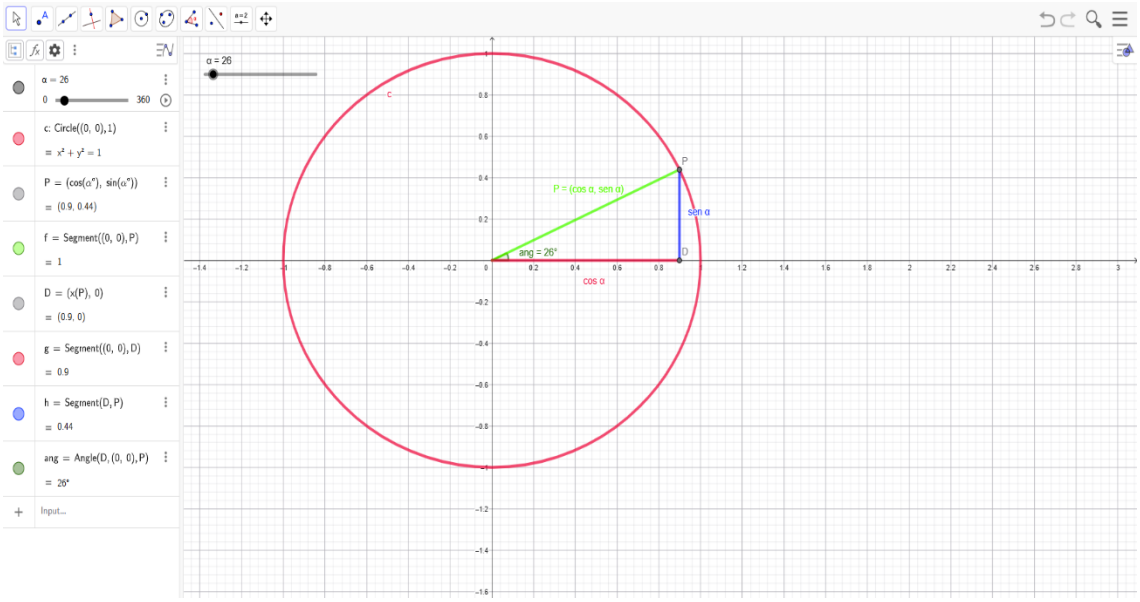


Nota: En la figura está la representación del círculo trigonométrico

Con el fin de crear el círculo trigonométrico en GeoGebra, en primer lugar se debe establecer un deslizador α entre 0° y 360°, definir el centro O = (0,0) y dibujar el círculo unitario con c = Circle(O,1); luego crear un punto móvil A = (cos(α), sin(α)) para que se mueva de manera automática al ajustar el ángulo; traza el radio con la herramienta “Segmento entre dos puntos” vinculando O y A, añadir un punto auxiliar en el eje x para ilustrar la proyección del coseno; últimamente, usa la herramienta “Ángulo” para mostrar α desde el eje positivo x hasta el radio, y al trasladar el deslizador pudiendo ver la manera en que se construye dinámicamente el círculo trigonométrico y las operaciones seno y coseno.

Figura 16

Relación entre ángulo y coordenadas



Nota: En la figura está la relación que se da entre ángulo y coordenadas

Para elaborar esta figura en GeoGebra y visualizar la vinculación respecto a la inclinación y las coordenadas, en primer lugar crear un deslizador α de 0° a 360°, definir el centro como O = (0,0) y marcar el círculo unitario junto a c = Circle (O,1); luego crear el punto móvil en el círculo indicando P = (cos(α), sin(α)) para representar las coordenadas del ángulo; a continuación, une O con P usando el método “Secuencia entre dos puntos” (radio) y también se es posible trazar las proyecciones en los ejes diseñando segmentos desde P al eje x e y para observar el coseno y el seno; últimamente, usar el método “Ángulo” para ilustrar el ángulo correspondiente al eje x positivo hasta el radio, y al mover el deslizador verás de qué manera varían las coordenadas del punto inicial y la conexión directa con las fórmulas trigonométricas.

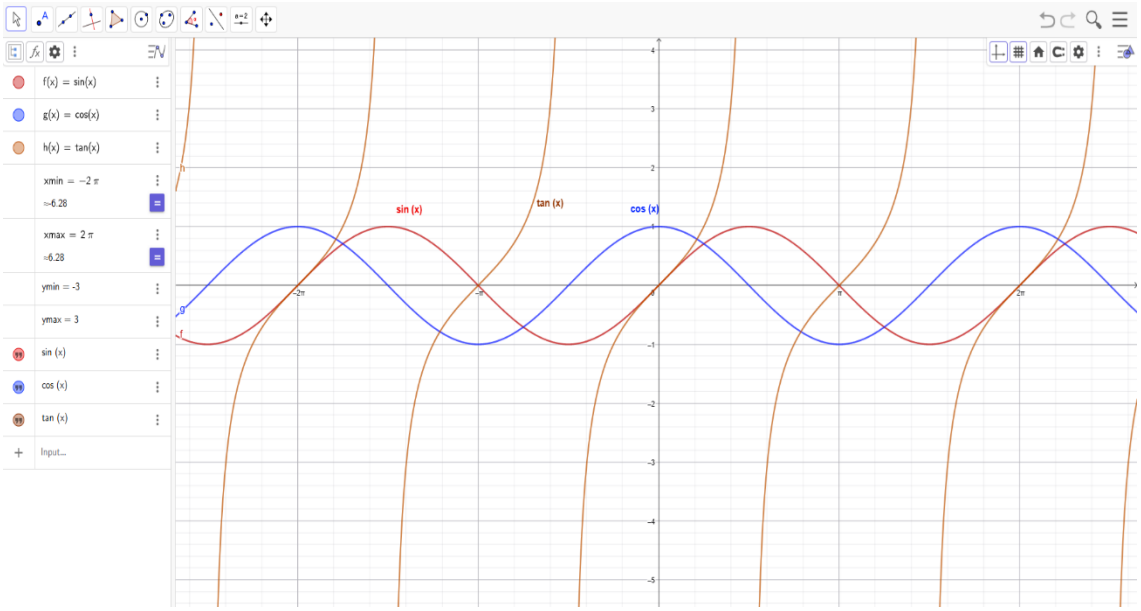
4.5.3. Etapa 3: Ejecución

Sesión 4: Gráficas trigonométrico

- Graficar seno, coseno y tangente
- Graficar amplitud y periodo

Figura 17

Gráficas de seño, coseno y tangente



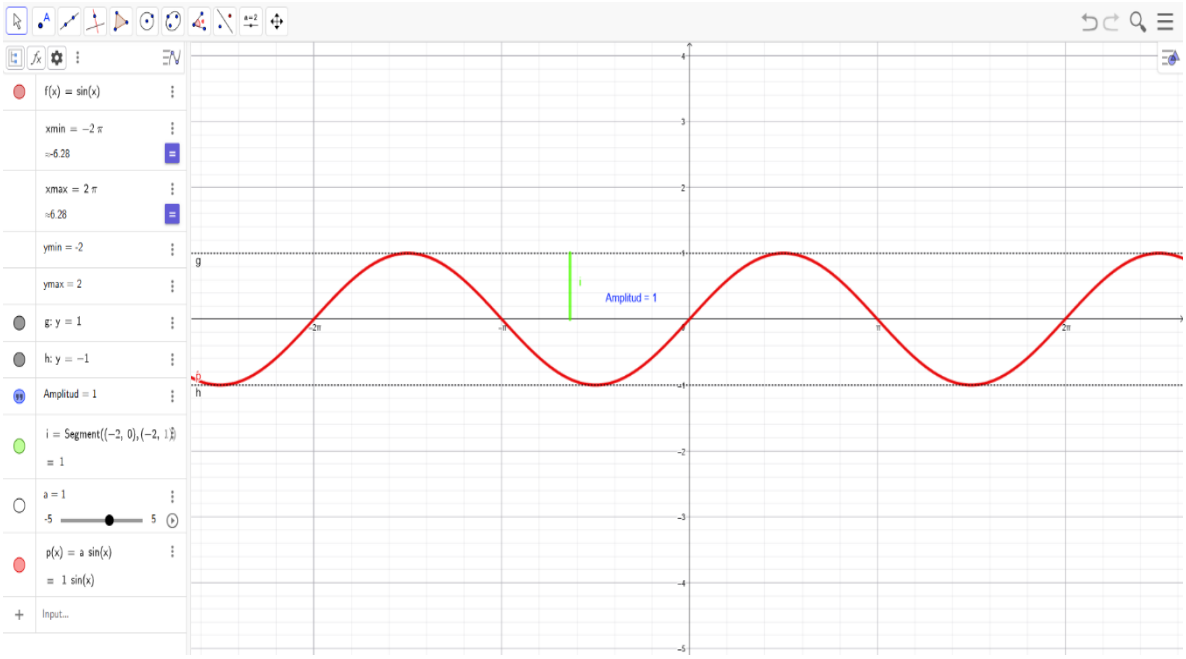
Nota: En la figura se visualizan las gráficas del seno, coseno y tangente

Para hacer las ilustraciones de seno, coseno y tangente usando GeoGebra, primero se debe abrir la interfaz gráfica y en la barra de ingreso escribiendo de manera directa las funciones f(x) = sen(x), g(x) = cos(x) y h(x) = tan(x), y automáticamente se dibujarán sus curvas; luego se debe personalizar la vista (zoom) para evidenciar mejor varias fluctuaciones, por ejemplo entre -2π y 2π; se debe ajustar los colores de alguna función para diferenciarlas (por ejemplo rojo con respecto a seno, azul para coseno y otra tonalidad para tangente) y ejecutar la cuadrícula.

Últimamente se debe observar cómo el seno y el coseno constituyendo ondas regulares suaves mientras que la tangente tiene asíntotas verticales, lo que te permitiría comparar visualmente el funcionamiento de las tres operaciones trigonométricas.

Figura 18

Amplitud de la función seno

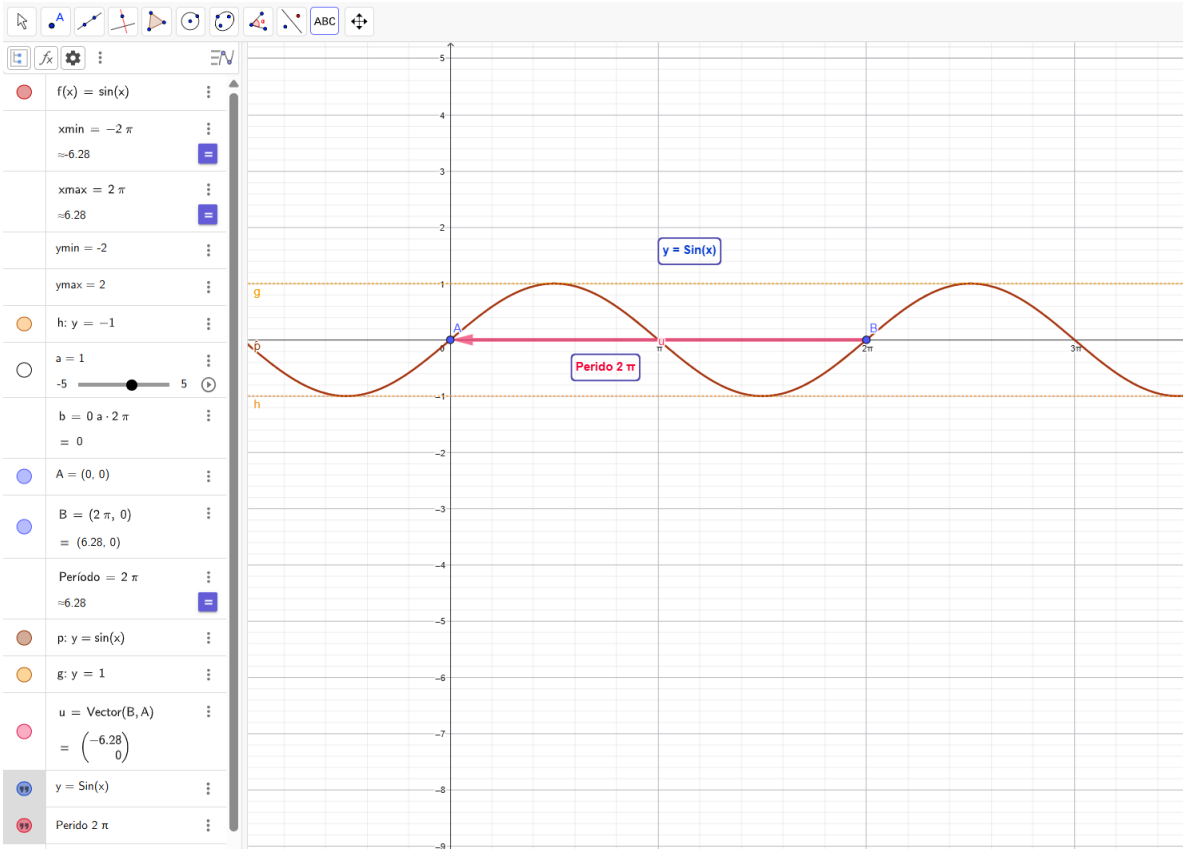


Nota: En la figura se visualizan las ondas de la amplitud de la función seno.

Para desarrollar la figura 18, en GeoGebra y ver la amplitud de la función seno, en primer lugar, se debe abrir la pantalla gráfica y redactar la función f(x) = sen(x) para que salga la onda, luego se debe crear un deslizador denominado a (por ejemplo de 1 a 5) y establecer una nueva función p(x) = a*sen(x) para que la amplitud sea medida por el deslizador, después es posible agregar líneas horizontales indicando y = a hasta -a para marcar los extremos de la amplitud, y si se quiere utilizar la herramienta de “Segmento” para ilustrar una línea vertical partiendo de -a hasta a para representar visualmente la amplitud, y finalmente al mover el deslizador y observar cómo cambia dinámicamente la altura de la onda, se debe evidenciar claramente la influencia de la amplitud sobre la función seno.

Figura 19

Periodo de la función = 2π

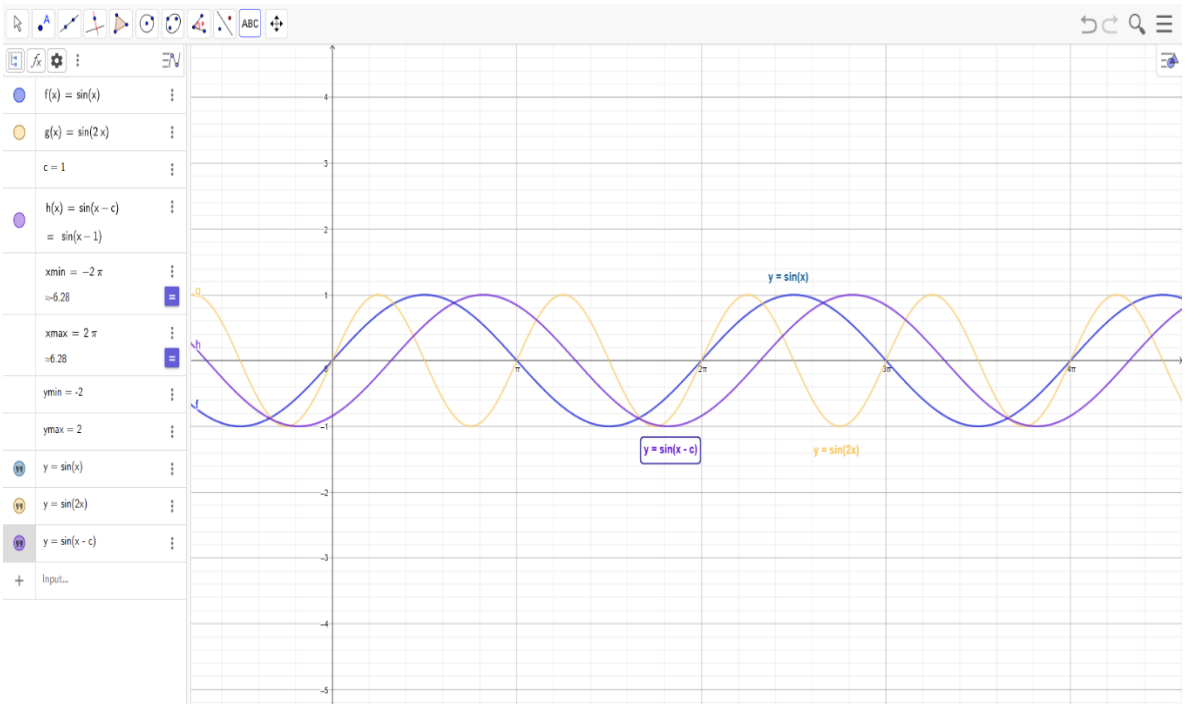


Nota: En la figura se visualizan las ondas del periodo de la función = *2π*

Para desarrollar la figura 19, en el programa GeoGebra y reflejar el intervalo de la función seno, en primer lugar se debe introducir en el ícono de entrada f(x) = sin(x) con el fin de ilustrar la función; luego se debe personalizar la vista gráfica para evidenciar varios ciclos, que se da entre −2π y 2π; posteriormente crea dos puntos en el eje x que reflejen el período completo, tal como A = (0,0) y B = (2π,0), y se debe emplear el recurso “Segmento” o “Vector” para vincularlos y graficar la longitud del período; posteriormente se puede incluir un texto dinámico que indicar el “Período = 2π” y, cuando se lo requiera, dibujar líneas de forma horizontal como y = 1 y y = -1 para señalar los niveles máximos y mínimos; últimamente, continuando con la observación de cómo la separación horizontal en medio de dos puntos correspondientes de la onda equivalente a 2π, simbolizando el intervalo de la función seno.

Figura 20

Transformaciones de funciones trigonométricas

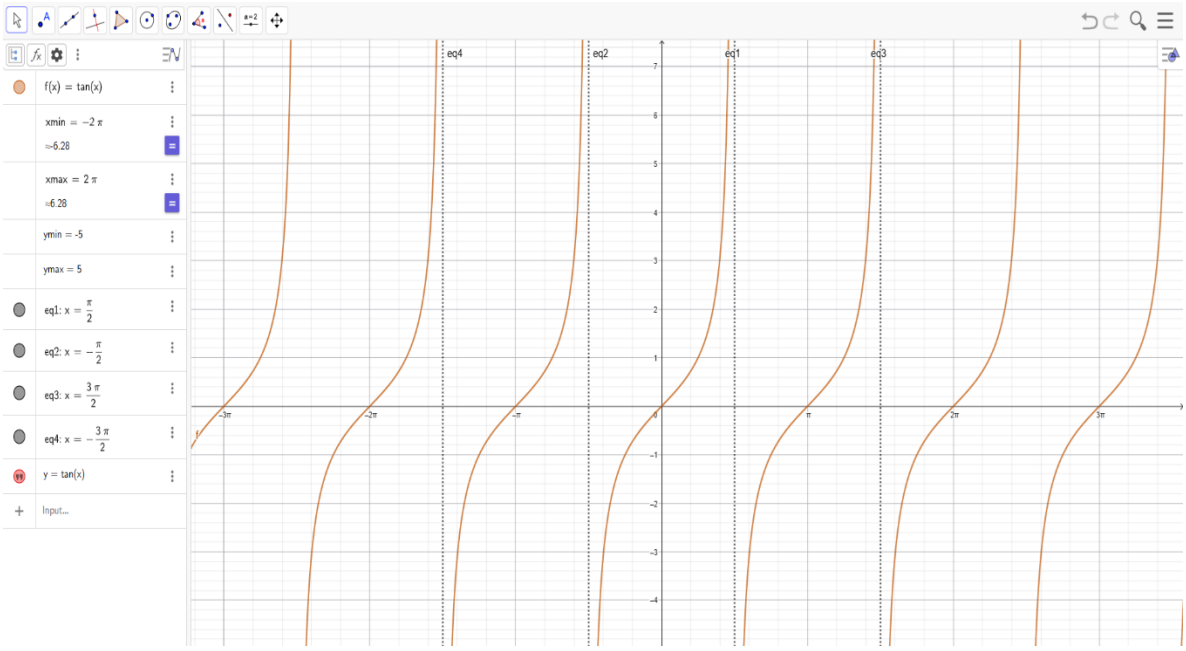


Nota: En la figura se indican las ondas de las transformaciones trigonométricas

Con el fin de crear la figura 20, en GeoGebra y ver variaciones de funciones trigonométricas, inicialmente se debe redactar en la barra de inicio la función base f(x) = sin(x), luego se debe establecer diversas funciones modificadas como g(x) = sin(2x) para ajustar la frecuencia (devolver la onda más ágil) y h(x) = sin(x - c), creando anteriormente un deslizador c para gestionar el desplazamiento horizontal, luego ajustar la visualización gráfica para analizar múltiples oscilaciones (tales como entre −2π y 2π) y ajustar los colores de cada función con el fin de diferenciarlas, finalmente al desplazar el deslizador se tendrá la oportunidad de observar cómo la gráfica se mueve horizontalmente y comparar de manera visual las modificaciones en amplitud, periodo y fase en relación a la función seno original.

Figura 21

Comportamiento de la función tangente



Nota: En la figura se indican las ondas del comportamiento de la función de la tangente

Para construir la figura 21, en GeoGebra y ver cómo se comporta la función tangente, primero se debe redactar en la barra de entrada f(x) = tan(x) para trazarla; luego regular la visualización gráfica (por ejemplo entre −2π y 2π) para ver múltiples repeticiones de la función; posteriormente agregar las asíntotas de forma vertical redactando ecuaciones como x = π/2, x = -π/2, x = 3π/2, x = 3π/2, los cuales son las cifras en los que la función no está definida; luego se puede ajustar el estilo de dichas rectas a líneas punteadas con el fin de diferenciarlas de la gráfica.

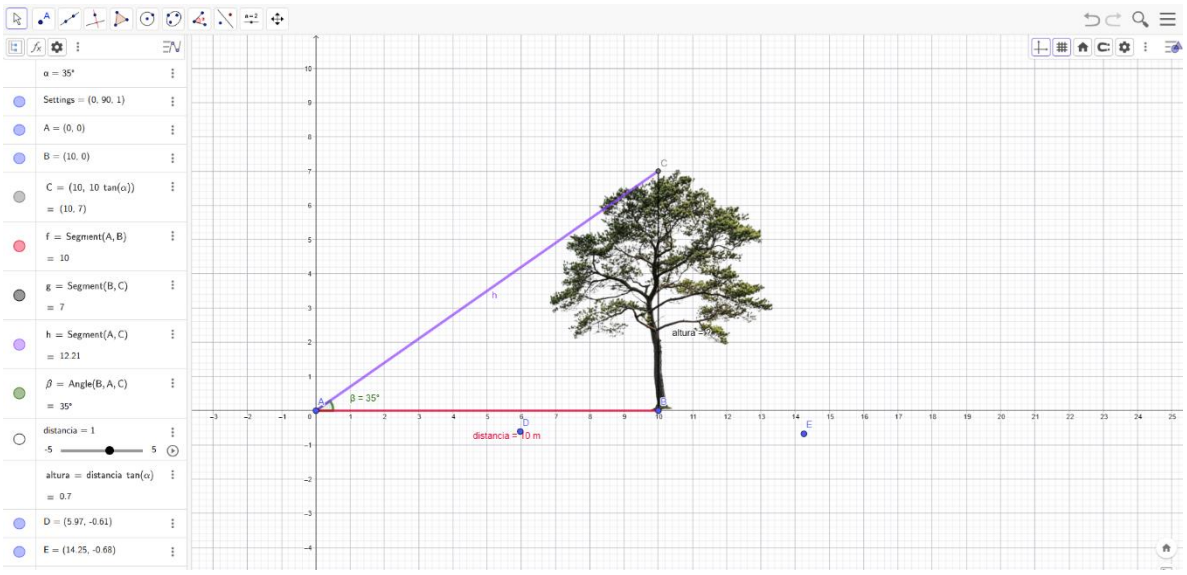
Últimamente se debe observar cómo la función crece y decrece continuamente entre las asíntotas y se repite frecuentemente, mostrando su comportamiento característico.

Sesión 5: Problemas auténticos con GeoGebra

- Altura de un árbol
- Alcance de un edificio

Figura 22

Determinación de la altura de un árbol



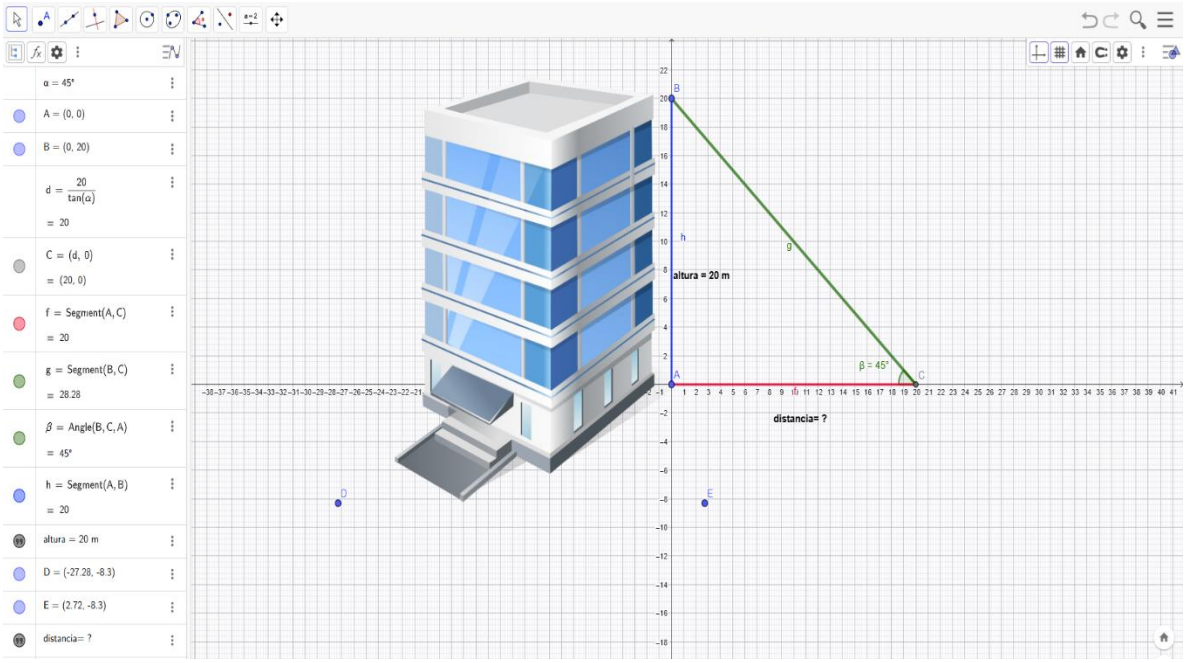
Nota: En la figura se indican la altura de un árbol en función de sus variantes

Para crear la figura 22, en GeoGebra y encontrar la altura de un árbol, en primer lugar crear un deslizador con el fin del ángulo (por muestra α) y otro con el fin de la distancia si se requiere hacerlo dinámico; luego se debe establecer los puntos A = (0,0) (observador) y B = (d,0) donde d es la longitud al árbol (por muestra 10), y posteriormente crear el punto C = (d, d*tan(α)) para mostrar la altura del árbol utilizando la tangente; luego emplear el instrumento “Segmento entre dos puntos” con el fin de vincular A con B (suelo), B junto a C (altura) y A junto a C (línea de visión), creando un triángulo rectángulo.

Por último se puede introducir una información dinámica como elevación = d*tan(α) y, si se apetece, se debe agregar un gráfico del árbol en el punto B para hacer más realista la representación viendo cómo varía la altura al cambiar la inclinación o la distancia.

Figura 23

Determinación de la altura del edificio en función de la distancia mediante trigonometría



Nota: En la figura se indican la altura de un edificio en función de sus variantes dado como sombra.

Para desarrollar esta figura usando GeoGebra y definir la altura de un edificio basándose en de la distancia, se comienza creando un deslizador basado en el ángulo (como α) y, opcionalmente, otro basado en la distancia d; luego se establecen los puntos A = (0,0) que es el punto de observación y C = (d,0) como la base de la edificación, y se establece el punto B = (d, d + tan(α)), de modo que la medida de altura se determine directamente del ángulo; posteriormente se emplea el método “Segmento entre dos puntos” con el fin de relacionar A junto a C (distancia), C respecto a B (altura del edificio) y A junto con B (línea de visión), creando de esta manera un triángulo rectángulo; últimamente se puede agregar una variable dinámica como altura = d*tan(α) y, cuando se requiera, mostrar una imagen de la edificación sobre el segmento vertical, verificando cómo varían los valores al ajustar el ángulo o la distancia.

4.5.4. Etapa 4: Valoración

- Post test
- Comparación con pretest
- Uso de GeoGebra en la evaluación

El uso de GeoGebra durante la valoración puede presentarse como un instrumento participativo posibilita a los alumnos a explorar, revisar y aplicar nociones matemáticas de forma visual e interactiva. Por ejemplo, puede evaluarse la comprensión a través de la creación de figuras, la utilización de deslizadores, el entendimiento de gráficas o la validación de conexiones como las trigonométricas, en las que el alumno no solamente obtiene un resultado sino que expone su proceso. Además, el docente es capaz de plantear actividades en las cuales se analicen cambios, se planteen conjeturas y se detallen resultados, favoreciendo así una valoración más formativa, enfocada en la razonabilidad, la interpretación y la utilización de herramientas digitales para solucionar problemas.

- Feedback

El feedback que proporciona GeoGebra en la evaluación es inmediato, visual y continuo, lo que permite al estudiante reconocer sus errores y aciertos de forma instantánea mientras interactúa con estructuras, gráficas o deslizadores; como muestra, al cambiar un valor y ver los cambios en tiempo real, el alumno puede comprobar si su proceso es correcto, lo cual favorece la evaluación personal; a su vez, el docente puede enriquecer este proceso con un feedback guiado, señalando factores a mejorar, planteando preguntas que estimulen el razonamiento y resaltando los logros alcanzados, lo cual promueve un sistema educativo más relevante y reflexivo.

4.6. Materiales didácticos

- GeoGebra (herramienta principal). Este material se emplea para la construcción de gráficas, visualización de operaciones trigonométricas y manipulación de valores en tiempo real. Porque posibilita una interpretación más visual y dinámica, ayudando al estudiante a relacionar conceptos

complejos con representaciones visuales y dinámicas, optimizando de esta manera el aprendizaje significativo

- Celular o computadora. Este material se emplea para abrir GeoGebra e ingresar a los recursos digitales; tratándose del medio tecnológico que posibilita usar herramientas interactivas, favoreciendo una formación activa y autónomo.

- Proyector. Este material se usa para mostrarle a toda la clase explicaciones, ejemplos y actividades. Porque permite la enseñanza grupal, todos los estudiantes, pudiendo observar las construcciones y los argumentos al mismo tiempo.

- Guías de trabajo. Este material se emplea con el fin de guiar las actividades, los ejercicios y los procesos de aprendizaje. Están estructurando el proceso de aprendizaje, guían al alumno paso a paso y fortalecen la comprensión sobre los contenidos.

4.7. Estrategias de enseñanza

Las estrategias de enseñanza aplicadas son las siguientes:

- Software para visitas guiadas. Se utiliza durante la realización de las tareas en GeoGebra, en el cual el docente guía a los alumnos en la elaboración de figuras, utilización de deslizadores, representación de operaciones trigonométricas y valoración de los resultados. Permite al alumnado descubrir por sí mismos relaciones matemáticas, como la relación ángulo-lados, cómo se comportan las operaciones seno, coseno y tangente y la interpretación de sus diagramas. Porque posibilita un aprendizaje activo, relevante y constructivista donde el estudiante no únicamente obtiene información, sino que la transforma mediante la conexión con el software, promoviendo la comprensión de ideas abstractas y disminuyendo la memorización mecánica.

- Visualización animada. Se emplea en la representación visual de operaciones (seno, tangente, coseno) y las variaciones. Para comprender mejor conceptos abstractos tales como la amplitud, el periodo y la fase. Es que ver el desplazamiento y los cambios contribuye a construir sentido matemático.

- Simulacro de problemas reales. Se emplea en actividades donde se trasladan a situaciones de un ambiente (alturas, distancias métricas, ondas, etc.) funciones trigonométricas. Para conectar la ciencia matemática con la realidad. Porque incrementa la motivación y revela la relevancia de la trigonometría.

- Colaborativo Aprendizaje. En el trabajo en grupo, la solución de ejercicios y debate de los resultados. Para que los alumnos intercambien ideas y aprenden entre ellos. Porque la formación social fortalece el pensamiento crítico y la comprensión.

- Respuesta inmediata. Es adecuado para ejercicios o actividades digitales donde el estudiante obtiene retroalimentación inmediata; detectando errores y corregirlos con mayor rapidez; mejorando el desempeño y previene que los fallos se queden en el aprendizaje.

CAPITULO 5

5. Análisis de resultados

En este capítulo se dan los resultados de un test diagnóstico, un cuestionario y un test final donde se evidencia si ha mejorado o no, el aprendizaje de las funciones trigonométricas. El diagnóstico revelaría las limitaciones en el conocimiento básico y en la solución de problemas. Los resultados del cuestionario señalarían si existe o no, una comprensión media, y también una percepción hacia las estrategias a utilizar. Los resultados de la prueba final indicarían si se daría un avance significativo en lo relacionado con la trigonometría.

5.1. Análisis de la encuesta – Anexo A (20 estudiantes).

De la encuesta se tienen los siguientes hallazgos que son:

Tabla 3

Estadísticos descriptivos

	N	Mínimo	Máximo	Media	Desviación estándar
Trigonometría	20	1.00	3.60	2.5000	.77187
Pedagogía	20	1.00	4.40	2.8100	.93240
Motivación	20	1.00	4.00	2.5700	.88324
Evaluación de Aprendizaje	20	1.00	4.40	2.8100	1.06717
Total	20	1.15	3.70	2.6725	.76390
N válido (por lista)	20				

Nota: En la tabla están los estadísticos descriptivos de los parámetros dados

La tabla 3, presenta los estadísticos descriptivos de las cuatro dimensiones que evaluaron a los estudiantes de trigonometría, pedagogía, motivación y evaluación de aprendizajes. Muestra de 20. En relación con la media, se aprecia que los valores están entre 2.50 y 2.81 en escala de 1 a 5, lo que indica el nivel medio en todas las variables. La media más alta se da en la dimensión que hace referencia a pedagogía y evaluación del aprendizaje (2.81), donde parece haber mayor percepción hacia las estrategias docentes y procesos de evaluación.

En el otro caso la trigonometría presenta la media más baja con (2 50). Esto sugiere mayores dificultades en el dominio de los contenidos. Las desviaciones estándar referentes a las dispersión evidencian variabilidad moderada, pero la más alta corresponde a la evaluación del aprendizaje (1.067), lo que refleja opiniones más heterogéneas en esta dimensión.

Desde una propuesta interpretativa, estos resultados muestran que a pesar de que los estudiantes tienen percepción positiva sobre las estrategias pedagógicas se siguen encontrando limitaciones en el aprendizaje de la trigonometría, vinculando con una motivación intermedia (2.57). Esto sugiere que el procedimiento de enseñanza-aprendizaje no ha sido totalmente efectivo; es necesario fortalecerlo con estrategias más dinámicas, contextualizadas que aumenten el interés y mejoren la comprensión conceptual.

De igual forma, a partir de este análisis, se puede evidenciar que los métodos tradicionales no benefician a todos los alumnos por igual, por lo que también tiene que modificarse el sistema evaluativo para atender la variedad del aula y que se consoliden aprendizajes más significativos.

Tabla 4

Frecuencias de la dimensión de trigonometría

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	**1.00**	1	5.0	5.0	5.0
	1.20	1	5.0	5.0	10.0
	1.40	1	5.0	5.0	15.0
	1.80	1	5.0	5.0	20.0
	2.00	2	10.0	10.0	30.0
	2.20	2	10.0	10.0	40.0
	2.40	1	5.0	5.0	45.0
	2.60	3	15.0	15.0	60.0
	3.00	3	15.0	15.0	75.0
	3.20	2	10.0	10.0	85.0
	3.40	1	5.0	5.0	90.0
	3.60	2	10.0	10.0	100.0
	Total	20	100.0	100.0	

Nota: En la tabla están las frecuencias de la dimensiones 1, denominada trigonometría

La Tabla 4 expone la distribución de frecuencias que corresponde a la dimensión aprendizaje de la trigonometría respecto a 20 estudiantes. Los resultados muestran que los valores que se han logrado, están entre 1.00 a 3.60, reflejando la percepción del aprendizaje que tienen los estudiantes evaluados. Las frecuencias más altas se agrupan en los valores de 2,60 y 3,00 que tienen un 15 % de frecuencia cada una. A continuación, se tienen los valores de 2,00, 2,20, 3,20 y 3,60 con un 10 % de frecuencia. En contraste, los niveles de valores inferiores poseen menor frecuencia, (5%) en cada caso, que indica que en una baja proporción de estudiantes hay niveles deficientes.

En lo interpretativo, estos resultados muestran que la mayor parte de los estudiantes se sitúa en niveles intermedios del aprendizaje, específicamente entre los valores 2.60 y 3.20. Esto indica que poseen un control básico de las nociones sobre trigonometría, pero no un control alto de las mismas. La escasa presencia de valores mínimos indica que el aprendizaje no es crítico. La ausencia de concentraciones en niveles superiores indica que hay limitaciones para lograr un conocimiento más profundo que el de la trigonometría.

Como resultado, se concluye que la dimensión aprendizaje de la trigonometría tiene un nivel medio, así, se generan el fortalecimiento de procedimientos de enseñanza y aprendizaje, mediante la implementación de estrategias innovadoras. Estos hallazgos validan la importancia de la investigación, la misma que busca contribuir al saber, al hacer y al significar de los contenidos trigonométricos de los alumnos del primer año de secundaria. Como un complemento a lo anterior, el análisis del porcentaje acumulado permite visualizar que el 75% de los estudiantes alcanzan valores iguales o inferiores a 3.00, lo cual refuerza que hay una tendencia a tener un aprendizaje intermedio.

Este comportamiento refleja la presencia de algún tipo de conceptualización en los estudiantes, pero también demuestra que no se ha facilitado la consolidación. La dispersión de los datos muestra heterogeneidad del grupo, por lo que se deben aplicar estrategias diferenciadas.

Tabla 5

Frecuencias de la dimensión de pedagogía

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	**1.00**	1	5.0	5.0	5.0
	1.60	2	10.0	10.0	15.0
	1.80	2	10.0	10.0	25.0
	2.00	1	5.0	5.0	30.0
	2.40	2	10.0	10.0	40.0
	3.00	3	15.0	15.0	55.0
	3.20	2	10.0	10.0	65.0
	3.40	2	10.0	10.0	75.0
	3.60	2	10.0	10.0	85.0
	3.80	1	5.0	5.0	90.0
	4.00	1	5.0	5.0	95.0
	4.40	1	5.0	5.0	100.0
	Total	20	100.0	100.0	

Nota: En la tabla están las frecuencias de la dimensiones 2, denominada pedagogía

La tabla 5 muestra la distribución de frecuencias de la dimensión pedagogía de una muestra de 20 estudiantes. Los datos que se tienen se mueven entre 1.00 y 4.40, reflejando mayor amplitud que la dimensión anterior. Se aprecia que la observación con mayor frecuencia es de 3.00, la cual tiene un 15% y varios valores intermedios como 1.60, 1.80, 2.40 3.20, 3.40 y 3.60 tiene un 10%. Los valores extremos son los menos frecuentes (5%) como los estudiantes que perciben estrategias pedagógicas con nivel muy bajo o muy alto de aprendizaje.

Respecto a la interpretación los resultados manifiestan que la mayoría de los estudiantes se concentra dentro de niveles medios y medio-altos, sobre todo entre 2.40 y 3.60, en consecuencia, los educandos poseen una percepción relativamente favorable sobre las estrategias pedagógicas aplicadas sobre la enseñanza de la trigonometría. Asimismo, que haya valores más altos (hasta 4.40) indica que algunos alumnos ven un buen nivel en el actuar docente. Sin embargo, la dispersión de los datos también evidencia cierta variabilidad en las percepciones, lo que sugiere que las estrategias no afectan a todos los estudiantes de la misma manera.

Tabla 6

Frecuencias de la dimensión de motivación

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	**1.00**	1	5.0	5.0	5.0
	1.40	2	10.0	10.0	15.0
	1.60	1	5.0	5.0	20.0
	1.80	2	10.0	10.0	30.0
	2.00	1	5.0	5.0	35.0
	2.20	1	5.0	5.0	40.0
	2.40	1	5.0	5.0	45.0
	2.60	1	5.0	5.0	50.0
	2.80	1	5.0	5.0	55.0
	3.00	3	15.0	15.0	70.0
	3.20	1	5.0	5.0	75.0
	3.40	2	10.0	10.0	85.0
	3.60	1	5.0	5.0	90.0
	3.80	1	5.0	5.0	95.0
	4.00	1	5.0	5.0	100.0
	Total	20	100.0	100.0	

Nota: En la tabla están las frecuencias de la dimensiones 3, denominada motivación

La tabla 6 da una distribución de frecuencias de la dimensión motivación de una muestra de 20 estudiantes, siendo la concentración de estos valores en rangos intermedios de la escala. El más frecuente es el de 3.00 con un 15 % de los sujetos. Otros valores fueron el 1.40, 1.80 y 3.40 fueron elegidos con un 10 % cada uno. Los niveles más bajos (1.00, 1.60, 2.00, otros) y más altos (3.80 y 4.00), según así 9.00, presentan menos frecuencias, es decir, pocos alumnos se encuentran en los extremos de la escala. El 70% de los estudiantes acumuló un porcentaje concentrado hasta el valor 3.00, por lo tanto, existe una tendencia a motivaciones medias.

Desde un enfoque interpretativo, estas evidencias parecen demostrar que la motivación de los alumnos hacia la trigonometría es moderada y no llega a ser alta de modo general. Según sugieren los datos, la percepción de motivación varía. Si bien predominan las respuestas intermedias, lo que puede interpretarse como que hay un capacidad para hacerlo (o fluctuante, o en desarrollo). Esto muestra la urgencia de optimizar abordajes

didácticos que propicien el interés y la activa participación del alumnado, desde el aula, para aumentar los niveles motivacionales y favorecer un aprendizaje significativo en la materia de trigonometría.

Tabla 7

Frecuencias de la dimensión de evaluación de aprendizaje

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	**1.00**	2	10.0	10.0	10.0
	1.20	1	5.0	5.0	15.0
	1.40	1	5.0	5.0	20.0
	1.80	1	5.0	5.0	25.0
	2.40	2	10.0	10.0	35.0
	2.80	1	5.0	5.0	40.0
	3.00	4	20.0	20.0	60.0
	3.20	2	10.0	10.0	70.0
	3.40	1	5.0	5.0	75.0
	3.80	2	10.0	10.0	85.0
	4.20	2	10.0	10.0	95.0
	4.40	1	5.0	5.0	100.0
	Total	20	100.0	100.0	

Nota: En la tabla están las frecuencias de la dimensiones 3.

Lo que se puede ver con la Tabla 7, es que la frecuencia de la dimensión evaluación del aprendizaje en una muestra de 20 estudiantes, cuenta con una mayor concentración en niveles intermedios y ligeramente superiores de la escala. El mayor valor observado fue 3.00 que alcanzaron un 20% de los participantes, tras ellos 1.00, 2.40, 3.20, 3.80 y 4.20 que alcanzan un 10%. Mientras que el 60% de los estudiantes se ubica hasta el valor 3.00, lo que indica que es de tendencia central.

Desde la perspectiva interpretativa, los estudiantes manifiestan una percepción moderadamente positiva de la evaluación del aprendizaje aunque no de forma homogénea. A partir de que hay respuestas distribuidas a niveles bajos y altos, se puede inferir que hay diversidad en la valoración por parte de los alumnos respecto a los procesos evaluativos. Esto puede tener que ver con sus experiencias de aprendizajes.

Tabla 8

Frecuencias de la encuesta total

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	**1.15**	1	5.0	5.0	5.0
	1.45	1	5.0	5.0	10.0
	1.55	1	5.0	5.0	15.0
	1.65	1	5.0	5.0	20.0
	2.00	1	5.0	5.0	25.0
	2.50	1	5.0	5.0	30.0
	2.55	3	15.0	15.0	45.0
	2.75	1	5.0	5.0	50.0
	2.95	1	5.0	5.0	55.0
	3.00	1	5.0	5.0	60.0
	3.05	3	15.0	15.0	75.0
	3.20	1	5.0	5.0	80.0
	3.55	1	5.0	5.0	85.0
	3.60	2	10.0	10.0	95.0
	3.70	1	5.0	5.0	100.0
	Total	20	100.0	100.0	

Nota: En la tabla están las frecuencias de la encuesta total

La tabla 8 muestra la frecuencia de respuestas de la encuesta total aplicada a los 20 estudiantes. Estas respuestas se concentran más que todo en los valores intermedios. Los valores que más se repiten son 2.55 y 3.05, ambos con un 15%, posteriormente el 3.60 con un 10%, el resto de valores tienen frecuencias del 5%. El acumulado sube hasta el valor 3.05 y el 75% de los estudiantes se ubica en ese valor o por debajo, confirmando una tendencia hacia la media. Los valores que van de 1.15 a 3.70 muestran variación en las respuestas, aunque no hay acumulaciones en niveles altos o bajos.

Desde la perspectiva de la interpretación, se concluye que, de forma general, alcanzan una percepción moderada con respecto al proceso de aprendizaje de la trigonometría, las estrategias pedagógicas, motivación y evaluación. Esta situación prueba la necesidad de seguir consolidando estrategias didácticas-evaluativas para contribuir al

desarrollo de un aprendizaje más positivo, una mayor motivación y un impacto positivo en el rendimiento académico del estudiante.

Tabla 9

Estadística de fiabilidad Alfa de Cronbach

Alfa de Cronbach	Alfa de Cronbach basada en elementos estandarizados	N de elementos
.850	.854	4

En la tabla 9, se presenta el análisis de fiabilidad del instrumento a partir del coeficiente Alfa de Cronbach, a partir del cual se obtuvo un valor de 0.850 lo que indica una alta fiabilidad. Otro resultado es el alfa basado en elementos estandarizados de 0.854. Las dimensiones que se evaluaron fueron 4. Un buen nivel de consistencia interna del instrumento ya que sus valores superan el valor mínimo aceptable 0.70, este hecho dice que las preguntas están adecuadamente correlacionadas entre sí, las mismas que están midiendo las variables propuestas.

Teniendo en cuenta la interpretación, el alto valor del Alfa de Cronbach confirma que el cuestionario utilizado tiene un valor confiable y es apropiado para medir el aprendizaje de la trigonometría, la estrategia pedagógica, la motivación y la evaluación del aprendizaje. Esto asegura que la información recolectada es verídica y puede ser utilizada sin inconvenientes para analizar resultados y tomar decisiones en la investigación. Como resultado y en base a los datos analizados, se concluye que el instrumento tiene calidad, lo que garantiza los resultados.

5.2. Análisis de la Prueba diagnóstica de Trigonometría – Anexo B (20 estudiantes).

En la pregunta que tiene el propósito de identificar la definición del seno en un triángulo rectángulo, se aprecia que una buena cantidad de estudiantes identifican correctamente la proporcionalidad entre cateto opuesto e hipotenusa. Sin embargo, también existen errores en los que algunos alumnos confunden esta razón con otras como el coseno o la tangente. Esto indica que, pese a conocer el concepto, no se encuentra aún afianzado

y se entiende más de memoria que verdaderamente comprende. Es fundamental fortalecer la comprensión de las razones trigonométricas desde la visualización geométrica.

En la pregunta que plantea una situación directa de la aplicación de la razón seno a partir de datos numéricos sencillos. En comparación con la pregunta anterior, hay una mejora notable en la ejecución, lo cual sugiere que algunos alumnos logran aplicar correctamente la fórmula cuando la información es explícita. De todos modos todavía hay errores en algunos casos en concreto sobre todo en lo que se refiere a la identificación de los elementos del triángulo. Esto implica que hay dificultad en la interpretación del problema en sí, no sólo en las sustituciones.

En la evaluación se pregunta qué razón trigonométrica relaciona el cateto adyacente con la hipotenusa. Las respuestas se han dispersado, algunos no identifican claramente el coseno y lo confunden con otras razones. Este resultado deja en evidencia debilidades conceptuales significativas en la diferenciación de las razones trigonométricas, lo cual podría tener un impacto negativo en aprendizajes posteriores si no se aborda a tiempo con estrategias didácticas más visuales y comparativas.

El conocimiento de los ángulos notables es fundamental en trigonometría. En esta cuestión, hay alumnos que logran identificar correctamente los ángulos 45°, pero otros se equivocan al elegir algunos ángulos que no son llamativos. Esto señala que no está completamente asimilado por los estudiantes el conocimiento de estos valores. Por lo cual, en ejercicios posteriores con referencia a estos ángulos, pueden tener dificultades para resolverlos.

En torno al valor aproximado de cos 60°, muchos estudiantes aciertan en su respuesta, lo que indica el dominio de algunos de los valores trigonométricos más comunes. Sin embargo, también cometen fallos, principalmente por confundir este valor con el seno o por no recordar con precisión los valores de los ángulos notables. Esto denota la necesidad de reforzar la memorización comprensiva de los mencionados valores, ligado a otro gráfico, el triángulo notable.

Esta pregunta consiste en identificar el cateto opuesto, el cateto adyacente e hipotenusa de un triángulo rectángulo con respecto a un ángulo proporcionado. Se puede

ver que algunos estudiantes hacen esta identificación correctamente, pero otros la hacen erróneamente o no la responden. Esto sugiere que encuentran dificultades para interpretar representaciones gráficas y para entender espacialmente el triángulo, lo que es una condición necesaria para el aprendizaje de trigonometría.

Los resultados evidencian que el nivel de dominio en el uso de la razón tangente es muy bajo. La relación entre el cateto opuesto y el adyacente debe ser razonada correctamente por el estudiante, quien también confunde esta razón con otras. Este resultado sugiere que los alumnos tienen una debilidad bastante clara con respecto a la comprensión estructural de las razones trigonométricas, por lo que resultaría útil realizar ejercicios y comparaciones.

El problema utiliza el planteamiento de un ángulo y un cateto. En este caso, se tiene que calcular la medida de los catetos a partir del ángulo y la hipotenusa. Se observa que la gran mayoría de los estudiantes tiene problemas significativos para resolver estos tipos de ejercicios, ya sea que no sepan cómo hacerlo, cometen errores en las fórmulas o no tienen claro los pasos a seguir. Esto demuestra que hay una desconexión entre el saber y el poder hacer.

En esta pregunta contextualizada que implica una situación de la vida real (una escalera apoyada contra una pared), se observa un nivel de resolución bajo. Varios alumnos no plantean el problema correcto o no contestan. Esto demuestra que no se transfiere el conocimiento que tienen los sujetos de la matemática, a situaciones del día a día, lo que es útil para un aprendizaje significativo de la trigonometría.

Por último, en la pregunta interpretativa sobre para qué sirve la trigonometría, la mayoría de los alumnos le atribuye valor a esta rama de las matemáticas para resolver situaciones reales, como medir distancias y alturas. Esto resulta positivo, pues se indica que la aplicabilidad de la materia en general fue buena. Sin embargo, no siempre ocurre esto, como ya se empezó a ver en las preguntas anteriores.

En líneas generales se puede observar que en la prueba diagnóstica que los estudiantes poseen conocimientos básicos de trigonometría, sobre todo, en el ámbito teórico y de reconocimiento. Sin embargo, se han encontrado debilidades importantes en

la aplicación de esos conocimientos, en la interpretación de los problemas y en la clara diferenciación de razones trigonométricas. Por otro lado, se tienen habilidades limitadas en la representación gráfico y en la transferencia a un contexto real. Para que los estudiantes puedan asimilar situaciones matemáticas sociales, se recomienda diseñar estrategias didácticas que relacionen lo conceptual y lo práctico, que contemple elementos visuales, ejercicios contextualizados, y actividades orientadas hacia el razonamiento y aprendizaje de los procesos, y no sólo hacia la memorización de los mismos.

5.3. Análisis de la Prueba final de Trigonometría – Anexo C (20 estudiantes).

En la pregunta se solicitaba a los alumnos marcar la alternativa que definía correctamente el seno en un triángulo rectángulo. Se pudo constatar que la gran mayoría logró reconocer que el seno corresponde al cociente entre el cateto opuesto y la hipotenusa. Esto demostró que los alumnos tienen más claro este concepto básico que en las pruebas diagnósticas y muestran más confianza al identificar las razones trigonométricas elementales.

En la segunda pregunta, los alumnos resolvieron una situación que estaba relacionada con el valor de una razón trigonométrica. Se puede concluir que hubo un buen rendimiento, ya que la mayoría eligió la correcta. Esto puso de manifiesto que los estudiantes mejoraron en trabajar con los valores que conocen y al interpretar expresiones trigonométricas, reduciendo errores anteriores por confusión y falta de práctica.

Al realizar la consulta a los estudiantes acerca del cateto opuesto, la mayoría de los estudiantes puede mencionar que este corresponde al lado frente al ángulo de interés. Se apreció una mejora en la capacidad de explicar de forma conceptual. Las respuestas fueron más claras y coherentes, lo que da cuenta de una evolución en la comprensión del significado geométrico de los elementos del triángulo.

Los alumnos debían calcular una razón trigonométrica y después de eso determinar el valor del ángulo en esta pregunta de procedimiento. Varios estudiantes calcularon correctamente el coseno (8/10) y lograron hallar el ángulo aproximado. No obstante, unos pocos presentaron inconvenientes para utilizar la función inversa o manejar la calculadora,

aunque en términos generales se vio un progreso al implementar procedimientos matemáticos.

La mayoría de alumnos contestaron correctamente los valores exactos de las razones trigonométricas, evidenciando el dominio de los ángulos notables. Se puede concluir que se presenta un avance significativo en los tratamientos, ya que en la evaluación diagnóstica se evidencian confusiones de mayor proporción en este tipo de contenidos.

En convertir los grados a radiante los estudiantes tuvieron un rendimiento aceptable. La mayoría de los estudiantes que se presentaron en el examen aplicaron correctamente la equivalencia entre grados y radianes. Sin embargo, hubo otros que cometieron errores al simplificar las fracciones. Sin embargo, se observa una interpretación general del procedimiento.

Al trabajar los signos de las razones trigonométricas en función del cuadrante, el alumnado consiguió identificar bastante bien el signo del seno, coseno y tangente. Además, muchos de los alumnos justificaron correctamente su respuesta, lo que da cuenta de un mejor entendimiento del plano cartesiano y del comportamiento de las funciones trigonométricas.

Finalmente, en la pregunta de interpretación, los alumnos lograron identificar implicaciones reales de la trigonometría como medir alturas, distancias o su uso en la construcción. Las respuestas reflejaron un mejor entendimiento de la aplicación de la trigonometría en la vida real.

En líneas generales, el post test mostró que los estudiantes avanzaron en su aprendizaje, respecto a el diagnóstico. Se mejoró el entendimiento de los principios fundamentales, la implementación de las operaciones trigonométricas y la solución de problemas. Sin embargo, todavía se presentaron ciertas dificultades en los contenidos más complejos, como la verificación de identidades trigonométricas y el uso de otros procedimientos. A pesar de esto, los estudiantes mostraron más seguridad, coherencia y poder de razonamiento, lo que muestra que el trabajo educativo fue significativo y permitió desarrollar competencias matemáticas en Trigonometría

5.4. Comparación entre la prueba de diagnóstico (pretest) y la prueba final de Trigonometría (post test).

La comparación del pretest y del post test son:

Tabla 10

Comparación cualitativa del pretest vs el post test

N	Característica	Pretest	Post test	Análisis cualitativo
1	Significado de seno	Aparece confusión entre las razones trigonométricas seno, coseno y tangente.	La mayor parte identifica adecuadamente las razones trigonométricas, además de la hipotenusa y el cateto opuesto.	Se observa una evolución partiendo de un entendimiento mecánico a una comprensión lógica del seno en calidad de conexión entre lados de un triángulo rectángulo. Desde el enfoque socio crítico, este avance se constituye como una reconstrucción de la información apoyada por la interacción, la utilización de instrumentos como GeoGebra y el estudio problemático del contenido. El alumno deja de memorizar para analizar, articulando ilustraciones gráficas, secuenciales y contextuales, en sintonía con el constructivismo y el aprendizaje relevante.
2	Cálculo de seno en contexto	Hubo errores en la lectura de los datos del triángulo y en la aplicación de la fórmula.	Los estudiantes lograron resolver con mayor precisión, evidenciando un mejor manejo de valores y relaciones trigonométricas.	El progreso muestra un fortalecimiento del razonamiento matemático práctico, donde el alumno logra transferir la comprensión a situaciones reales. El cambio, de la investigación-acción, constituye respuesta a la adopción de metodologías activas y estructuradas que hacen posible una resignificación del aprendizaje. Se ve la evolución de competencias con el fin de modelar circunstancias, consistente con la modelización numérica y la perspectiva sociocultural.
3	Entendimiento conceptual (lado opuesto)	Predominó el aprendizaje memorístico y	Se logró en una clara mayoría el uso de lenguaje propio, lo que	El cambio de un aprendizaje cognitivo a uno comprensivo pone en evidencia una transformación epistemológico en la educación matemática. A partir del constructivismo, el alumno construye

		mostraron dificultades para explicar conceptos.	generó explicaciones más claras del concepto.	significado a través de la interacción y la expresión personal, coincidiendo con la teoría social y cultural de Vygotsky. Se apunta una apropiación filosófica que va más allá de la simple repetición, posibilitando la construcción de un aprendizaje significativo..
4	Empleo de coseno para calcular un ángulo	Problemas en la aplicación de procedimientos y falta de claridad en el cálculo.	Un mejor uso de las fórmulas y de cálculo de ángulos con funciones inversas.	Se muestra un desarrollo del pensamiento matemático y la habilidad para resolver problemas utilizando funciones inversas. Este desarrollo es el resultado de la combinación de herramientas innovadoras y estrategias activas que facilitan la visualización y comprensión de procesos abstractos. El paradigma socio crítico hace que el aprendizaje se vuelva funcional y aplicable.
5	Dimensionamiento de ángulos notables	Error de confusión entre seno y coseno (60°).	Mayor exactitud para localizar valores determinados.	Se evidencia un avance de errores conceptuales a través de procedimientos de reconstrucción del entendimiento. La utilización de recursos gráficos y tecnológicos facilitó establecer relaciones que normalmente existen con respecto a seno, coseno y tangente. Este progreso es el resultado del enfoque constructivista y del aprendizaje fundamentado en la exploración.
6	Lectura del triángulo	Dificultad para identificar catetos e hipotenusa en una representación gráfica.	Mejor identificación de elementos del triángulo y relación con el ángulo.	El progreso demuestra un fortalecimiento del análisis visual espacial y de la comprensión gráfica. Dentro de la didáctica de las matemáticas, este progreso está relacionado con la utilización de representaciones y de modelización. El estudiante es capaz de interpretar conexiones geométricas, afrontando las dificultades iniciales.

7	Elaboración de razones trigonométricas	Problemas frecuentes en la formulación de la tangente.	Construcción de razones y justificación más precisa.	Se muestra una mejora en la organización de la lógica matemática, donde el alumno logra construir y fundamentar razones trigonométricas. Este progreso se basa en estrategias inductivas y en el aprendizaje activo, lo que potencia la comprensión relacional.
8	Solución de problemas	Dificultades para aplicar la trigonometría en ejercicios estructurados.	Mejor desempeño en la resolución de problemas con procedimientos claros.	Se evidencia un progreso importante en la solución de problemas, mostrando el desarrollo del razonamiento lógico y el empleo de métodos bien definidos. Dentro del proceso de investigación-acción, esto muestra la repercusión positiva de la intervención educativa fundamentada en estrategias activas.
9	Conflictos contextuales	Alto nivel de dificultad; muchos estudiantes no respondieron o escribieron “no sé”.	Una situación física fue modelada.	El aprendizaje consiguió traspasarse a situaciones reales, mostrando un cambio en la operabilidad del conocimiento matemático. Bajo el paradigma socio-crítico, el resultado encontrado refleja una educación enfocada al cambio de la realidad y a la aplicación de los conocimientos.
10	Utilidad de la Interpretación	Los estudiantes no reconocían algunas aplicaciones reales de la trigonometría.	Los alumnos evidenciaron con más claridad las aplicaciones prácticas.	Se muestra un reconocimiento sobre la eficacia de la trigonometría en entornos operativos. Se trata de un cambio que obedece a estrategias pedagógicas que relacionan el entendimiento con la vida real, facilitando la motivación y la formación relevante.

El análisis de la tabla 10, comparativa durante la prueba diagnóstica y la evaluación final se evidencia un avance considerable en la comprensión sobre las funciones trigonométricas por parte de los alumnos de primero de bachillerato. Durante la fase inicial, el alumno mostró múltiples dificultades en el entendimiento de nociones fundamentales tales como: definición de fundamentos trigonométricas, detección de los componentes de un triángulo rectángulo, implementación de fórmulas en actividades sencillas.

Además, había un aprendizaje memorístico, con poca capacidad para explicar conceptos y solucionar problemas en ciertos contextos reales. Sin embargo, los resultados del post test reflejaron el dominio de un alto porcentaje de los ítems por la mayoría de los alumnos, destacando un mayor dominio conceptual, la precisión en los cálculos y la mejor interpretación de las situaciones problemáticas.

Desde la interpretación que se hace de los hallazgos, se tiene que el procedimiento de enseñanza-aprendizaje implementado sirvió para fortificar las competencias trigonométricas. En este sentido hay un cambio de conocimiento superficial a otro más significativo, en el que los alumnos no solo reconocen las razones trigonométricas, sino que también son capaces de aplicarlas, justificarlas y relacionarlas con situaciones de la vida cotidiana. Sin embargo, a pesar del avance que se observa, hay dificultades en algún contenido más complejo de tipo identidades trigonométricas y ciertos procedimientos algebraicos, por lo que se considera que es necesario seguir apoyando.

CAPITULO 6

6. Conclusiones y recomendaciones

6.1. Conclusiones

Se cumplió de manera elevada, pero no completamente, porque se mostró una notable mejoría en el aprendizaje de las operaciones trigonométricas en los alumnos. Estos consiguieron un mejor entendimiento de las razones trigonométricas primordiales y utilizarlas en varias tareas. No obstante, se mantuvieron algunos problemas en los contenidos más complejos y en la implementación en situaciones reales, lo que señala que el aprendizaje se robusteció significativamente, pero todavía necesita consolidación para lograr un dominio total.

Se pudo determinar con precisión el nivel preliminar de los alumnos, lo que mostró importantes vacíos conceptuales, sobre todo en cuanto en la clasificación de las variables trigonométricas y la resolución de dificultades elementales. Además, se identificaron las dificultades más importantes, lo que facilitó la adecuada dirección de la intervención pedagógica.

Se llevó a cabo un análisis apropiado de los conocimientos curriculares vinculados con la trigonometría, en el que se identificaron las habilidades y capacidades que los alumnos deben perfeccionar. Asimismo, se tuvieron en cuenta métodos pedagógicos relevantes que promueven un aprendizaje significativo; estos sirvieron para fundamentar el diseño de la estrategia pedagógica.

Se idearon e implementaron recursos pedagógicos novedosos que ayudaron a entender de manera conceptual y procedimental las funciones trigonométricas. Estos recursos ayudaron a optimizar el involucramiento, el interés y la eficiencia de los alumnos, lo que demostró su eficacia en el procedimiento de enseñanza y aprendizaje.

6.2. Recomendaciones

Como el fortalecimiento del sistema educativo sobre las funciones trigonométricas resultó importante pero no completo, se aconseja seguir poniendo en marcha tácticas pedagógicas innovadoras, particularmente las que fomenten el uso de la trigonometría en situaciones reales. Además, es relevante fortalecer los contenidos más complejos a través de actividades progresivas que fortalezcan la formación a largo plazo.

Dado que se detectaron vacíos teóricos en los saberes previos, se sugiere que los docentes efectúen diagnósticos iniciales de forma sistemática antes de introducir nuevos contenidos. También se propone diseñar talleres de nivelación o fortalecimiento dirigidas hacia los principios fundamentales de trigonometría, a fin de asegurar una base robusta en los alumnos.

El análisis curricular hizo factible identificar habilidades clave, por tanto, se sugiere a los docentes que ajusten sus prácticas educativas al Currículo Nacional priorizando el fomento de destrezas con enfoque en el desempeño. También se recomienda incorporar metodologías activas, tales como el aprendizaje fundamentado en desafíos o el aprendizaje en grupo, con el fin de propiciar una comprensión más detallada.

Teniendo en cuenta la eficacia de los recursos pedagógicos desarrollados, se aconseja seguir empleando y mejorando los recursos tecnológicos, interactivos y flexibles en la enseñanza sobre la trigonometría. Además, resulta pertinente formar a los docentes en el uso de herramientas tecnológicas, para ampliar su aplicación en diversos contextos educativos.

Referencias bibliográficas

Acaro, O., Montero, S., Cañar, C., & Cazorla, F. (2025). Exploración de funciones trigonométricas mediante aplicaciones móviles con realidad aumentada en estudiantes de Básica Superior y Bachillerato en entornos físicos reales. *Revista Multidisciplinaria de Innovación y Estudios Aplicados*, *10*(9), 415-428. https://www.polodelconocimiento.com/ojs/index.php/es/article/download/10310/27098?utm_source

Achina, F., Pueta, K., Quelal, M., Rivadeneira, D., & Chamorro, A. (2025). Las Competencias Digitales Docentes: Un Estudio sobre la Preparación del Docente para la Educación Digital. *Revista Científica de Salud y Desarrollo Humano*, *6*(3), 630-648. https://doi.org/10.61368/r.s.d.h.v6i3.799

Adu, B., Mensah, G., Owusu, E., & Owusu, R. (2024). Analysis of senior high school students' errors in solving trigonometry. *Cogent Education*, *11*(1), 2385119. https://doi.org/10.1080/2331186X.2024.2385119

Álvarez, N., Cardozo Cruz, J., & Mejía, S. (2023). Posturas del paradigma socio-crítico como aportes a la educación y gestión educativa en Colombia. *Revista Dialogus*, (10), 119-133. https://doi.org/10.37594/dialogus.v1i10.678

Araujo-Chavarro, E., Garzón-Gómez, J. J., & Caballero-Jiménez, J. D. R. (2024). Estrategia Didáctica Mediada por Recursos Educativos Digitales Abiertos para el Desarrollo de Competencias Científicas. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, *8*(3), 6789-6806. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i3.11875

Aray, C., Guerrero, Y., Montenegro, L., & Navarrete, S. (2020). La superficialidad en la enseñanza de la trigonometría en el bachillerato y su incidencia en el aprendizaje del cálculo en el nivel universitario. *ReHuSo: Revista de Ciencias Humanísticas y Sociales. e-ISSN 2550-6587. URL: www.revistas.utm.edu.ec/index.php/Rehuso*, *5*(2), 62. https://doi.org/10.33936/rehuso.v5i2.2377

Armas-Real, D. A. (2025). Influencia del uso de software matemático en el aprendizaje del cálculo diferencial en estudiantes de educación superior. *Revista G-*

ner@ndo, *6*(2), 1-15. https://revista.gnerando.org/revista/index.php/RCMG/article/view/717

Aspeé, J., & González, J. (2024). La entrevista y la encuesta como epistemología del diálogo. *Temas debates*, (47), 13-23. https://acortar.link/Lkryee

Bryce, T., & Blown, E. (2024). Ausubel's meaningful learning re-visited. *Current Psychology*, *43*(5), 4579-4598. https://doi.org/10.1007/s12144-023-04440-4

Cáceres-Mesa, M. L., Ríos-Ramírez, P., Veytia-Bucheli, M. G., & García-Robelo, O. (2025). Análisis de herramientas tecnológicas para la enseñanza de las matemáticas y su impacto en el aprendizaje de los estudiantes del CETIS91. *Revista Metropolitana de Ciencias Aplicadas*, *8*(2), 177-186. https://remca.umet.edu.ec/

Calle, S. (2023). Diseños de investigación cualitativa y cuantitativa. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, *7*(4), 1865-1879. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i4.7016

Camacho-Torres, V. L., Alcívar-Vélez, V. E., Pinargote-Carreño, V. G., Basurto-Chavarría, H. E., & Ruano-Armijos, G. A. (2025). Plataformas Interactivas de Aprendizaje para Matemáticas: Un Enfoque Inclusivo y Personalizado para la Diversidad Estudiantil. *Revista Veritas de Difusão Científica*, *6*(1), 860-882. https://doi.org/10.61616/rvdc.v6i1.439

Castro, T., & Cárcamo, A. (2023). Errores en la Resolución de Ecuaciones Trigonométricas: Un Estudio Exploratorio con Estudiantes de Primer Año de Ingeniería. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, *37*(75), 336-351. https://doi.org/10.1590/1980-4415v37n75a16

Castro-Castro, D. R., Bravo-Tovar, G., Menjura-Camacho, S. L., & Espitia-Valderrama, G. (2023). La Evaluación Diagnóstica como Práctica Docente para Reconocer las necesidades de aprendizajes en dos instituciones educativas del departamento de Cundinamarca – Colombia. *Revista Científica Multidisciplinar*, *7*(5), 9915-9931. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i5.8560

Cedeño-Alcívar, J. C., & Rivadeneira-Loor, F. Y. (2023). GeoGebra como Herramienta Didáctica para la Enseñanza de la Matemática. *MQRInvestigar*, *7*(4), 634-649. https://doi.org/10.56048/MQR20225.7.4.2023.634-649

Chele, S., León, R., García, D., Sandova, C., & Vera, A. (2025). Didáctica en matemáticas para estudiantes del nivel medio de educación. *Revista InveCom*, *5*(3), 1-8. https://ve.scielo.org/pdf/ric/v5n3/2739-0063-ric-5-03-e050304.pdf

Chipana, F. (2022). Dinámica del proceso enseñanza – aprendizaje en educación superior. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, *6*(1), 4706-4729. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v6i1.1827

Cholota, P., Guanoluisa, L., Toro, M., Gallardo, E., & Estrada, V. (2024). Estrategias de aprendizaje experiencial para mejorar la comprensión y aplicación de la trigonometría en estudiantes de secundaria. *Revista Multidisciplinaria de Innovación y Estudios Aplicados*, *9*(6), 1902-1923. https://polodelconocimiento.com/ojs/index.php/es/article/view/7412/pdf

Chonata, I. (2023). Estrategias Didácticas Digitales Como Herramienta de Autoaprendizaje en Docentes de Educación Básica Superior. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, *7*(3), 7036-7056. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i3.6690

Chowdhury-Samanta, S. R., & Soulé, M. V. (2025). Closing the educational gap for first generation learners: An exploratory study of interactive learning for underprivileged children in India. *Revista Tecnología, Ciencia y Educación*, (30), 199-220. https://doi.org/10.51302/tce.2025.19449

Coaguila, D., Cruz, F., Torres, J., & Chalco, A. (2025). Rol docente en la educación híbrida: Lecciones aprendidas durante la pandemia de COVID-19. *REVISTA INVECOM "Estudios transdisciplinarios en comunicación y sociedad"*, *5*(3), 1-9. https://www.revistainvecom.org/index.php/invecom/article/view/3604/752

da Silva, C., Martins, A., da Sá, P., & Santos, F. (2024). Enseñanza de la trigonometría en el triángulo mediante actividades experimentales. *REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática*, *12*, 1-27. https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/reamec/article/view/18400/14376

Delgado, J., Arpi, L., Vivanco, C., & Rojas, L. (2025). Aula Invertida y el rendimiento académico en Trigonometría. *Espacios*, *45*(02), 44-60. https://www.revistaespacios.com/a24v45n02/24450204.html

Dhungana, S., Pant, B., & Dahal, N. (2023). Students' Experience in Learning Trigonometry in High School Mathematics: A Phenomenological Study. *Teaching Research NYC MODEL*, *15*(4), 184-201. https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1409234.pdf?utm_source

Díaz, F., & Hernández, C. (2025). Implementación de una propuesta didáctica de trigonometría diseñada en GeoGebra. *PädiUAQ*, *8*(15), 1-15. https://revistas.uaq.mx/index.php/padi/article/view/1444/1577

Díaz-Guio, D. A., Vasco, M., Ferrero, F., & Ricardo-Zapata, A. (2024). Educación basada en simulación, una metodología activa de aprendizaje a través de experiencia y reflexión. *Revista Latinoamericana de Simulación Clínica*, *6*(3), 119-126. https://doi.org/10.35366/118838

Escudero, E., Vinueza, S., Rojas, J., Moreira, J., & Rizo, C. (2024). Desempeño en el aprendizaje de funciones trigonométricas mediante el uso del aplicativo GeoGebra. *LATAM Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales y Humanidades*, *5*(5), 4212-4225. https://latam.redilat.org/index.php/lt/article/view/2919/4806

Gadvay-Yambay, M. F., & Guerrero-Alcívar, Y. (2025). El uso de representaciones gráficas como estrategia didáctica para mejorar el aprendizaje de las funciones trigonométricas. *MQRInvestigar*, *9*(2), e570. https://doi.org/10.56048/MQR20225.9.2.2025.e570

Gamboa, M. (2023). El cálculo del tamaño de la muestra en la investigación científica. *Revista Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores*, (1), 1-27. https://dilemascontemporaneoseducacionpoliticayvalores.com/index.php/dilemas/article/view/3680

González, R., & Trujillo, Y. (2023). El método hipotético deductivo de Karl Popper en los estudiantes de la Educación Básica Regular en Perú. *Educación*, *29*(2), 1-15. https://doi.org/10.33539/educacion.2023.v29n2.3045

Gortaire, D., Beltrán, M., Mora, E., Reasco, B., & Rodríguez, M. (2023). Constructivismo y conectivismo como métodos de enseñanza y aprendizaje en la educación universitaria actual. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, *6*(6), 14046-14058. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i1.4672

Guerrero, A., Guadalima, S., Pérez, R., & Guzmán, R. (2025). Estrategia lúdica para el aprendizaje de funciones trigonométricas en primero de bachillerato técnico de la Unidad Educativa ¨Antonio Ávila Maldonado". *MQRInvestigar*, *9*(2), e445. https://doi.org/10.56048/MQR20225.9.2.2025.e445

Guerrido-Tumbaco, M. Á., Baque-Parrales, E. M., Vera-Pisco, D., & Quishpi-Vera, H. A. (2025). La Visualización Matemática y su Impacto en la Comprensión Conceptual: Una Revisión Narrativa. *Revista Científica INGENIAR: Ingeniería, Tecnología e Investigación*, *8*(15), 613-640. https://journalingeniar.org/index.php/ingeniar/article/view/313

Guzmán-Peralta, N. A., Carpio-Mendoza, J., Ramírez-Ríos, A., & Delgado-Saldaña, M. E. V. (2025). Herramientas digitales en la resolución de problemas matemáticos en educación básica: Una revisión sistemática. *Revista de Investigación en Ciencias de la Educación*, *9*(37), 1526-1544. https://doi.org/10.33996/revistahorizontes.v9i37.998

Hernández, J., Jaramillo, J., & Rincón-Leal, J. F. (2020). Uso y beneficios de la gamificación en la enseñanza de las matemáticas. *Eco Matemático*, *11*(2), 30-38. https://doi.org/10.22463/17948231.3200

Imbaquingo, J., Bastidas, K., Gutiérrez, J., & Alvarado, S. (2024). Aplicación de trigonometría en la resolución de problemas de la vida cotidiana para estudiantes de bachillerato. *Reincisol.*, *3*(5), 1593-1607. https://doi.org/10.59282/reincisol.V3(5)1593-1607

Levi-Keren, M., Landler-Pardo, G., Weinberger, Y., & Arviv-Elyashiv, R. (2024). Simulation-Based Learning as a Tool for Assessing and Fostering Awareness of Empathic Patterns in Teacher Education. *Education Sciences*, *14*(12), 1338. https://doi.org/10.3390/educsci14121338

López, P., & Espinoza, A. (2023). *Propuesta didáctica para el aprendizaje de razones trigonométricas en el décimo año de EGB de la Unidad Educativa "Jima"* [Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación, Universidad de Cuenca]. https://rest-dspace.ucuenca.edu.ec/server/api/core/bitstreams/853527b0-f68c-4159-99f6-4eef0c42d3fc/contentt

López-García, E., Salgado-Rodríguez, M., Moreno-Carpintero, E. D. J., Rojas-Campos, I. M., Flores-Moreno, A., & Sánchez-Rivera, J. R. (2023). Ecuación de la Recta Bajo Distintas Razones. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, *7*(6), 2214-2227. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i6.8847

Marco, N., & Stylianides, A. J. (2025). An exploration into the nature of ChatGPT's mathematical knowledge. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *56*(11), 2279-2297. https://doi.org/10.1080/0020739X.2025.2543817

Maya, L. (2020). *Elaboración de una guía didáctica en la enseñanza de trigonometría para estudiantes del programa de diploma de bachillerato internacional de una Unidad Educativa de la Ciudad de Guayaquil* [Maestría en Educación con Mención Enseñanza de la Matemática, Escuela Superior Politécnica del Litoral]. https://www.dspace.espol.edu.ec/bitstream/123456789/51716/1/T-110168.pdf

Ministerio de Educación del Ecuador. (2016). *Currículo de los Niveles de Educación Obligatoria – Área de Matemática* (Primera edición). Ministerio de Educación. https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2016/03/MATE_COMPLETO.pdf

Monroy, D. L., & Marroquín, B. (2020). Didáctica de la Matemática y su importancia en los profesores en formación. *Revista Guatemalteca de Educación Superior*, *3*(1), 47-59. https://doi.org/10.46954/revistages.v1i1.4

Montalván, F., & Quezada, T. (2025). Trigonometría: Eficacia de estrategias didácticas innovadoras para la enseñanza de la ley de senos y cosenos. *Revista Científica Ciencia y Tecnología*, *25*(45), 130-148. https://doi.org/10.47189/rcct.v25i45.737

Morales, S., & Bowers, M. E. (2022). Time-frequency analysis methods and their application in developmental EEG data. *Developmental Cognitive Neuroscience*, *54*, 101067. https://doi.org/10.1016/j.dcn.2022.101067

Mosimege, M., & Egara, F. (2023). Improving secondary school students' achievement in trigonometry using game based learning approach. *Psicología Educativa*, 8556-8565. https://www.researchgate.net/publication/372267962_IMPROVING_SECONDARY_SCHOOL_STUDENTS'_ACHIEVEMENT_IN_TRIGONOMETRY_USING_GAME_BASED_LEARNING_APPROACH

Mosquera, P., & Orozco, J. (2022). *Diseño y simulación de una estación de cobertura celular a la población del recinto Cabuyal del cantón Santa Lucía perteneciente a la provincia del Guayas* [Carrera de Ingeniería Electrónica, Universidad Politécnica Salesiana]. https://dspace.ups.edu.ec/bitstream/123456789/22855/1/UPS-GT003869.pdf

Muscio, E. (2020). *Geometría, estructura y nudo en la constitución de superficies de entramados espaciales con fibras de bambú* [PhD Thesis, Universidad Politécnica de Madrid]. https://oa.upm.es/65306/

Naula, M. (2025). *Incidencia del manejo de las funciones trigonométricas, de forma manual (hojas milimetradas) y mediante las Tic software de GeoGebra, con estudiantes de segundo año de bachillerato BGU. durante el primer trimestre del lectivo 2024—2025* [Maestría en Educación mención Innovación y Liderazgo Educativo, Universidad Técnica Particular de Loja]. https://biblioteca.utpl.edu.ec/riutpl

Ojeda, P. (2020). *Universo, población y muestra*. https://www.aacademica.org/cporfirio/18.pdf

Orozco, P., Acosta, A., Barrios, J., & Pino, A. (2025). Impact of problem solving on trigonometric learning in Afro-Colombian communities. *Frontiers in Education*, *10*, 1626007. https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/feduc.2025.1626007/full

Peñarreta-Aldaz, L. N., Calderón-López, O. M., Carrera-Viver, G. J., & Alquinga-Ligña, M. E. (2025). Relación entre las etapas del desarrollo cognitivo de Piaget y la

comprensión de conceptos abstractos en bachillerato. *Revista de Investigación en Ciencias de la Educación*, *1*(2), 133-146. https://revistasfiecyt.com/index.php/riced

Pinzón, J. (2024). Teoría del Aprendizaje Significativo de Ausubel en el Desarrollo de Estrategias de Aprendizaje Hacia un Pensamiento Crítico. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, *8*(3), 8858-8870. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i3.12041

Prakash, S. (2023). Constructivism in Education: Exploring the Contributions of Piaget, Vygotsky, and Bruner. *International Journal of Science and Research (IJSR)*, *12*(7), 274-278. https://doi.org/10.21275/sr23630021800

Ramos, A., & Cárdenas, J. (2025). Las herramientas digitales como desarrollo de estrategias educativas en escolares durante la nueva normalidad. *e-Revista Multidisciplinaria del Saber*, *3*, 1-9. https://doi.org/10.61286/e-rms.v3i.195

Razzaq, R., Ostrow, K., & Heffernan, N. (2020). Effect of Immediate Feedback on Math Achievement at the High School Level. *PMC PubMed Central*, 263-267. https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC7334720/?utm_source

Rendón-Macías, M. E., & Villasís-Keever, M. Á. (2021). Fases para determinar la utilidad clínica de las pruebas diagnósticas. *Revista Alergia México*, *67*(3), 279-285. https://doi.org/10.29262/ram.v67i3.831

Rodrigues, F. (2023). El cuestionario en una investigación cualitativa: Reflexiones teórico-metodológicas. *Revista Pesquisa Qualitativa*, *11*(26), 28-49. https://doi.org/10.33361/RPQ.2023.v.11.n.26.467

Rojas-Sandoval, Y., Padilla-Escorcia, I., Consuegra-Pacheco, S. D., Trujillo-Quiroz, A., Ortega-Tovar, T., Rivera-Marenco, L. Y., & Rocha-Fontalvo, Y. (2021). Obstáculos epistemológicos y cognitivos en el aprendizaje del cálculo diferencial: Una mirada sobre los casos de límites especiales. *Revista Boletín Redipe*, *10*(6), 229-244. https://doi.org/10.36260/rbr.v10i6.1321

Romero, S., Rodríguez, D., & Vera, D. (2025). El papel de la gamificación en el aprendizaje de matemáticas en estudiantes de bachillerato: Un enfoque motivacional para mejorar el rendimiento académico. *Revista Electrónica Formación y Calidad*

Educativa (REFCalE), *13*(2), 365-382. https://refcale.uleam.edu.ec/index.php/refcale/article/view/4037

Rosero, O. (2024). La Robótica Educativa: Potenciando el pensamiento matemático y habilidades sociales en el aprendizaje. *Emerging Trends in Education*, *7*(13), 129-144. https://doi.org/10.19136/etie.a7n13.6040

Sánchez, D., Morales, P., & Pico, E. (2023). Entornos virtuales de aprendizaje para el fortalecimiento de la enseñanza-aprendizaje de la geometría analítica en educación básica superior. *LATAM Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales y Humanidades*, *4*(1), 2054-2074. https://doi.org/10.56712/latam.v4i1.397

Scholz, O., & Montiel, G. (2017). Revisión bibliográfica de la investigación didáctica en trigonometría. *Investigación e Innovación en Matemáticas Educativa*, *II*, 225-233. https://funes.uniandes.edu.co/wp-content/uploads/tainacan-items/32454/1158163/Scholz2017Revision.pdf

Tien, N., Anh, D., Chau, P., Dung, P., & Khanh, D. (2025). Teaching Trigonometry Based on Realistic Mathematics Education and Game-Based Learning Approach. *Journal of Instructional Mathematics*, *5*(2), 168-179. https://www.researchgate.net/publication/389766581_Teaching_Trigonometry_Based_on_Realistic_Mathematics_Education_and_Game-Based_Learning_Approach

Tipán, L. (2024). *Guía metodológica para la enseñanza del círculo trigonométrico utilizando GeoGebra dirigida a docentes de primero de bachillerato general unificado* [Maestría en Pedagogía de las Ciencias Experimentales con mención en Matemática y Física, PUCE]. https://repositorio.puce.edu.ec/items/0f865521-5694-4e7c-a15e-c28273d72d56

Tixi, P. (2024). *Percepciones de utilidad de las tecnologías del aprendizaje y el conocimiento (TAC) en la enseñanza de la matemática, entre los docentes de área de la educación general básica de la unidad educativa Dr. “Alfredo Pérez Guerrero", periodo 2023-2024* [Facultad de Ciencias de la Educación, Humanas y Tecnologías]. Universidad Nacional de Chimborazo. http://dspace.unach.edu.ec/handle/51000/12364

Toledo, I., & Juárez, J. (2024). Trigonometric Ratios in High School Students: From Instrumental Understanding to Relational Understanding through their Application in Motion Vectors. *Teaching Research NYC MODEL*, *16*(4), 164-182. https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1442214.pdf

Torre, B. (2021). *Aprendizaje basado en proyectos: Estudio de caso sobre el potencial del método como modelo de enseñanza-aprendizaje en educación secundaria* [Programa de Doctorado en Investigación, Universidad de Valladolid]. https://doi.org/10.35376/10324/48525

Torres, D., & Montiel, G. (2021). Resignificación de la razón trigonométrica en estudiantes de primer año de Ingeniería. *Educación Matemática*, *33*(3), 202-232. https://doi.org/10.24844/EM3303.08

Vanegas, Y., Prat, M., & Edo, M. (2022). Representaciones matemáticas de niños y niñas de 5-6 años cuando resuelven un problema abierto. *Alteridad*, *17*(2), 180-193. https://doi.org/10.17163/alt.v17n2.2022.02

Villacis-Montoya, D. I., Jácome-Vélez, W. J., López-Chica, J. A., & Córdova-Alarcón, J. R. (2023). Aplicación del software geogebra en el aprendizaje de funciones lineales con estudiantes de décimo año de la unidad educativa Manuel De Jesús Calle del cantón Quevedo. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, *7*(1), 9428-9445. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i1.5139

Vitola, F. (2023). Enseñanza y aprendizaje de la trigonometría: Un abordaje desde las investigaciones doctorales en educación matemática. *GACETA DE PEDAGOGÍA*, (45), 228-253. https://doi.org/10.56219/rgp.vi45.1900

Vivanco, F. (2024). *Matemática recreativa en el estudio de la trigonometría* [Facultad de la Educación, el Arte y la Comunicación, Universidad Nacional de Loja]. https://dspace.unl.edu.ec/server/api/core/bitstreams/941438b9-1b72-4ec8-a0d7-f6445359223e/content?utm

Vivanco, J., Almachi, D., Albán, J., Lovato, R., & Loachamin, B. (2025). Uso de la trigonometría en la resolución de problemas de la vida contemporánea en los estudiantes de bachillerato. *GADE: Revista Científica*, *5*(1), 562-589. https://doi.org/10.63549/rg.v5i1.628

Zabala-Villarreal, C. R., Flores, J., Pérez-Muñoz, E. E., Chicaz-Taimal, F. R., Vizcaíno-Quiroz, P. A., & Cuamacás-Ibujés, A. G. (2025). Influencia del uso de software de geometría dinámica en la comprensión conceptual de las cónicas en estudiantes de bachillerato. *Revista Latinoamericana de Calidad Educativa*, 365-371. https://silice.csic.es/publication/88041167-e906-484e-98f6-c67095b1bea3?utm

Zambrano, A., Barcia, M., Auquilla, C., & Barahona, B. (2025). Estrategias para la Enseñanza Efectiva de la Trigonometría en el Nivel Secundario. *Revista Científica INGENIAR: Ingeniería, Tecnología e Investigación*, *8*(15), 641-663. https://journalingeniar.org/index.php/ingeniar/article/view/314

Zambrano-Rodríguez, J. J., & Tejeda-Díaz, R. (2025). Recursos digitales para la enseñanza de las matemáticas en la educación superior. *UNESUM - Ciencias. Revista Científica Multidisciplinaria*, *9*(1), 115-128. https://doi.org/10.47230/unesum-ciencias.v9.n1.2025.115-128

Anexos

Anexo 1. Cuestionario de encuesta

UNIVERSIDAD NACIONAL DE ECUADOR

Maestría en: Educación de Jóvenes y Adultos

UNAE

Este cuestionario está dirigido a estudiantes de primer año de bachillerato de una Unidad Educativa Fiscal en Lago Agrio, Sucumbíos, en el año lectivo 2025-2026. La información será confidencial y utilizada únicamente con fines académicos.

Indicaciones:

Marque con una X la opción que mejor refleje su nivel de acuerdo.

Opciones de respuesta para todas las preguntas:

1 = Nunca; 2 = Casi nunca; 3 = A veces; 4 = Casi siempre; 5 = Siempre

Nº	ÍTEM	1	2	3	4	5
Aprendizaje de la trigonometría						
1	Sé lo que representan el seno, coseno y tangente.					
2	Identifico lados de triángulo rectángulo al hacer ejercicios de trigonometría.					
3	Utilizo las razones trigonométricas para resolver problemas.					
4	Vinculo los contenidos de la trigonometría con el quehacer diario.					
5	Pienso que mi desempeño en trigonometría es bueno.					
Estrategia pedagógica						
6	El profesor aplica estrategias claras para explicar los temas de trigonometría.					
7	Las tareas ejercidas en clase ayudan a comprender la trigonometría.					
8	Ayuda a comprender mejor los contenidos trigonométricos la utilización de recursos.					
9	Asisto regularmente a clases de trigonometría.					
10	Las estrategias que se utilizan en clase me permiten aprender significativamente.					
Actitud y motivación hacia la trigonometría						
11	Me esfuerzo por aprender trigonometría.					
12	Me interesan las actividades de trigonometría.					
13	Pienso que la trigonometría es una materia que me resulta muy importante.					
14	Me siento muy seguro/a haciendo problemas de trigonometría.					
15	Pienso que entender la trigonometría es difícil.					

Evaluación del aprendizaje						
16	Las evaluaciones que han sido aplicadas reflejan mi aprendizaje en trigonometría.					
17	Las actividades recientes han promovido la mejora de mis evaluaciones.					
18	Este proceso me ha ayudado a mejorar mi aprendizaje de la trigonometría.					
19	Las evaluaciones me ayudan a conseguir mis aciertos.					
20	Me siento complacido/a con lo que he aprendido en trigonometría.					

Anexo 2. Formato de la prueba de diagnóstico

UNAE

UNIVERSIDAD NACIONAL DE ECUADOR

Maestría en: Educación de Jóvenes y Adultos

Prueba diagnóstica de Trigonometría

Nivel: Primer año de bachillerato

Objetivo: Identificar los conocimientos previos y las dificultades de los estudiantes en contenidos básicos de trigonometría.

Instrucciones:

Lea cuidadosamente cada ejercicio y responda correctamente. Justifique cuando sea necesario.

Parte I: Conocimientos básicos (Opción múltiple)

1. En un triángulo rectángulo, el seno de un ángulo se define como:
a) Cateto adyacente / Hipotenusa
b) Cateto opuesto / Hipotenusa
c) Hipotenusa / Cateto opuesto
d) Cateto opuesto / Cateto adyacente

2. Si en un triángulo rectángulo el ángulo θ tiene como cateto opuesto 3 y la hipotenusa 5, el valor de sen θ es:
a) 3/5
b) 5/3
c) 4/5
d) 3/4

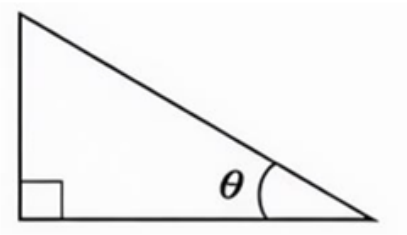
3. La razón trigonométrica que relaciona el cateto adyacente con la hipotenusa es:
a) Seno
b) Tangente
c) Coseno
d) Secante

4. ¿Cuál de los siguientes ángulos es un ángulo notable?
a) 25°
b) 35°
c) 45°
d) 75°

5. El valor aproximado de cos 60° es:
a) 1
b) √3/2
c) 1/2
d) 0

Parte II: Identificación y procedimientos

6. En el siguiente triángulo rectángulo, identifique el cateto opuesto, el cateto adyacente y la hipotenusa respecto al ángulo indicado.



7. Complete la razón trigonométrica correcta:

$$\tan\theta =$$

Parte III: Aplicación de la trigonometría

8. Un triángulo rectángulo tiene un ángulo de 30° y una hipotenusa de 10 cm.

a) ¿Cuál es la medida del cateto opuesto?

b) ¿Cuál es la medida del cateto adyacente?

9. Una escalera se apoya contra una pared formando un ángulo de 60° con el suelo. Si la escalera mide 8 m, ¿a qué altura llega en la pared?

(Use razones trigonométricas)

Parte IV: Interpretación

10. ¿Para qué cree usted que sirve la trigonometría en la vida diaria?

(Marque una opción)

a) Solo para resolver ejercicios en clase
b) Para medir distancias, alturas y resolver problemas reales
c) Solo en matemáticas avanzadas
d) No tiene aplicaciones prácticas

Anexo 3. Formato de la prueba final

UNAE

UNIVERSIDAD NACIONAL DE ECUADOR

Maestría en: Educación de Jóvenes y Adultos

Prueba final de Trigonometría

Nivel: Primer año de bachillerato
Puntaje total: 20 puntos (2 pts por pregunta)

Instrucciones

Responde con orden y claridad. Justifica cuando se solicite. Puedes aproximar a dos decimales.

1. Opción múltiple

En un triángulo rectángulo, la razón seno de un ángulo se define como:
a) Cateto adyacente / hipotenusa
b) Cateto opuesto / hipotenusa
c) Cateto opuesto / cateto adyacente
d) Hipotenusa / cateto opuesto

2. Opción múltiple

Si $Sin(\theta) = \frac{5}{13}$ y θ es agudo, ¿cuál es el valor de $Cos\ (\theta)$?

a) $\frac{12}{13}$

b) $\frac{5}{12}$

c) $\frac{13}{12}$

d) $\frac{12}{5}$

3. Respuesta corta

Explica con tus palabras qué se entiende por **cateto opuesto** respecto a un ángulo en un triángulo rectángulo.

4. Procedimiento

En un triángulo rectángulo, el cateto adyacente a un ángulo θ mide 8 cm y la hipotenusa 10 cm.

a) Calcula $Cos\ (\theta)$

b) Halla el valor aproximado de θ en grados.

5. Opción múltiple

El valor exacto de $Cos\ (60°)$ es:
a) 1
b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
c) $\frac{1}{2}$
d) 0

6. Conversión

Convierte 120° a radianes.

7. Cuadrantes

Indica el signo de $Sin\ (\theta)$, $Cos\ (\theta)$ y $tan\ (\theta)$ si $\theta = 240°$

Justifica empleando cuadrante

8. Identidades trigonométricas

Verifica la identidad:

$$1 + tan^2\ (\theta) = sec^2\ (\theta)$$

Muestra el procedimiento

9. Problema aplicado

Una escalera de 6 m forma un ángulo de 70° con el suelo.

¿A qué altura llega la escalera en la pared?

10. Interpretación

Menciona un uso de la trigonometría en la vida diaria y explica brevemente cómo se aplica.

Anexo 4. Consentimiento

UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN

CARTA DE AUTORIZACIÓN PARA LA PUBLICACIÓN DE ARCHIVOS QUE INCLUYAN INFORMACIÓN ACADÉMICA Y TRABAJOS DE NIÑOS

Yo Edison Quispe .con cédula de identidad Nro. 1802949006 por medio de la presente AUTORIZO de forma libre y voluntaria a UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN - UNAE, para que los estudiantes de la UNAE que realizan prácticas preprofesionales, usen información académica y trabajos didácticos realizados por mi representado/a Quinto Cedeño Wilson Geovanny, con cédula de identidad Nro 2100506217; archivos que podrán ser obtenidos dentro del aula, así como también durante las actividades escolares.

La presente autorización es únicamente con fines educativos y de investigación y se enmarcará en los siguientes términos en base a la investigación denominada: "**El error como oportunidad de aprendizaje: análisis y reconocimiento del error en estudiantes del subnivel medio de educación básica**

Con el presente consentimiento estoy de acuerdo con lo siguiente:

1. La UNAE podrá publicar la información académica y muestras del trabajo que haya realizado mi representado/a de forma ANÓNIMA.
2. Las publicaciones de esta información podrían ser: Tesis y artículos para revistas.
3. La UNAE no usará la información académica y trabajos didácticos de mi representado para ningún otro fin que no sea la educación de los estudiantes de la UNAE que realizan prácticas preprofesionales o la promoción general de la educación pública o de la UNAE, en los trabajos realizados en las prácticas preprofesionales y de investigación.
4. La presente autorización no tiene fin lucrativo, es decir, la UNAE con el uso de la presente autorización no contrae ningún tipo de obligación económica respecto del autorizante ni con su representado.
5. La UNAE puede publicar la información académica y muestras del trabajo de mi representado/a tantas veces como sea necesario, siempre que lo realice en los términos antes señalados.
6. La presente autorización estará vigente hasta que expresamente se comunique lo contrario.

Con el uso de la presente autorización la Universidad Nacional de Educación asume la siguiente obligación:

a) La UNAE no utilizará información académica y trabajos didácticos de mi representado/a con fines comerciales y publicitarios. En caso de hacerlo esta autorización quedará sin efecto.

La presente autorización la realizo con sustento en el inciso final del articulado 52 del Código de la Niñez y Adolescencia, estoy de acuerdo y me sujeto a las condiciones establecidas en el presente instrumento.

Finalmente, declaro que soy capaz ante la Ley para otorgar la presente autorización y que actualmente no existe impedimento legal, de ninguna naturaleza, para realizarla.

Ciudad Azogues, a los 31 días de Marzo de 2026.

Atentamente,

Nombre: Edison Quispe

Cédula: 1802949006