UNIVERSIDAD
NACIONAL DE
EDUCACIÓN

GeoGebra como recurso para enseñar matemáticas apoyándose en demostraciones matemáticas

Marco Vinicio Vásquez Bernal [1]
Universidad Nacional de Educación

Resumen

Enseñar matemáticas constituye un gran desafío, el número es una realidad abstracta que es entendible únicamente al relacionarlo con elementos tangibles, así el número tres es asimilado cuando hablamos

1 Matemático, MBA, Magíster en Investigación para la Educación, Docente Investigador y Director de Innovación Educativa de la UNAE, Vocal Principal de la Casa de La Cultura Ecuatoriana, articulista en el semanario El Heraldo de Azogues y EcuadorUniversitario.com, autor de artículos científicos y libros. marco.vasquez@unae.edu.ec

de tres sillas o tres colores. Esta realidad al vivirla en el aula genera una barrera que limita el proceso de aprendizaje de los estudiantes y complica el desempeño docente.

Con el propósito de superar las falencias que significa el enseñar matemáticas desde lo simbólico, nos planteamos buscar herramientas que ayuden a este proceso con las bondades de la realidad virtual.

Este trabajo busca evidenciar cómo el desarrollo de demostraciones matemáticas a través de actividades construidas en GeoGebra, permiten entender los contenidos matemáticos, teniendo claro que el objetivo aquí es replicar demostraciones formales con esta herramienta didáctica de manera que el estudiante vaya realizando cada paso a su manera hasta lograr la demostración deseada.

La característica de GeoGebra que asegura una generalidad de sus construcciones logra evidenciar la generalidad de los contenidos matemáticos.

Palabras clave: GeoGebra, Enseñanza de matemáticas, Demostración matemática.

GeoGebra as a resource to teach mathematics based on mathematical demonstrations

Abstract

Teaching mathematics is a great challenge, the number is an abstract reality that is understandable only when related to tangible elements, so the number three is assimilated when we talk about three chairs or three colors. This reality when living in the classroom, creates a barrier that limits the learning process of students and complicates the teaching performance.

With the purpose of overcoming the shortcomings of teaching mathematics from the symbolic, we consider looking for tools that help this process with the benefits of virtual reality.

This work seeks to demonstrate how the development of mathematical demonstrations through activities built in GeoGebra, allow us to understand the mathematical contents, being clear that the objective here is to replicate formal demonstrations with this didactic tool so that the student is making each step in his own way until the desired demonstration is achieved.

The characteristic of GeoGebra that ensures a generality of its constructions, shows the generality of the mathematical contents.

Keywords: GeoGebra, Mathematics teaching, Mathematical demonstration.

Introducción

Las demostraciones matemáticas han sustentado la validez del conocimiento. En tal sentido, se ha posicionado la idea de que un conocimiento es aceptable por la ciencia si se ha desarrollado un proceso absolutamente formal para su demostración.

La enseñanza de matemáticas no puede irrespetar esta realidad, más si es posible construir demostraciones matemáticas que, basándose en lo ya aceptado por la ciencia, permita construir procesos didácticos que permitan que nuestros estudiantes asimilen mejor los contenidos de las matemáticas.

GeoGebra permite construir actividades de enseñanza que siendo demostraciones que no tienen la generalidad absoluta que exige la ciencia formal, responden a una generalidad práctica para evidenciar la validez del conocimiento en el aula.

a. Demostración matemática

Partiendo de lo formal en el documento Metodología de la Enseñanza de las Matemáticas, se dice que la demostración matemática:

> "Es una cadena finita de proposiciones verdaderas, que se obtienen con ayuda de reglas de inferencia lógicas. El punto de partida de esta cadena son proposiciones cuya verdad es conocida. El punto final de la cadena es el teorema a demostrar. Cada miembro de la cadena se obtiene del anterior mediante reglas de inferencia lógica" (Díaz 1992).

Una definición bastante precisa que exige un proceso absolutamente formal para entender lo serio de una demostración matemática que asegura la calidad del conocimiento científico.

Buscando algo más práctico, encontramos que la "demostración matemática es una sucesión coherente de pasos que, tomando como verdadero un conjunto de premisas llamado hipótesis, permite asegurar la veracidad de una tesis" (Moreno, 2015).

Esta demostración exige un accionar lógico y un construir secuencial para lograr un nuevo conocimiento científico.

Lo que de esta parte nos interesa es que una demostración matemática debe estar constituida por una secuencia lógica de instrucciones que, partiendo de una hipótesis, nos lleve a la demostración de la tesis (conocimiento propuesto).

Imagen 1.

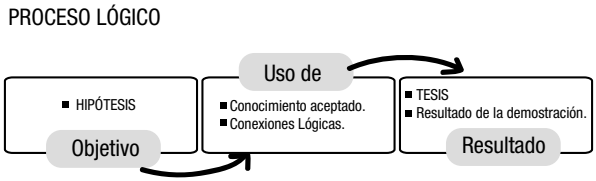


Imagen 1. Realizada por el autor

Mediante lo anterior intentamos mostrar el procedimiento de una demostración matemática que parte de una hipótesis que a la vez se convierte en el objetivo de la demostración, ya que ahí se establece lo que se desea evidenciar.

Luego se plantea que para desarrollar una demostración matemática ésta debe apoyarse en el conocimiento que ya ha sido evidenciado y que debe presentarse mediante conexiones lógicas sistematizando el proceso.

El resultado final será la conclusión de la demostración asegurando que la tesis presentada cuenta con un sustento científico debidamente fundamentado.

b. Características de la tesis

Imagen 2.

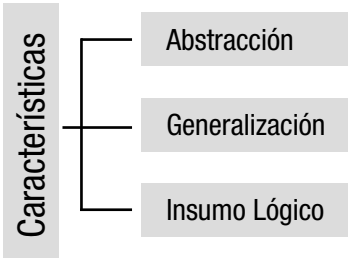


Imagen 2. Realizada por el autor

El conocimiento construido, al que denominamos tesis, debe sujetarse a tres características:

1. Abstracción: esta característica tiene que ver con la capacidad mental de entender el conocimiento matemático más allá de lo concreto, lo gráfico y lo simbólico. La tesis debe permitir entender el concepto matemático del conocimiento.

2. Generalización: la característica más importante de una tesis es que ésta debe cumplirse para todos los elementos sobre los que interactúa, teniendo en cuenta que en matemáticas se estará casi siempre trabajando con una cantidad infinita de esos elementos.

3. Insumo lógico: cualquier tesis debidamente demostrada debe servir de insumo para, a su vez, demostrar otras tesis. Radica aquí la importancia de que todo proceso de demostración sea absolutamente formal y siga el proceso lógico estricto.

c. Finalidades de una demostración matemática

Si bien la finalidad de una demostración matemática es la construcción de nuevo conocimiento científico, planteamos una finalidad que asevera que es posible utilizar las demostraciones matemáticas para la comprensión y la asimilación plena del conocimiento matemático.

Imagen 3.

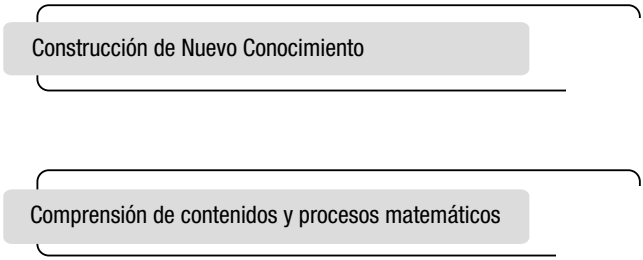


Imagen 3. Realizada por el autor

La finalidad didáctica de las demostraciones matemáticas se sustenta en la siguiente idea:

El uso didáctico de una demostración matemática no afecta la realidad formal de esta, más bien se sustenta en ella, es decir, si un teorema ha sido ya demostrado formalmente, cumpliendo las características de generalización y abstracción es perfectamente válido tomar esto como base para que, con un proceso didáctico, los estudiantes puedan desarrollar procesos que quizá no se sujeten a esa generalización total.

Esta idea propuesta permite que el estudiante construya procesos desde su singularidad, al lograr el resultado de su tesis, el proceso logrará que el estudiante asimile mejor el conocimiento y además vaya desarrollando la competencia lógica de la demostración matemática.

d. Demostraciones matemáticas para la educación

En uso de laboratorios las demostraciones matemáticas han apoyado mucho la enseñanza-aprendizaje de asignaturas como: la física, la química y la biología. El trabajar con material concreto ha apoyado la enseñanza de las matemáticas.

Más en este caso lo que se propone es replicar una demostración formal de contenido matemático para proyectarla desde un proceso que permita entender cada paso y fundamentalmente la tesis que constituye el contenido que se pretende sea asimilado por el estudiante.

Imagen 4.



Imagen 4. Realizada por el autor

Está claro que este proceso se enmarca en la finalidad de comprender los contenidos y los procesos matemáticos reiterando que en este caso se propone lograr la construcción del conocimiento, no como nuevo conocimiento, sino como una consecución lógica de un proceso didáctico entendible por el estudiante.

Proponemos aquí un formalismo práctico que no se sujete a la generalización total, más que evidencie que todos los procesos establecidos en el aula reiteran la validez del contenido propuesto.

La riqueza de estas actividades es que respetan la singularidad de los estudiantes y con los recursos disponibles en cada circunstancia se logra el mismo resultado.

El limitante para estas actividades es justamente encontrar la herramienta o el recurso que permita desarrollarlo teniendo en cuenta que ese recurso debe ser amigable a los estudiantes, permitir un grado aceptable de generalización e incentivar abstracción, además de que debe ser accesible en distintas circunstancias.

e. Utilidad de GeoGebra para enseñar matemáticas a través de las demostraciones matemáticas

Imagen 5.



Imagen 5. Realizada por el autor

Justamente como respuesta a las condiciones que propusimos anteriormente, escogimos GeoGebra como el recurso para utilizar en el aula a fin de cumplir con lo que proponemos en estas actividades.

Este software para la enseñanza de las matemáticas, es amigable, accesible y permite un grado aceptable de generalidad y abstracción, que responde a lo requerido.

GeoGebra basa su operatividad en la relación continua entre la parte gráfica y la parte simbólica, lo que hace que se arranque desde la construcción de elementos simples como son los puntos, para luego hacer rectas, figuras geométricas y desarrollos más complejos

Esa relación entre lo gráfico y lo algebraico permite una reflexión sobre los resultados que permiten una presentación del conocimiento construido por los usuarios.

Una vez entendido el conocimiento surgirá la inquietud de buscar respuestas sobre lo que sucederá si se cambia alguna condición de las planteadas en las construcciones hechas, obteniendo resultados inmediatos que permiten generar espacios de metacognición que enriquecen el proceso.

f. Un ejemplo práctico

Únicamente para entender este proceso trabajaremos la construcción de una recta.

Activamos GeoGebra y pedimos que todos los estudiantes grafiquen en la pantalla dos puntos en cualquier parte. En ella se grafican los puntos asignándoles un nombre; a la vez en la parte algebraica se leerán las coordenadas de esos puntos.

Luego se planteará a que, una vez seleccionado el icono de recta lego, se haga click en cada uno de los puntos graficados.

Automáticamente en la parte gráfica, se dibujará la recta y en la parte algebraica se leerá la ecuación de esa recta.

Imagen 6.



Imagen 6. Realizada por el autor

Hasta aquí se tiene la parte de construcción pero analizar los resultados que indicamos en la parte gráfica y en la parte algebraica generará reflexión en los estudiantes que coincidirá con que:

Para trazar una recta se requieren dos puntos
Si se tienen dos puntos distintos, por ahí pasa una recta

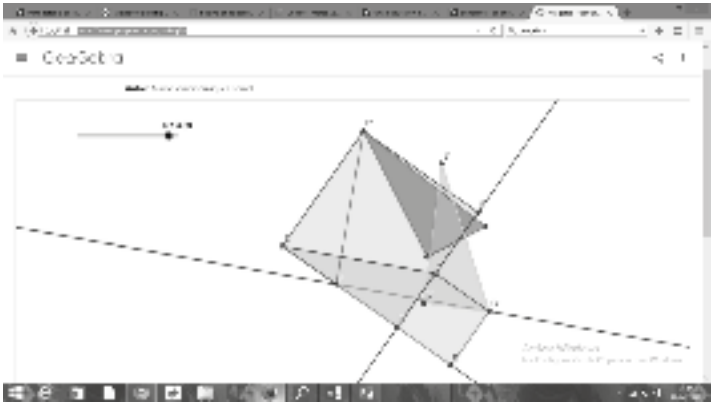
Es decir que se ha construido conocimiento.
Más pueden surgir preguntas como:

- *¿Qué pasa si tengo como base tres puntos en lugar de dos?*
- *¿Influye en la recta la distancia entre los dos puntos?*

Para afianzar esta propuesta desarrollamos dos actividades con contenidos muy conocidos como son el Teorema de Pitágoras y el Teorema de los Catetos, que evidencian la utilidad de trabajar según lo propuesto. Estas actividades se han ubicado en el repositorio de GeoGebra para que puedan utilizarse.

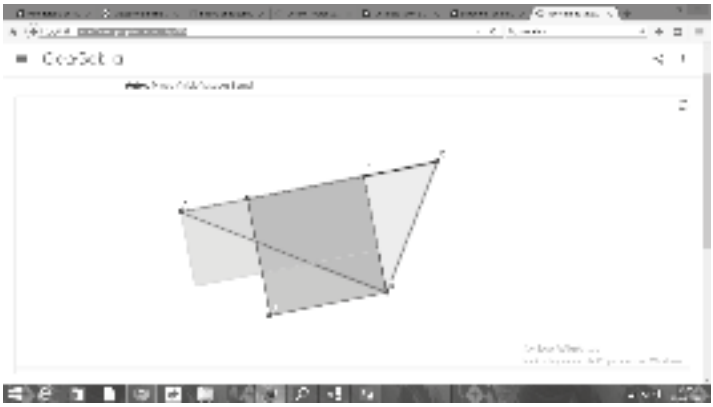
Teorema de Pitágoras

https://www.GeoGebra.org/m/au9ug8jb



Teorema de los Catetos

https://www.GeoGebra.org/m/kdpp79fz



Referencias bibliográficas

Albaiges, J. (1981): *¿Se atreve Vd. con ellos? 101 apasionantes problemas.* México y Barcelona. Marcombo y Boixareu editores.

Brown, S., Walter, M. (1983): *The Art of Problem Posing.* Philadelphia, Penn. The Franklin Institute Press.

Chamorro, M. (2003). *Didáctica de las Matemáticas.* Pearson Educación.

Dickson, L., Brown, M. y Gibson, O. (1984). *El aprendizaje de las matemáticas. Traducción al español.* Ministerio de Educación y Ciencia (1991).

Díaz, O. (1992). Metodología de la Enseñanza de la Matemática Tomo I. Cuba Editorial Pueblo y Educación.

Polya, G. (1954). *Mathematics and Plausible Reasoning.* 2 vols. Princeton, NJ. Princeton University Press. (Trad. castellana: *Matemáticas y razonamiento plausible.* Madrid, Tecnos: 1966).

Polya, G. (1966): *Mathematical Discovery.* 2 vols. New York. John Wiley and Sons. (Trad. francesa: *La découverte des mathématiques.* 2 vols. Paris, Dunod (1967).

Resnick, L. y Ford, W. (1981). *The Psychology of Mathematics for Instruction.* Hillsdale, NJ. Lawrence Erlbaum Associates. (Trad. Castellana, *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos.* Madrid. Paidós/ MEC).

Schoenfeld, A. H. (1985): *Mathematical Problem Solving.* Orlando, FL. Academic Press.